

---

## HSNV132 - Fissure X-FEM en thermo-élasticité

---

### Résumé

Ce test a pour but de valider la prise en compte d'un chargement thermique pour un calcul de fissuration par la méthode X-FEM [bib1] sur un cas académique 2D/3D .

Ce test met en jeu une plaque carrée avec une fissure droite débouchante, encastrée sur le bord inférieur, et soumise à un gradient de température horizontal. Ce chargement a pour effet d'ouvrir la fissure. On compare le déplacement pour le nœud extrémité en haut à droite, pour FEM et X-FEM. Ce test comporte un appel à THER\_LINEAIRE, puis MECA\_STATIQUE.

Quatre modélisations sont considérés :

- modélisation *A* : FEM 2D (pris comme référence),
- modélisation *B* : X-FEM 2D , fissure au milieu des éléments,
- modélisation *C* : X-FEM3D (on bloque les déplacements suivant  $z$  ), fissure au milieu des éléments,
- modélisation *D* : X-FEM3D , modélisation en vrai 3d , sans mettre  $DZ=0$  , pour valider le calcul de  $G$  en 3D .
- modélisation *E* : X-FEM3D , modélisation en vrai 3d , sans mettre  $DZ=0$  , pour valider le calcul de  $G$  en 3D . Similaire à la modélisation *D* sauf le fait que les surfaces supérieure et inférieure ont été encastrées pour induire des contraintes importantes.

On trouve un écart inférieur à 1% pour le déplacement, et un écart de 3,5% sur  $K_I$  et 1,4 % sur  $K_{II}$ .

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

La structure 2d est un carré unitaire ( $LX=1\text{ m}$ ,  $LY=1\text{ m}$ ), comportant une fissure droite débouchante à droite, située à mi-hauteur. [Figure 1.1-1]. On appelle la ligne de gauche la ligne en  $x=0$ , la ligne de droite la ligne en  $x=LX$  et la ligne inférieure la ligne en  $y=0$ .

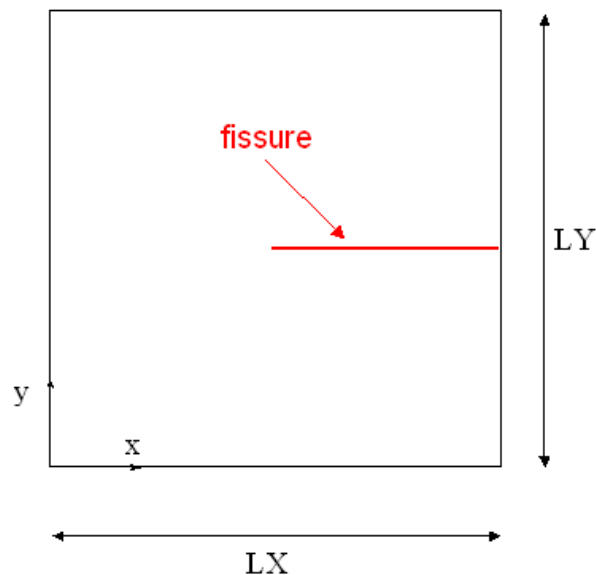


Figure 1.1-1 : géométrie de la plaque carrée fissurée

### 1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young :  $E = 205000\text{ MPa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.3$

Coefficient de dilatation thermique :  $\alpha = 1,28210^{-5}$

Conductivité thermique :  $\lambda = 1\text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$

Capacité calorifique volumique :  $\rho C_p = 0\text{ J.m}^{-3}.K^{-1}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

#### 1.3.1 Pour la partie thermique

Le chargement thermique consiste à appliquer une température imposée  $T = 20^\circ\text{C}$  sur les nœuds de la ligne de gauche et une température imposée  $T = 220^\circ\text{C}$  sur les nœuds de la ligne de droite. Le gradient de température est uniforme et ouvre la fissure en mode mixte.

#### 1.3.2 Pour la partie mécanique

Les nœuds de la ligne inférieure sont encastés.

## 1.4 Bibliographie

1. GENIAUT S., MASSIN P. : eXtended Finite Element Method, Manuel de référence de Code\_Code\_Aster, [R7.02.12]
2. GALENNE E., PROIX J.M. : Calcul des facteurs d'intensité de contraintes, [R7.02.08].

## 2 Modélisation A : fissure maillée en dimension 2

Dans cette modélisation, on considère la structure en 2D. La méthode des éléments finis classique est utilisée. Cette modélisation sert de référence pour la suite.

### 2.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de  $100 \times 100$  QUAD8, respectivement suivant les axes  $x$ ,  $y$ . La fissure est maillée.

### 2.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement suivant  $X$  et  $Y$  du point extrémité 'PTEXTR' de coordonnées (1;1).

On teste aussi la valeur du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$ , donnée par CALC\_G, option CALC\_K\_G ainsi que celle donnée par le  $K_I$  de POST\_K1\_K2\_K3 [bib2].

Finalement, on teste le  $G$  donné par par CALC\_G, option CALC\_G.

Tous ces tests sont des tests de non-régression.

Les valeurs obtenues pour DX, DY, G et la valeur de K1 obtenue avec CALC\_K\_G servent de valeurs de références pour les modélisations suivantes.

Identification	Code_Aster
DX (PTEXTR)	- 8,7404263 10 <sup>-4</sup>
DY (PTEXTR)	3,826096 10 <sup>-3</sup>
K1 (CALC_G/CALC_K_G)	9,0328413 10 <sup>6</sup>
K1 (POST_K1_K2_K3)	8,4543655 10 <sup>6</sup>
G (CALC_G/CALC_G)	492,82

## 3 Modélisation B : fissure non-maillée en dimension 2

Dans cette modélisation, on considère la structure en 2D. La méthode des éléments finis étendue (X-FEM) est utilisée.

Cette modélisation fait intervenir deux fichiers de commande (hsnv132b.comm et hsnv132b.com1). Dans chaque fichier, on modélise strictement le même problème, mais par une stratégie différente (uniquement à des fins de validation). Les grandeurs testées, ainsi que les valeurs de non régression sont identiques d'un fichier à l'autre.

fichier hsnv132b.comm :

Les éléments X-FEM n'interviennent qu'au niveau du calcul mécanique pour représenter la discontinuité du déplacement au travers de la fissure. Pour la partie thermique, la température est calculée sur un modèle thermique sain, la température est de fait continue au travers des lèvres de la fissure.

fichier hsnv132b.com1 :

Les éléments X-FEM interviennent au niveau du calcul thermique et au niveau du calcul mécanique. Pour la partie thermique, on impose une température continue au travers de l'interface (via `AFFE_CHAR_THER / ECHANGE_PAROI / TEMP_CONTINUE = 'OUI'`). On modélise donc le même problème que dans le précédent fichier de commande, mais avec une discrétisation différente.

### 3.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de  $101 \times 101$  QUAD4, respectivement suivant les axes  $x$ ,  $y$ . La fissure n'est pas maillée.

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement suivant  $X$  et  $Y$  du point extrémité 'PTEXTR' de coordonnées (1,1).

On teste aussi la valeur du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$ , donnée par `CALC_G`, option `CALC_K_G` ainsi que celle donnée par le  $K_I$  de `POST_K1_K2_K3`.

Finalement, on teste le  $G$  donné par `CALC_G`, option `CALC_G`.

Les valeurs de référence sont celles obtenues par la modélisation A.

Identification	Type de référence	Référence	% Tolérance
DX (PTEXTR)	AUTRE_ASTER	- 8,740426 $10^{-4}$	2,0
DY (PTEXTR)	AUTRE_ASTER	3,826096 $10^{-3}$	1,0
K1 (CALC_G/CALC_K_G)	AUTRE_ASTER	9,0328413 $10^6$	2,0
K1 (POST_K1_K2_K3)	AUTRE_ASTER	9,0328413 $10^6$	4,0
G (CALC_G/CALC_G)	AUTRE_ASTER	492,82	2,0

## 4 Modélisation C : fissure non-maillée en faux 3D

Dans cette modélisation, on considère la structure en 3d, mais tous les degrés de liberté suivant  $z$  (pas seulement les déplacements) sont mis à zéro pour se ramener au cas 2d. La méthode des éléments finis étendue (X-FEM) est utilisée.

Cette modélisation fait intervenir deux fichiers de commande (hsnv132c.comm et hsnv132c.com1). Dans chaque fichier, on modélise strictement le même problème, mais par une stratégie différente (uniquement à des fins de validation). Les grandeurs testées, ainsi que les valeurs de non régression sont identiques d'un fichier à l'autre.

fichier hsnv132c.comm :

Les éléments X-FEM n'interviennent qu'au niveau du calcul mécanique pour représenter la discontinuité du déplacement au travers de la fissure. Pour la partie thermique, la température est calculée sur un modèle thermique sain, la température est de fait continue au travers des lèvres de la fissure.

fichier hsnv132c.com1 :

Les éléments X-FEM interviennent au niveau du calcul thermique et au niveau du calcul mécanique. Pour la partie thermique, on impose une température continue au travers de l'interface (via `AFPE_CHAR_THER / ECHANGE_PAROI / TEMP_CONTINUE = 'OUI'`). On modélise donc le même problème que dans le précédent fichier de commande, mais avec une discrétisation différente.

### 4.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de  $11 \times 11 \times 1$  HEXA8, respectivement suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . La fissure n'est pas maillée.

### 4.2 Conditions aux limites et chargements

Pour se ramener au cas 2D, il est nécessaire de bloquer tous les degrés de liberté suivants  $z$ . Bloquer les déplacements suivant  $z$  ne suffit pas, les degrés de liberté enrichis ont une forte importance. Il faut donc imposer  $DZ=0$  sur tous les nœuds, et d'imposer aussi  $HIZ=0$  sur les nœuds enrichis par Heaviside et  $E1Z=E2Z=E3Z=E4Z=0$  sur tous les nœuds enrichis par les fonctions asymptotiques.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement suivant  $X$  et  $Y$  du point extrémité 'PTEXTR' de coordonnées (1,1).

On ne teste pas la valeur du taux de restitution d'énergie  $G$  donnée par `CALC_G` ni celle du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  donnée par le  $K_I$  de `POST_K1_K2_K3` car le fait de contraindre les déplacements suivant  $Z$  n'est pas en conformité avec le 2D du point de vue énergétique.

Les valeurs de référence sont celles obtenues par la modélisation A.

Identification	Type de référence	Référence	% tolérance
DX (PTEXTR)	AUTRE_ASTER	- 8,740426 10 <sup>-4</sup>	2
DY (PTEXTR)	AUTRE_ASTER	3,826095 10 <sup>-3</sup>	1

## 5 Modélisation D : fissure non-maillée en vrai 3D

Dans cette modélisation, on considère la structure en 3D. La méthode des éléments finis étendue (X-FEM) est utilisée.

Cette modélisation fait intervenir deux fichiers de commande (hsnv132d.comm et hsnv132d.com1). Dans chaque fichier, on modélise strictement le même problème, mais par une stratégie différente (uniquement à des fins de validation). Les grandeurs testées, ainsi que les valeurs de non régression sont identiques d'un fichier à l'autre.

fichier hsnv132d.comm :

Les éléments X-FEM n'interviennent qu'au niveau du calcul mécanique pour représenter la discontinuité du déplacement au travers de la fissure. Pour la partie thermique, la température est calculée sur un modèle thermique sain, la température est de fait continue au travers des lèvres de la fissure.

fichier hsnv132d.com1 :

Les éléments X-FEM interviennent au niveau du calcul thermique et au niveau du calcul mécanique. Pour la partie thermique, on impose une température continue au travers de l'interface (via `AFPE_CHAR_THER / ECHANGE_PAROI / TEMP_CONTINUE = 'OUI'`). On modélise donc le même problème que dans le précédent fichier de commande, mais avec une discrétisation différente.

### 5.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de  $31 \times 31 \times 10$  HEXA8, respectivement suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . La fissure n'est pas maillée.

### 5.2 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes  $G$  donnés par `CALC_G` et `CALC_K_G` sur le point 5 du fond de la fissure. Ces valeurs sont identiques.

Identification	Type de référence	Valeurs de référence
$G$	'NON_REGRESSION'	231.412800803

Remarques :

1. On note que le barreau est quasi-libre de dilatation thermique.
2. On note que  $G_{IRWIN}$  est très différent de  $G$  calculé par `CALC_G`. C'est un problème purement thermique. Le fait qu'on utilise les solutions singulières d'un problème thermo-mécanique a entraîné des valeurs des  $K$  mauvais. Cependant, les valeurs de  $G$  est juste. Voir les documents R pour plus d'information.
3. On note que les valeurs de  $G$  obtenues avec l'option `CALC_G` et `CALC_K_G` sont identiques.

## 6 Modélisation E : fissure non-maillée en 3D avec 2 surfaces encastrées

Dans cette modélisation, on considère la structure en 3D identique à la modélisation D sauf le fait que les 2 surfaces supérieure et inférieure ont été encastrées pour induire des contraintes importantes. La méthode des éléments finis étendue ( X-FEM ) est utilisée.

Cette modélisation fait intervenir deux fichiers de commande (hsnv132e.comm et hsnv132e.com1). Dans chaque fichier, on modélise strictement le même problème, mais par une stratégie différente (uniquement à des fins de validation). Les grandeurs testées, ainsi que les valeurs de non régression sont identiques d'un fichier à l'autre.

fichier hsnv132e.comm :

Les éléments X-FEM n'interviennent qu'au niveau du calcul mécanique pour représenter la discontinuité du déplacement au travers de la fissure. Pour la partie thermique, la température est calculée sur un modèle thermique sain, la température est de fait continue au travers des lèvres de la fissure.

fichier hsnv132e.com1 :

Les éléments X-FEM interviennent au niveau du calcul thermique et au niveau du calcul mécanique. Pour la partie thermique, on impose une température continue au travers de l'interface (via `AFPE_CHAR_THER / ECHANGE_PAROI / TEMP_CONTINUE = 'OUI'`). On modélise donc le même problème que dans le précédent fichier de commande, mais avec une discrétisation différente.

### 6.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de  $31 \times 31 \times 10$  HEXA8, respectivement suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . La fissure n'est pas maillée.

### 6.2 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes  $G$  donnés par `CALC_G` et `CALC_K_G` sur le point 5 du fond de la fissure. Ces valeurs sont identiques. On teste ainsi les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes.

Identification	Type de référence	Valeurs de référence
$G$ obtenu avec <code>CALC_G/CALC_G</code>	'NON_REGRESSION'	393366.055819
$G$ obtenu avec <code>CALC_G/CALC_G/</code>	'NON_REGRESSION'	393366.055819
$K_I$ obtenu avec <code>CALC_G/CALC_G/</code>	'NON_REGRESSION'	-310148521.794
$K_{II}$ obtenu avec <code>CALC_G/CALC_G/</code>	'NON_REGRESSION'	-16044.9748463
$K_{III}$ obtenu avec <code>CALC_G/CALC_G/</code>	'NON_REGRESSION'	884808.766742

Remarques :

1. On note que  $G_{IRWIN}$  n'est pas très différent de  $G$  calculé par `CALC_G`. Le fait qu'on utilise les solutions singulières d'un problème thermo-mécanique a entraîné des valeurs des  $K$  approchées. Cependant, les valeurs de  $G$  est juste. Voir les documents R pour plus d'information.
2. On note que les valeurs de  $G$  obtenues avec l'option `CALC_G` et `CALC_K_G` sont identiques.



## 7 Synthèses des résultats

---

Les objectifs de ce test sont atteints :

- valider sur un cas simple la prise en compte de la température sur le calcul mécanique avec X-FEM
- valider le calcul des facteurs d'intensité de contraintes pour les éléments X-FEM , notamment les termes liés à la thermique.