

AHLV101 - Guide d'onde à sortie anéchoïque

Résumé :

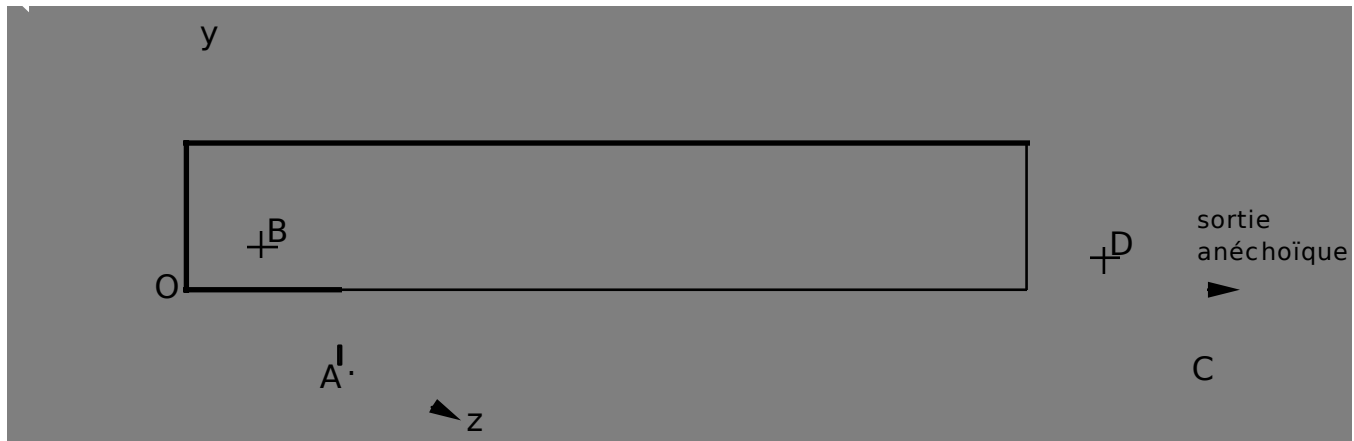
Un guide d'onde rectiligne à sortie anéchoïque, à parois rigides, dont le milieu de propagation est de l'air "normal", est excité par une onde incidente harmonique, normale à la face d'entrée. On calcule le champ de pression acoustique de la réponse harmonique en utilisant la formulation élasto-acoustique en pression-déplacement-potentiel des déplacements.

Les tests concernent 3 modélisations différentes (éléments finis élasto-acoustiques tridimensionnels, bidimensionnels et axisymétriques), ils permettent de valider les matrices de rigidité, de masse, d'impédance et du vecteur source pour les 3 modélisations.

Le résultat de référence provient d'un calcul analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Tube à section rectangulaire :

longueur : $L = l_x = 1.0 \text{ m}$
hauteur : $h = l_y = 0.1 \text{ m}$
largeur : $l = l_z = 0.2 \text{ m}$

Coordonnées des points (en m) :

	A	B	C	D
x	0.	0.	1.00	1.00
y	0.	0.05	0.	0.05
z	0.20	0.10	0.20	0.10

1.2 Propriétés des matériaux

Air :

$$\rho = 1.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Pression d'onde incidente normale à l'entrée $P_i = P_0 * e^{i\omega t}$ Avec $P_0 = 1.0 \text{ Pa}$
Fréquence $f = 500 \text{ Hz}$
Impédance à l'extrémité CD $Z = \rho c = 445.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les fréquences de l'excitation sont assez basses et conjointement le guide d'onde est suffisamment long par rapport à ses dimensions latérales pour qu'on se limite aux ondes planes : le phénomène est alors identique en tous points d'un plan d'onde, c'est-à-dire ne dépend pas des coordonnées décrivant les points de ce plan, y et z par exemple.

On donne dans cette hypothèse la solution générale bien connue des équations de l'acoustique pour les deux grandeurs **pression** p et **vitesse acoustique** v :

$$v = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad \text{éq 2.1-1}$$

$$p = \rho c \left[f\left(t - \frac{x}{c}\right) - g\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \quad \text{éq 2.1-2}$$

Le guide est supposé fermé à l'extrémité d'abscisse L sur une impédance Z_L ; il se produit une réflexion au niveau de cette impédance, ce qui donne une onde de retour g .

En chaque point du guide, il y a alors superposition des deux fonctions f et g ; par définition même l'impédance terminale Z_L impose au point d'abscisse L , entre p et v la relation.

$$\frac{p_L}{v_L} = Z_L$$

Dans le cas harmonique f et g s'écrivent :

$$f\left(t - \frac{x}{c}\right) = I e^{i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)}$$
$$g\left(t + \frac{x}{c}\right) = R e^{i\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)}$$

où I et R sont déterminés par les conditions aux limites.

Dans le calcul de l'impédance $Z = \frac{p}{v}$ en tout point x la variable temps cette fois s'élimine, conformément au calcul même des impédances et s'écrit :

$$Z(x) = Z_0 \frac{I e^{-i\omega \frac{x}{c}} - R e^{i\omega \frac{x}{c}}}{I e^{-i\omega \frac{x}{c}} + R e^{i\omega \frac{x}{c}}}$$

L'impédance terminale devient :

$$Z_L = Z_0 \frac{I e^{-i\omega \frac{L}{c}} - R e^{i\omega \frac{L}{c}}}{I e^{-i\omega \frac{L}{c}} + R e^{i\omega \frac{L}{c}}}$$

On appelle $Z_0 = \rho c$ l'impédance itérative.

Sur la frontière fluide à l'entrée du guide la condition limite de type onde incidente imposée à $P_i = P_0 e^{i\omega t}$, s'obtient en écrivant à la frontière la relation linéaire suivante :

$$p - \rho c v_n = P_i \quad \text{éq 2.1-3}$$

où $v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ est la vitesse suivant la normale unitaire $\mathbf{n}$ sortante du fluide.

On impose de plus à la sortie du guide une valeur d'impédance terminale $Z_L = Z_0$ qui en fait une extrémité anéchoïque.

L'impédance terminale est égale à l'impédance itérative Z_0 quand $R=0$, c'est-à-dire quand il n'y a pas d'onde de retour ; on a alors une onde **progressive** pure dans le sens de l'onde incidente, soit :

$$\begin{aligned} v &= I e^{i\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)} \\ p &= \rho c I e^{i\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)} \end{aligned}$$

ainsi la relation d'onde incidente imposée [éq 2.1-3] s'écrit :

$$p - \rho c v_n = p(x=0) + \rho c v(x=0) = 2 \rho c I e^{i\omega t}$$

d'où on identifie $2 \rho c I e^{i\omega t} = P_i$; on en déduit l'expression de l'onde **progressive** de pression dans le guide lorsqu'on impose P_i à l'entrée du guide :

$$p = \frac{P_i}{2} e^{-i\omega \frac{x}{c}} = \frac{P_0}{2} e^{i\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)}$$

2.2 Résultats de référence

Pression aux points A , B , C , D (pour les modélisations A, B, C).

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

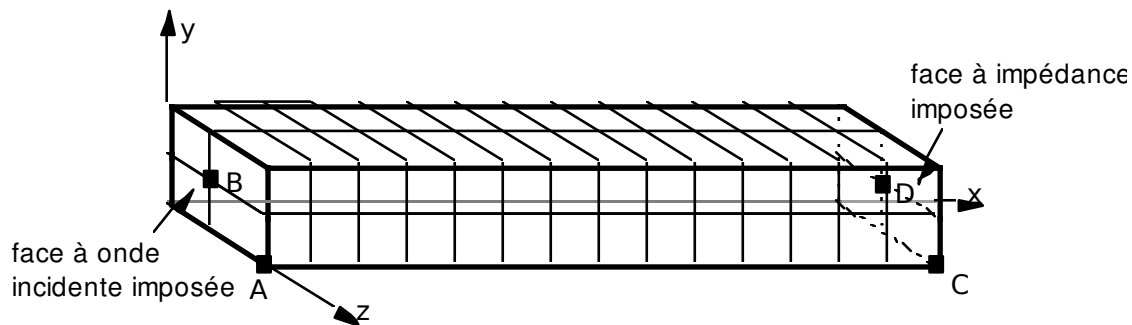
2.4 Références bibliographiques

1. F. STIFKENS "Introduction dans le Code_Aster de condition limite de type onde incidente en vibro-acoustique - Rapport HP-61/95/026/

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potential des déplacements éléments '3D_FLUIDE' (MEFL_HEX20 et MEFL_FACE8)



Découpage = 15 mailles HEXA20 selon l'axe des x
2 mailles HEXA20 selon l'axe des y
2 mailles HEXA20 selon l'axe des z

Conditions limites :

ONDE_FLUI: (GROUP_MA: Entrée PRES: 1.0)
IMPE_FACE: (GROUP_MA: Sortie IMPE: 445.9)

Nom des nœuds $A = No1$ $B = No780$ $C = No751$ $D = No763$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 471
Nombre de mailles et types : 60 HEXA20 8 QUAD8

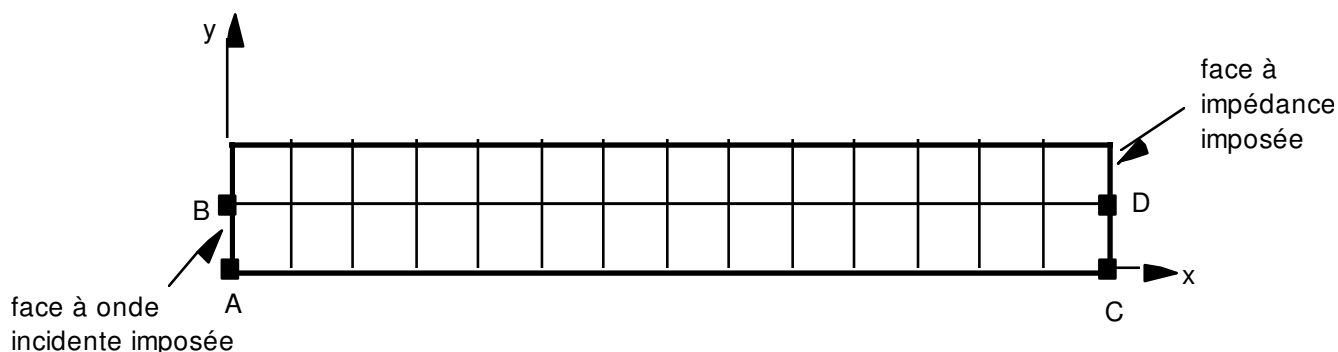
3.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence
A	p (réel)	0.5
	p (imag)	0.0
B	p (réel)	0.5
	p (imag)	0.0
C	p (réel)	-0.482466
	p (imag)	-0.131252
D	p (réel)	-0.482466
	p (imag)	-0.131252

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression potentiel des déplacements éléments '2D_FLUIDE' (MEFLSE3 et MEFLQU8)



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des x
2 mailles QUAD8 selon l'axe des y

Conditions limites :

ONDE_FLUI: (GROUP_MA: Entrée PRES: 1.0)
IMPE_FACE: (GROUP_MA: Sortie IMPE: 445.9)

Nom des nœuds $A = No1$ $B = No3$ $C = No751$ $D = No153$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

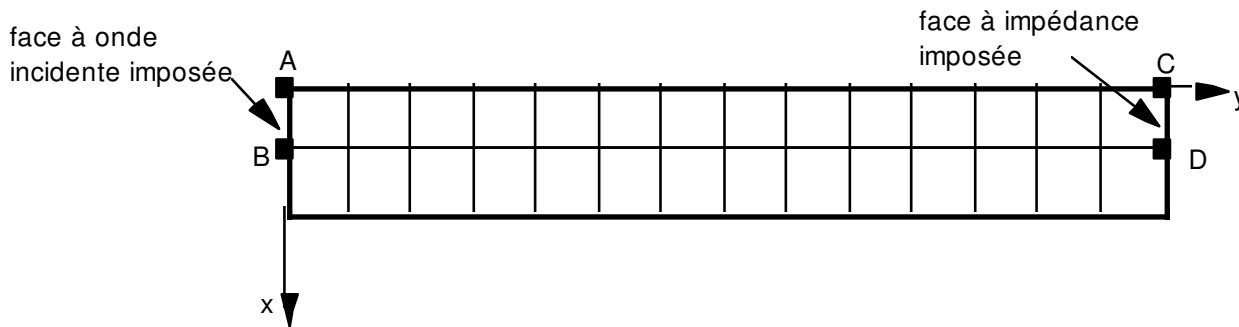
4.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	Aster	% différence
A	p (réel)	0.5	0.499997	$6 \cdot 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2 \cdot 10^{-5}$	-
B	p (réel)	0.5	0.499997	$6 \cdot 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2 \cdot 10^{-5}$	-
C	p (réel)	-0.482466	-0.482352	$2.4 \cdot 10^{-2}$
	p (imag)	-0.131252	-0.131670	$3.2 \cdot 10^{-1}$
D	p (réel)	-0.482466	-0.482352	$2.4 \cdot 10^{-2}$
	p (imag)	-0.131252	-0.131670	$3.2 \cdot 10^{-1}$

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potential des déplacements éléments 'AXIS_FLUIDE' (MEAXFLS3 et MEAXFLQ8)



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des y
2 mailles QUAD8 selon l'axe des x

Conditions limites :

ONDE_FLUI: (GROUP_MA: Entrée PRES: 1.0)
IMPE_FACE: (GROUP_MA: Sortie IMPE: 445.9)

Nom des nœuds $A=No1$ $B=No3$ $C=No151$ $D=No153$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

5.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	Aster	% différence
A	p (réel)	0.5	0.499997	$6 \cdot 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2 \cdot 10^{-5}$	-
B	p (réel)	0.5	0.499997	$6 \cdot 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2 \cdot 10^{-5}$	-
C	p (réel)	-0.482466	-0.482352	$2.4 \cdot 10^{-2}$
	p (imag)	-0.131252	-0.131670	$3.2 \cdot 10^{-1}$
D	p (réel)	-0.482466	-0.482352	$2.4 \cdot 10^{-2}$
	p (imag)	-0.131252	-0.131670	$3.2 \cdot 10^{-1}$

6 Synthèse des résultats

La discrétisation est forte puisqu'elle est d'environ 45 nœuds par longueur d'onde. C'est pourquoi nous obtenons des résultats d'une précision élevée : la pression calculée par *Code_Aster* au point le moins favorable diffère de la valeur théorique de moins de 1%.

Il faut noter aussi que toutes les modélisations utilisées donnent des résultats identiques.