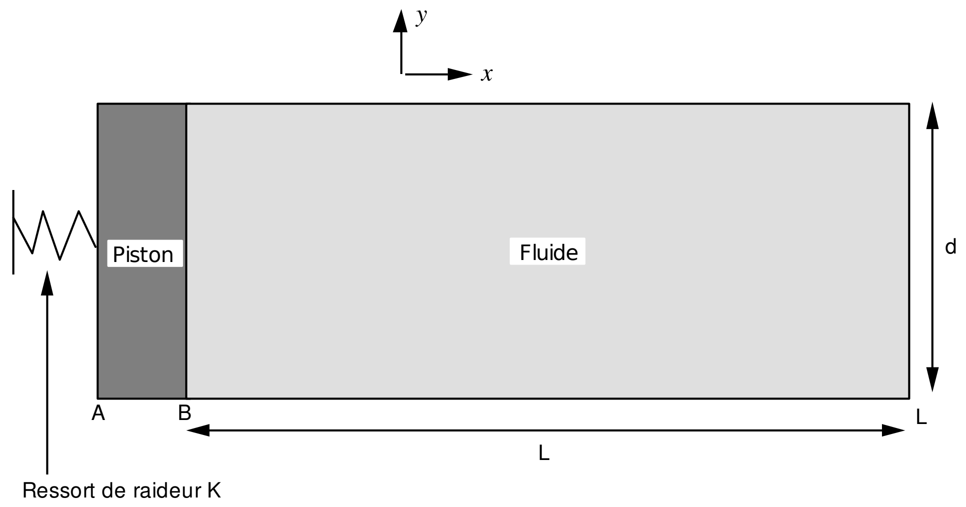
FDLV100 - Piston couplé à une colonne de fluide incompressible

Résumé :

Ce test du domaine des fluides (couplage fluide-structure) valide le calcul de masse ajoutée sur base modale et effectue, dans le cadre d'une analyse modale, le calcul de la fréquence propre d'un système piston-ressort couplé à une colonne de fluide incompressible. Pour modéliser le fluide, on utilise des éléments thermiques plans ; pour modéliser le piston, on utilise des éléments mécaniques 2D en déformation plane et un élément discret pour modéliser un ressort. Enfin, l'interface fluide/structure est modélisée par des éléments linéaires thermiques modifiés pour introduire une condition aux limites de type "accélération" dans le fluide. Le cas-test ne comporte qu'une seule modélisation, bidimensionnelle. La fréquence propre du système couplé est retrouvée à 0.01% du résultat analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Piston en acier relié au massif par un ressort et couplé à une colonne de fluide incompressible :

longueur :	$L=1.0\,m$
largeur :	$d=0.25\,m$
largeur AB du piston :	$0.05\,m$

Abscisses des points (en m) :

	A	B	L
x	–0.05	0.	1.

1.2 Propriétés de matériaux

Fluide :

Eau : $\rho_0=1000.0\,Kg.m^{-3}$

Solide :

Acier : $\rho_S=7800.0\,Kg.m^{-3}$; $E=2.\text{E}11\,Pa$; $\nu=0.3$

Ressort reliant le piston au massif :

Élément discret du type `K_T_D_L` : $K=(1.\text{E}5, 1.\text{E}5, 1.\text{E}5)\,N/m$

1.3 Conditions aux limites et chargement

On impose une pression (c'est à dire par analogie thermique une température nulle [R4.07.03]) en tous les nœuds de la fin de la colonne fluide.

On impose l'encastrement du ressort sur le massif et on impose un déplacement du piston nul selon Oy .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul analytique :

Lorsque la structure vibre dans le fluide, elle modifie le champ de pression qui obéit à une équation de Laplace avec conditions aux limites de Von Neuman [R4.07.03].
Dans notre cas, compte tenu des symétries du problème, le champ de pression ne dépend que de la variable x et vérifie :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2}=0 & \left(\dfrac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0}=-\rho_f \ddot{x}_S . n \\ p=0 \text{ en } x=L \end{cases}$$

On constate ainsi que le champ de pression est une fonction affine de l'abscisse x . Les deux conditions aux limites sur la pression impliquent : $p=-\rho_f \ddot{x}_S . n(x-L)$

La force de pression qui s'exerce sur la structure s'écrit :

$$F=\int_\Gamma p(0) n \, d\Gamma=\int_\Gamma \rho_f L(\ddot{x}_S . n) n \, d\Gamma$$

Comme le problème est unidimensionnel, cette force peut s'exprimer de façon algébrique selon la composante d'accélération suivant Ox de la structure :

$$F=-\ddot{x}\int_\Gamma \rho_f L \, d\Gamma=-\rho_f L d \ddot{x}=-m_a \ddot{x} \text{ avec } m_a=\rho_f L d$$

C'est la masse ajoutée linéique du fluide sur la structure : on remarque qu'elle correspond à la masse de fluide dans la colonne, c'est à dire à la masse de fluide déplacée par le piston.
L'équation du mouvement du piston projetée sur Ox s'écrit (vibration libre non amortie compte tenu de la présence du fluide) :

$$m\ddot{x}+Kx = F = -m_a\ddot{x} \Leftrightarrow (m+m_a)\ddot{x}+Kx=0$$

La fréquence propre de ce système immergé s'écrit donc :

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m+m_a}}$$

L'effet du fluide est donc d'abaisser la fréquence propre du système en air.
Pratiquement, dans Aster, la matrice de masse ajoutée est déterminée sur la base modale de la structure dans le vide : Pour calculer la masse ajoutée donnée ci-dessus, on se restreint au calcul du mode propre du système piston-ressort qui correspond à un mouvement de translation normée à l'unité : on tronque par conséquent la base modale de la structure à un seul mode en air (opérateur `CALC_MODES` option `'PLUS_PETITE'`). On détermine grâce à ce mode la masse ajoutée sur le piston.

$$K=10^5 N/m \quad m_a=200\,kg/m \quad m=78\,kg/m$$

La fréquence propre du système piston-ressort immergé est donc $f=3.018\,Hz$

2.2 Résultats de référence

Analytique

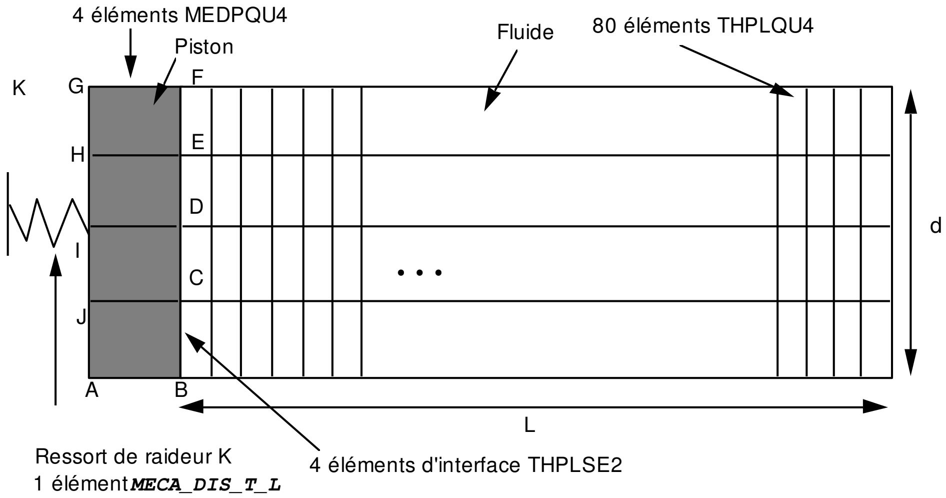
2.3 Références bibliographiques

• R. J GIBERT - Vibrations des Structures - Interactions avec des fluides. Eyrolles (1988).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation thermique plane pour le fluide (QUAD4 et SEG2)
Formulation déformation plane et discrète pour le solide (QUAD4 et SEG2)



Découpage =

21 mailles QUAD4 selon l'axe x
4 mailles QUAD4 selon l'axe y
4 mailles SEG2 sur l'interface fluide/piston
1 maille SEG2 représentant le ressort liant le piston au massif

Conditions aux limites :

`DDL_IMPO: (GROUP_NO: noeupist DY: 0. )`
`DDL_IMPO: (GROUP_NO: encastre DX: 0. DY: 0. DZ: 0.)`

Nom des nœuds :

Le groupe de nœuds `NOEUPIST` est constitué des dix nœuds `A, B, C, D, E, F, G, H, I, J`

Le groupe de nœuds `ENCASTRE` est constitué du nœud `K`

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111 nœuds
Nombre de mailles et types : 84 QUAD4, 5 SEG2

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)	% tolérance
Ordre du mode propre i : 1	3.018	0.1 %

4.2 Remarques

Calculs de modes effectués par :

```
CALC_MODES
            OPTION='PLUS_PETITE',
            CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ=1)
```