

FDLV110 - Calcul de masse ajoutée sur modes obtenus par sous-structuration

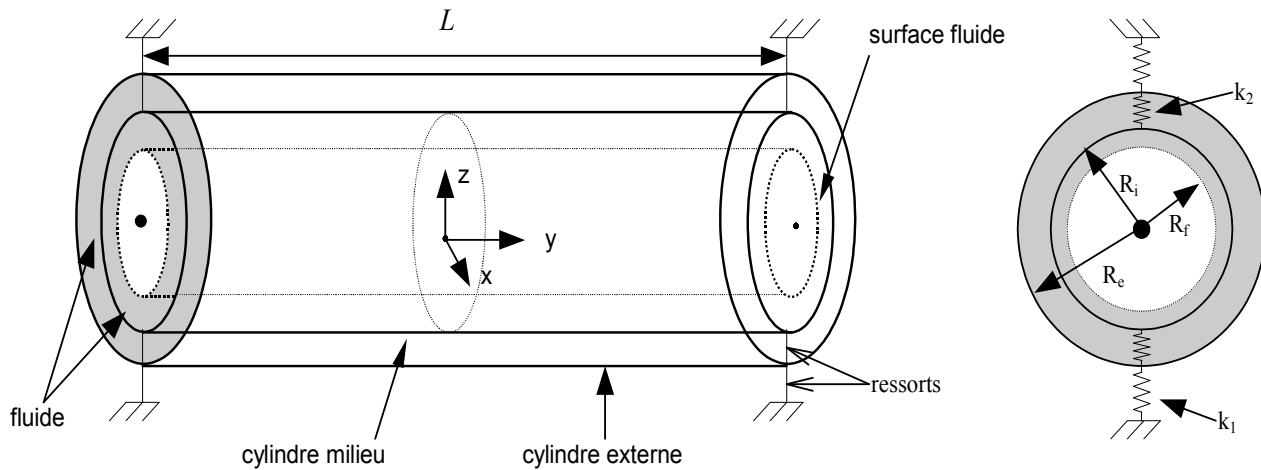
Résumé :

Ce test du domaine de l'analyse modale et de l'interaction fluide-structure met en œuvre le calcul de masse ajoutée sur une structure constituée de trois cylindres concentriques séparés par deux anneaux de fluide (eau) dont on suppose le comportement régi par la théorie potentielle (fluide parfait, incompressible au repos). Le modèle est tridimensionnel pour l'eau. La structure est représentée par des éléments de type coque mince dans la modélisation A (la structure est rigide dans la solution de référence). Celle-ci est caractérisée par deux modes propres évalués par sous-structuration dynamique, avec interface de type CRAIG-BAMPTON.

L'intérêt du test réside dans l'utilisation de la fonctionnalité 'NOEUD_DOUBLE' de l'opérateur 'CALC_MATR_AJOU'. Cette fonctionnalité permet de calculer les effets de masse ajoutée d'une structure représentée par un maillage surfacique (sans épaisseur) qui se trouve baignée dans un fluide. Les fluides choisis dans ce cas-test sont de densités différentes de part et d'autre du cylindre intermédiaire (eau à températures différentes).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$$L=50\text{m} ; \quad R_f=1\text{m} ; \quad R_i=\frac{5}{3}\text{m} ; \quad R_e=3\text{m} ; \quad k_1=10^9\text{N.m}^{-1} ; \quad k_2=0.5\cdot 10^7\text{N.m}^{-1} ;$$

$$\rho_{\text{fluide}}=1000\text{kg.m}^{-3} ; \quad \rho_s=7800\text{kg.m}^{-3} ; \quad \text{épaisseur de la coque : } 50\text{cm} .$$

1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique $\rho_1=1000\text{kg.m}^{-3}$; $\rho_2=750\text{kg.m}^{-3}$.

Structure : $\rho_s=7800\text{kg/m}^3$; $E=2.1\cdot 10^{11}\text{Pa}$; $\nu=0.3$ (acier).

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le cylindre extérieur est d'une part relié à un bâti fixe via les quatre ressorts de raideur unitaire k_1 , relié d'autre part au cylindre milieu par quatre ressorts de raideur unitaire k_2 . Les deux structures sont rigides dans cette solution de référence.

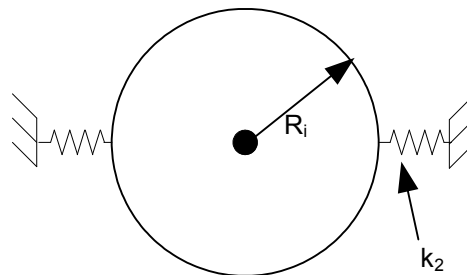
2 Solution de référence

On calcule les modes propres du système après avoir vérifié ceux de chaque sous-structure. On évalue ensuite la masse ajoutée sur les modes en air.

2.1 Décomposition en sous-structures

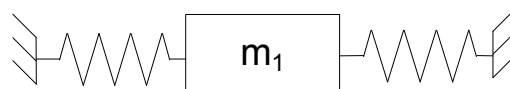
Première sous-structure : cylindre intermédiaire

La première sous-structure est constituée du cylindre intermédiaire et de quatre ressorts de raideur $k_2 = 10^7 \text{ N.m}^{-1}$. Ces ressorts sont encastrés à l'interface avec le cylindre externe qui constitue la deuxième sous-structure (interface de type CRAIG-BAMPTON).



Masse du cylindre 1 : $m_1 = 2.041 \cdot 10^6 \text{ kg}$

Le cylindre étant rigide, son mouvement peut être modélisé par un système masse-ressort à un degré de liberté :

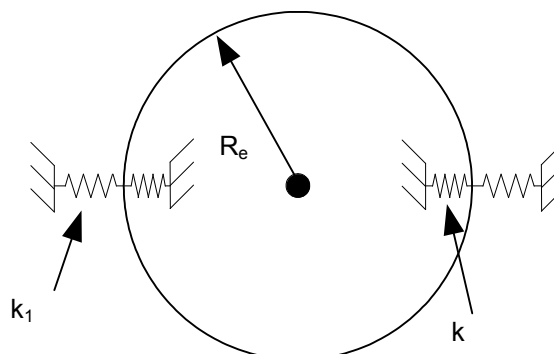


A chacune de ses extrémités, le cylindre est relié à deux ressorts en parallèle : la raideur équivalente de chacun est $k' = 2k_2$

La fréquence propre vaut alors : $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k'}{m_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4k_2}{m_1}}$, soit : $f_0 = 0.705 \text{ Hz}$

Deuxième sous-structure : cylindre extérieur

La deuxième sous-structure est le cylindre externe relié d'une part à l'interface par les mêmes ressorts, d'autre part à un bâti fixe :



Masse du cylindre 2 : $m_2 = 3,674\,10^6\,kg$

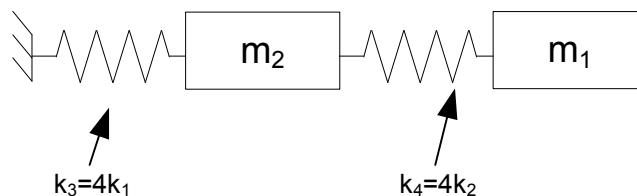
La raideur équivalente d'une attache de ce cylindre par le système de ressorts en série k_1 et k_2 valant $9,9 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ (quatre attaches du même type relient en parallèle le cylindre à un encastrement), la fréquence propre est donnée par :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4k_2k_1/(k_2 + k_1)}{m_1}}, \text{ soit : } f = 0.522 \text{ Hz}$$

N.B. : le troisième cylindre (cylindre intérieur) n'a pas été modélisé dans notre cas car il s'agit d'un cylindre fixe. Il constitue donc une paroi fixe du domaine fluide.

Modes en air de la structure complète (cylindre intermédiaire et cylindre externe)

C'est un système à deux degrés de liberté :



Les fréquences propres de ce système sont données par la formule exacte [bib2] :

$$f_i = \frac{1}{2^{3/2} \pi} \sqrt{\frac{k_3}{m_2} + \frac{k_4}{m_2} + \frac{k_4}{m_1} \pm \sqrt{\left(\frac{k_3}{m_2} + \frac{k_4}{m_2} + \frac{k_4}{m_1}\right)^2 - 4 \frac{k_3 k_4}{m_1 m_2}}},$$

soit

$$f_1 = 0.497 \text{ Hz} \text{ et } f_2 = 5.263 \text{ Hz}.$$

Les deux modes propres admettent, pour valeur numérique :

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} -9 \cdot 10^{-3} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2.2 Calcul de la matrice de masse ajoutée

Potentiels fluides

Reprenant [bib1], on établit que :

$$\phi_1^{(1)} = \begin{bmatrix} R_i^2 \\ R_i^2 - R_f^2 \end{bmatrix} \frac{R_i^2 + R_f^2}{R_e^2 - R_i^2} + \frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \begin{bmatrix} R_i^2 \\ R_i^2 - R_f^2 \end{bmatrix} (5.e^{-3}) \times R_e^2 \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2}$$

et

$$\phi_1^{(2)} = \begin{bmatrix} (-9.e^{-3}) \\ (-9.e^{-3}) \end{bmatrix} \times R_i^2 \frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \begin{bmatrix} R_i^2 \\ R_i^2 - R_f^2 \end{bmatrix} R_e^2 \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2}$$

La forme de la matrice de masse ajoutée, dans cette configuration, est :

$$M_a = \begin{bmatrix} M_a^{11} & M_a^{12} \\ M_a^{21} & M_a^{22} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$M_a^{11} = \rho \pi L \left[R_i^2 \frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right] = 1,753.10^6 \text{ kg},$$

$$M_a^{22} = \rho \pi L \left[R_e^2 \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right] = 2,676.10^6 \text{ kg},$$

$$M_a^{12} = \rho \pi L (5.10^{-3}) \times R_i^2 \frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} - (9.10^{-3}) \times R_e^2 \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} = -15318 \text{ kg}.$$

Le coefficient de couplage inertiel M_a^{12} est considéré comme négligeable devant les coefficients d'auto-masse ajoutée M_a^{11} et M_a^{22} . Les fréquences propres du système ne dépendent, en première approximation, que de ces deux derniers coefficients.

2.3 Résultats de référence

Résultat analytique.

2.4 Références bibliographique

- ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le Code_Aster - HP-61/95/064
- BLEVINS R.D. : Formulas for Natural frequency and mode shape, Ed. Krieger

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Cylindre :	2400 mailles QUAD4 éléments de coques MEDKQU4 12 mailles SEG2 éléments ressorts MECA_DIS_T_L
Fluide :	3600 mailles QUAD4 éléments thermiques THER_FACE4 sur les surfaces cylindriques 7200 mailles HEXA8 éléments thermiques THER_HEX8 dans le volume annulaire fluide

3.2 Valeurs testées

Fréquences analytique en air (Hz)

Premier mode en air	0.497
Deuxième mode en air	5.263

Masse ajoutée théorique (kg)

M^{11}	$1.753 \cdot 10^6$
M^{22}	$2.675 \cdot 10^6$

Fréquences analytique des modes en eau (Hz)

Premier mode en eau	0.365
Deuxième mode en eau	4.004

4 Synthèse des résultats

Le calcul de masse ajoutée sur des modes estimés par sous-structuration est satisfaisant. Ceci a permis de valider l'option 'NOEUD_DOUBLE' de la commande 'CALC_MATR_AJOU'. L'écart observé sur le deuxième coefficient de masse ajoutée s'explique par la discrétisation du deuxième cylindre. Le nombre d'éléments est un peu insuffisant pour calculer de manière exacte l'intégrale du champ de pression sur la structure.