WTNV132 - Construction d'une colonne de sol avec la loi de Hujeux

Résumé

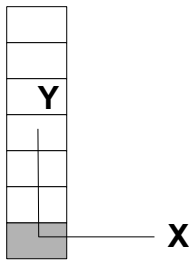
On souhaite modéliser numériquement la pose successive des couches d'une colonne unidimensionnelle de sol, en prenant en compte à la fois le couplage hydromécanique et la plastification du sol due à son comportement non-linéaire (par la loi de Hujeux [R7.01.23]). Les solutions calculées sont comparées à des résultats issus du code éléments finis GEFDYN de l'École Centrale Paris.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Le modèle est constitué de $N+1$ éléments au total : il s'agit de poser N couches de sol ($N=10$ dans le cas-test) sur un substratum élastique poreux infiniment rigide représenté par une $0^{ème}$ couche. Chaque couche est constituée d'un élément de maillage (quadratique), d'une hauteur de $2\mathrm{m}$ chacune. La colonne de sol une fois construite mesure donc $20\mathrm{m}$ au total. Par principe, le problème est bidimensionnel (les déformations planes se produisent dans un plan vertical) : en effet, on se place dans l'hypothèse d'une invariance du sol par translation horizontale, ce qui impose que les déformations mécaniques et les flux hydrauliques soient nuls dans la direction horizontale (modèle œdométrique).



1.2 Propriétés des matériaux

Les propriétés élastiques, anélastiques et hydrauliques des couches sont données ci-après :

	Paramètres		Valeurs
PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES	E	Module d'Young (pour le substratum,on prend $100\times E$)	$100\,MPa$
	ν	coefficient de Poisson	0,3
	ρ_h	densité homogénéisée	$2105\,kg/m^3$
PROPRIÉTÉS HUJEUX	n	exposant de la loi élastique en puissance	0,89
	d		1,7
	b		1
	α	coefficient de dilatance	1
	φ	angle de frottement	21°
	ψ	angle de dilatance	21°
	P_{co}	pression critique ou de consolidation	$25\,kPa$
	$P_{réf}$	pression de référence	$1\,MPa$
	a_{mon}		0,005
	a_{cyc}		0,005
	c_{mon}		0,18
	c_{cyc}		0,18
	$r^m_{dév}$	rayon élastique déviatoire monotone	0,025
	r^m_{iso}	rayon élastique isotrope monotone	0,01
	$r^c_{dév}$	rayon élastique déviatoire cyclique	0,025
	r^c_{iso}	rayon élastique isotrope cyclique	0,01

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	r_{hys}		0,1
	r_{mob}		0,5
	x_m		2
PROPRIÉTÉS HYDRAULIQUES	ϕ	porosité	0,35
	ρ_e	densité de l'eau	$1000\,kg/m^3$
	B	coefficient de Biot	1
	K^{-1}	inverse de la compressibilité de l'eau	$9{,}35\times10^{-8}\,Pa^{-1}$
	K_{int}	perméabilité intrinsèque de l'eau	10^{-12}
	v	viscosité de l'eau	$0{,}001\,Pa.s$
	Dv/DT	dérivée de la viscosité par la température	$0\,Pa.s.K^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Dans le modèle considéré, les conditions limites s'appliquent aux $n+1$ couches présentes à l'étape n de calcul. Elles sont les mêmes que pour un oedomètre (la colonne de sol est un échantillon d'un espace infini par translation horizontale) :
Les conditions d'invariance horizontale :

- $u_x=0$ sur les mailles latérales ;

Une condition de blocage de la 0ème couche (supposée rigide) :

- $u_y=0$ sur la maille du bas ;

Une condition de pression hydraulique nulle à la surface libre de la colonne :

- $PRE_1=0$ sur la maille du dessus de la $n+1^{ème}$ couche (la dernière posée) ;

Un état de contrainte *effective* initial *isotrope* et *non nul* dans chaque couche posée, à cause de l'aversion de la loi de Hujeux pour des états de contrainte proches de zéro :

- $\sigma_{xx}'=\sigma_{yy}'=\sigma_{zz}'=\sigma_0'=-20.10^{+3}\,Pa$ dans la $n+1^{ème}$ couche (la dernière posée) ;

Les conditions de chargement :

- l'ensemble de la colonne est soumis à la pesanteur (d'accélération $g=9{,}81\,m/s^2$ et dirigée suivant $-\vec{e}_y$) ;

La construction de la colonne s'effectue en respectant un laps de temps $\Delta t=10^{+6}$ secondes entre le début de l'étape n et celui de l'étape $n+1$. Durant ce laps de temps, il y a diffusion du fluide et consolidation de la colonne sous l'effet de son propre poids (tassement). Il est important de veiller à ce que ce laps de temps soit suffisant, en le mettant en rapport avec la valeur de perméabilité du matériau poreux [1]. Notamment, le produit de Δt avec cette perméabilité donne une distance de diffusion du fluide qui doit être suffisante (ici de l'ordre de $10\,m$) par rapport à la dimension de la colonne ($20\,m$ de hauteur).

	Éléments du modèle	**Valeurs**
Conditions aux limites	BAS	$DY=0$; **flux hydraulique nul**
	FACES LATERALES	$DX=0$; **flux hydraulique nul**
	HAUT	$PRE1=0$
Conditions initiales	COUCHE $n+1$ (à l'étape n)	$SIXX=SIYY=SIZZ=20\,kPa$

1 *On calcule d'abord la conductivité du fluide à partir de la conductivité intrinsèque :* $\lambda=\frac{K^{\text{int}}}{\upsilon}=10^{-9}\,kg^{-1}.m^3.s$ *; ce qui donne finalement pour la perméabilité du matériau poreux :* $K=\rho_e\times g\times\lambda=9{,}81\times10^{-6}\,m.s^{-1}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Chargement	TOUT	$PESANTEUR = 9,81\, m/s^2$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul

On utilise la méthode **multi-modèles** pour réaliser le calcul. A chaque étape $n+1$ de la pose, on associe un modèle contenant strictement les $n+1$ couches posées. Les états de contrainte, de déplacement et des variables internes à l'issue de l'étape précédente sont transférés à l'étape suivante par des opérations de transfert de champs. Le champ de déplacement initial de la couche de sol posée doit varier linéairement de bas en haut, Il varie en effet entre la valeur du tassement des couches inférieures et la côte géométrique à respecter, associée à un déplacement initial nul.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

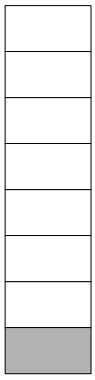
On post-traite les solutions en termes de tassement. Cependant, l'utilisation de la méthode multi-modèles ne donne pas accès directement au tassement de la colonne : le déplacement vertical de la dernière couche posée est la somme du tassement réellement subit par elle et du tassement déjà réalisé quand elle n'était pas là : c'est cette dernière composante qu'il faut enlever.
Considérons par exemple la couche 4 (cf. figure ci-après). Celle-ci est posée à l'instant $n=4$. Le tassement n'y a de sens que pour $n\geq 4$. Soit δu_4^n l'incrément de tassement entre les instants n et $n+1$ au-dessus de la couche 4. On définit le tassement de la couche 4 à l'instant n : Δu_4^n, comme l'accumulation des incréments de tassement subis par la couche au cours du processus global de construction de la colonne de sol, c'est-à-dire par la pose des couches successives situées au-dessus d'elle ($n\geq 5$).
Ainsi : $\Delta u^{n\geq 4}=\sum_{i=4}^{n}\delta u_4^i$ avec $\delta u_4^n=u_4^n-u_4^{n-1}$

Ainsi, par décomposition du processus itératif, on réécrit facilement le tassement comme étant :

$$\Delta u_4^{n\geq 4}=u_4^n-u_4^0 .$$

c'est-à-dire le déplacement au-dessus de la 4ème couche à l'instant n (sous l'action des couches situées au-dessus d'elle), *moins son déplacement lors de sa pose* ($n=4$).

La validation est effectuée par comparaison aux solutions GEFDYN fournies par l'École Centrale Paris.



A l'instant $n\geq 4$:

$$\Delta \boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{n\geq 4}}=\sum_{i=4}^{n}\delta \boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{i}}$$
$$=\sum_{i=4}^{n}\boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{i}}-\boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{i-1}}$$
$$=\boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{n}}-\boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{4}}=\boldsymbol{u}_4^{\boldsymbol{n}}-\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{4,0}}$$

Pour la modélisation C, on réalise également le calcul d'option élémentaire PDIL_ELGA dans le but de valider les développements numériques pour les modélisations HM. Les valeurs obtenues sont testées en non-régression.

2.3 Incertitudes sur la solution

Les résultats établis lors de la modélisation avec le logiciel Elements Finis GEFDyn de l'Ecole Centrale Paris sont précis suivant les niveaux des critères de convergence utilisés dans ce logiciel. La définition des critères de convergence est précisée dans le manuel d'utilisation du logiciel [1]. La valeur des critères portant sur les déplacements et la pression hydraulique est égale à 10^{-3} et la valeur des critères portant sur les déséquilibres mécaniques (forces) et hydrauliques (flux) est égale à 10^{-2} .

2.4 Références bibliographiques

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

[1] D. Aubry, A. Modaressi. *GEFDyn, Maneul Scientifique*. Ecole Centrale Paris, LMSS-Mat, 1996.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation **A** est *tridimensionnelle* et *quasi-statique*. On utilise une *modélisation avec intégration sélective* (MODELISATION = 'HMS').

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage utilisé est composé de 11 HEXA20, soit un élément pour chaque couche de la colonne de sol (10 éléments) , et le rocher sur lequel repose la colonne de sol.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Le tassement est calculé au sommet de chaque couche et comparé à des solutions données GEFDYN :

Tassement (en millimètres) de la couche n°1

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
2	-4.573	-4.648	-1.622%
3	-8.297	-8.391	-1.116%
4	-11.828	-11.940	-0.935%
5	-15.356	-15.440	-0.543%
6	-18.931	-18.980	-0.260%
7	-22.587	-22.650	-0.279%
8	-26.368	-26.470	-0.384%
9	-30.307	-30.490	-0.600%
10	-34.419	-34.730	-0.895%

Tassement (en millimètres) de la couche n°2

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
3	-9.093	-8.409	8.136%
4	-16.386	-15.720	4.236%
5	-23.453	-22.780	2.956%
6	-30.555	-29.830	2.430%
7	-37.785	-37.030	2.039%
8	-45.222	-44.510	1.600%
9	-52.942	-52.360	1.112%
10	-60.992	-60.610	0.630%

Tassement (en millimètres) de la couche n°3

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
4	-12.010	-11.980	0.251%
5	-22.813	-22.800	0.055%
6	-33.445	-33.410	0.105%
7	-44.202	-44.120	0.186%
8	-55.213	-55.150	0.115%
9	-66.589	-66.650	-0.091%
10	-78.419	-78.730	-0.395%

Tassement (en millimètres) de la couche n°4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
5	-16.280	-15.470	5.238%
6	-30.682	-29.840	2.821%
7	-44.984	-44.110	1.981%
8	-59.522	-58.650	1.486%
9	-74.471	-73.690	1.060%
10	-89.956	-89.430	0.588%

Tassement (en millimètres) de la couche n°5

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
6	-20.109	-19.020	5.725%
7	-38.202	-37.050	3.109%
8	-56.300	-55.150	2.085%
9	-74.776	-73.700	1.460%
10	-93.833	-92.980	0.917%

Tassement (en millimètres) de la couche n°6

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
7	-23.832	-22.680	5.080%
8	-45.723	-44.540	2.657%
9	-67.763	-66.650	1.669%
10	-90.345	-89.440	1.012%

Tassement (en millimètres) de la couche n°7

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
8	-27.632	-26.500	4.271%
9	-53.465	-52.380	2.072%
10	-79.610	-78.720	1.131%

Tassement (en millimètres) de la couche n°8

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
9	-31.369	-30.520	2.783%
10	-61.288	-60.630	1.085%

Tassement (en millimètres) de la couche n°9

Numéro d'étape	Code_Aster	GEFDYN	erreur relative
10	-35.435	-34.750	1.973%

3.4 Commentaires

L'erreur relative est d'au maximum 9% , ce qui est relativement satisfaisant.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation **B** est *bidimensionnelle* et *quasi-statique*. On utilise une *modélisation avec intégration classique* (MODELISATION = 'HM'). On superpose au problème hydro-mécanique « macroscopique » ainsi défini un modèle de *second gradient de dilatation*, dit « microscopique », Les paramètres constitutifs du modèle de second gradient sont déterminés de façon à ne pas modifier la solution de base du problème macroscopique. Notamment, on choisit le coefficient de pénalisation petit : PENA_LAGR = 1,

Le modèle de second gradient s'utilise comme un patch qu'on superpose au problème macroscopique : au maillage initial (ici QUAD8), il faut superposer un maillage (constitué de QUAD9) sur lequel sera défini le modèle de second gradient. C'est ce qui est fait dans cette modélisation où on donne en entrée un maillage QUAD8 double, dont l'un des deux est transformé en QUAD9 à l'aide de la commande : CREA_MAILLAGE → MODI_MAILLAGE → OPTION='QUAD8_9',

Le modèle de second gradient permet de traiter les phénomènes d'instabilité matérielle liés à la perte d'ellipticité du tenseur contrainte-déformation, et qui se traduisent par une localisation des déformations. Ici, on ne cherche pas vraiment à régulariser le problème (étant donné qu'il n'y a pas d'instabilité matérielle), mais à mettre en œuvre le modèle de second gradient dans un cas-test relativement représentatif,

On utilise aussi cette modélisation pour tester la possibilité de procéder à une analyse dynamique sous sollicitation sismique avec l'opérateur DYNA_NON_LINE. Pour cela, on remplace la condition de blocage en bas de la colonne de l'étape statique par l'affectation d'éléments de frontière absorbante. Puis on utilise la même sollicitation sismique en accélération imposée que dans les tests WDNP101.

4.2 Caractéristiques du maillage

Pour la modélisation DPLAN_HM, chaque couche de sol est représentée par un élément QUAD8, soit 11 éléments au total. Le maillage de superposition est constitué d'éléments QUAD9, soit également 11 éléments au total.

On superpose au problème de couplage hydromécanique macroscopique un modèle de second gradient de dilatation microscopique, Dans l'intégration des équations d'équilibre, on demande ainsi une réactualisation de la matrice tangente, laquelle est fournie par les routines de la loi de Hujeux et accélère sensiblement la convergence. On demande également la subdivision du pas de temps (commande DEFI_LIST_INST) pour traiter les situations d'échec de l'intégration locale dû à des incréments de chargement trop grands. *Cette fonctionnalité est grandement recommandée*.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Inchangés par rapport à la modélisation **A** pour la partie statique. On teste également en non régression le maximum de réponse en accélération sur un court intervalle de temps.

4.4 Commentaires

Ces résultats valident la capacité de la modélisation de second gradient de dilatation à être utilisée pour les calculs avec un chargement de pesanteur, puis avec un chargement sismique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation **C** est *bidimensionnelle* et *quasi-statique*. On utilise une *modélisation avec intégration classique* (MODELISATION = 'HM'). La première différence avec la modélisation **A** est liée au passage d'une modélisation 3D_HM à une modélisation DPLAN_HM. La deuxième différence tient à l'utilisation d'une matrice sécante de rigidité pour la résolution de l'équilibre globale de la structure entre les forces internes et les efforts extérieurs appliqués.

5.2 Caractéristiques du maillage

Chaque couche est représentée par un élément QUAD8. Le maillage complet est donc constitué de 11 éléments QUAD8.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Le tassement est calculé au sommet de chaque couche et comparé à des solutions données GEFDYN :

Tassement (en millimètres) de la couche n°1

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
2	-4.648	4.00
3	-8.391	3.00
4	-11.940	2.00
5	-15.440	2.00
6	-18.980	2.00
7	-22.650	2.00
8	-26.470	2.00
9	-30.490	2.00
10	-34.730	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°2

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
3	-8.409	3.00
4	-15.720	2.00
5	-22.780	2.00
6	-29.830	2.00
7	-37.030	2.00
8	-44.510	2.00
9	-52.360	2.00
10	-60.610	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°3

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
4	-11.980	2.00
5	-22.800	2.00
6	-33.410	2.00
7	-44.120	2.00
8	-55.150	2.00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9	-66.650	2.00
10	-78.730	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°4

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
5	-15.470	2.00
6	-29.840	2.00
7	-44.110	2.00
8	-58.650	2.00
9	-73.690	2.00
10	-89.430	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°5

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
6	-19.020	2.00
7	-37.050	2.00
8	-55.150	2.00
9	-73.700	2.00
10	-92.980	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°6

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
7	-22.680	2.00
8	-44.540	2.00
9	-66.650	2.00
10	-89.440	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°7

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
8	-26.500	2.00
9	-52.380	2.00
10	-78.720	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°8

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
9	-30.520	2.00
10	-60.630	2.00

Tassement (en millimètres) de la couche n°9

Numéro d'étape	GEFDYN	Tolérance (%)
10	-34.750	2.00

L'option de calcul élémentaire INDL_ELGA est également testée en non-régression pour valider son développement en modélisation DPLAN_HM. Toutes les composantes sont testées sur la maille $M2$, située à la base de la colonne, juste au-dessus du rocher élastique.

Numéro d'étape	Composante INDL_ELGA	Type de référence	Référence	Tolérance (absolue)
10	INDICE	NON_REGRESSION	0.0	0.001

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10	DIR1	NON_REGRESSION	0.0	0.001
10	DIR2	NON_REGRESSION	0.0	0.001
10	DIR3	NON_REGRESSION	0.0	0.001
10	DIR4	NON_REGRESSION	0.0	0.001

L'option de calcul élémentaire PDIL_ELGA est testée en non-régression pour valider son développement en modélisation DPLAN_HM. La composante A1_LC2 est testée sur la maille $M2$, située à la base de la colonne, juste au-dessus du rocher élastique.

Numéro d'étape	Composante INDL_ELGA	Type de référence	Référence	Tolérance (absolue)
10	A1_LC2	NON_REGRESSION	0.0	0.001

5.4 Commentaires

L'erreur relative est d'au maximum 4%, ce qui est relativement satisfaisant. Les résultats sont globalement plus proches des résultats issus de la référence, en comparaison des modélisations **A** et **B**. On peut ajouter que l'algorithme utilisé dans cette modélisation pour résoudre l'équilibre de la structure est identique à celui de la référence, ce qui peut expliquer ces résultats.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation **D** est *bidimensionnelle* et *quasi-statique*. Elle est identique à la modélisation **C**, à trois différences près :

- on utilise une *modélisation sous-intégrée* (MODELISATION = 'D_PLAN_HM_SI') au lieu de la modélisation classique (MODELISATION = 'D_PLAN_HM');
- on effectue un redimensionnement du problème hydro-mécanique saturé en appliquant les facteurs de redimensionnement $P_0=10^{+6}$ et $K_0=10^{-5}$;
- Le critère de convergence utilisé est RESI_REFE_RELA = 10^{-4}, avec SIGM_REFE = 1 et FLUX_HYD1_REFE = 1 ;

6.2 Caractéristiques du maillage

Inchangées par rapport à la modélisation **C**.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Inchangées par rapport à la modélisation **C**. Le post-traitement doit tenir compte de la transformation inverse vers les unités d'origine.

6.4 Commentaires

Ces résultats valident la modélisation sous-intégrée et la méthode de redimensionnement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation **E** est *bidimensionnelle* et *quasi-statique*. Elle est identique à la modélisation **D**, sauf que le critère de convergence utilisé est RESI_GLOB_RELA = 10^{-8}.

7.2 Caractéristiques du maillage

Inchangées par rapport à la modélisation **D**.

7.3 Grandeurs testées et résultats

Inchangées par rapport à la modélisation **D**.

7.4 Commentaires

Ces résultats valident la modélisation sous-intégrée et la méthode de redimensionnement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

On représente dans la **Figure 1** une comparaison des tassements calculées le long de la colonne de sol par *Code_Aster* et *GEFDYN* (à l'aide de la modélisation **A**), Comme on peut le constater, la coïncidence des résultats est plutôt satisfaisante.

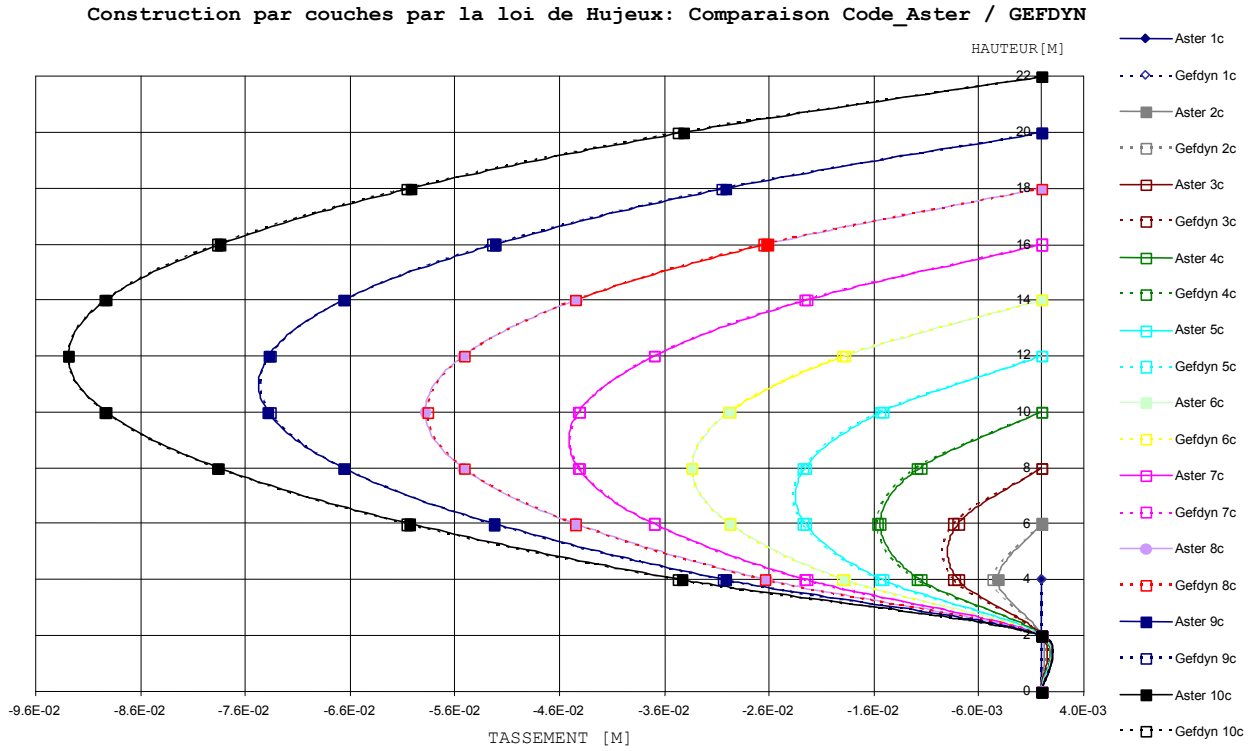


Figure 1 : *Tassement dans la colonne de sol à chaque étape de calcul : comparaison des solutions Code_Aster et GEFDYN.*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)