

## SSNS 502 - Grands déplacements d'un panneau cylindrique élastoplastique simplement supporté

---

### Résumé :

Ce test représente un calcul de stabilité d'un panneau cylindrique simplement supporté soumis à un effort concentré en son centre.

Il permet de valider la modélisation éléments finis `COQUE_3D` avec les mailles `TRIA7` et `QUAD9` dans le domaine quasi-statique non-linéaire géométrique en présence de fortes instabilités pour le comportement élastoplastique.

Les déplacements et la charge critique sont comparés à une solution de référence numérique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

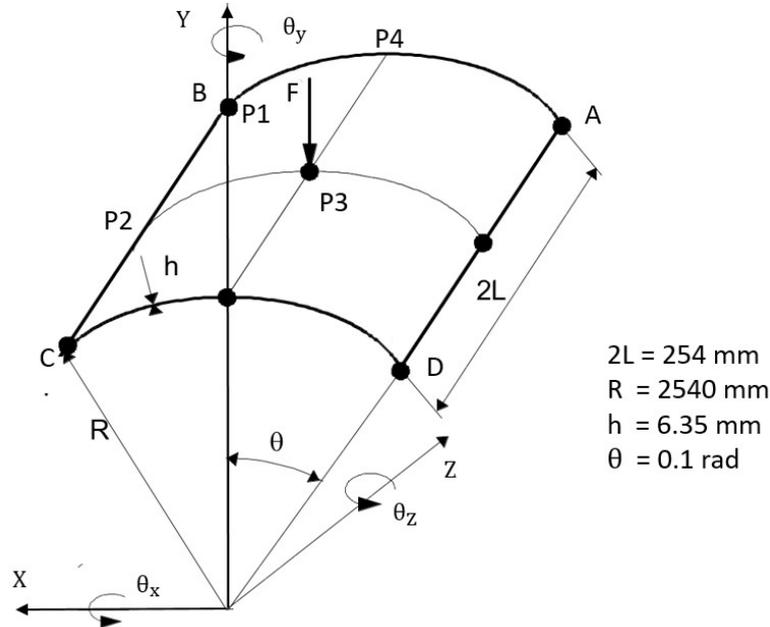


Image 1.1-1. Géométrie du panneau

### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant le panneau dans le cas élastique sont :

|                           |                        |
|---------------------------|------------------------|
| $E = 3103 \text{ N/mm}^2$ | Module d'Young         |
| $\nu = 0.3$               | Coefficient de poisson |

Tableau 1.2-1. Propriétés du matériau élastique

Dans le cas élastoplastique avec un écrouissage linéaire, les propriétés sont :

|                            |                                |
|----------------------------|--------------------------------|
| $E = 3103 \text{ N/mm}^2$  | Module d'Young                 |
| $\nu = 0.3$                | Coefficient de poisson         |
| $S_y = 1.0 \text{ N/mm}^2$ | limite d'élasticité            |
| $E_T = E/2 = 1551.5$       | pente de la courbe de traction |

Tableau 1.2-2. Propriétés du matériau élastoplastique avec un écrouissage linéaire

Dans le cas plastique parfaite, les propriétés sont :

|                            |                                |
|----------------------------|--------------------------------|
| $E = 3103 \text{ N/mm}^2$  | Module d'Young                 |
| $\nu = 0.3$                | Coefficient de poisson         |
| $S_y = 1.0 \text{ N/mm}^2$ | limite d'élasticité            |
| $E_T = 0$                  | pente de la courbe de traction |

Tableau 1.2-3 . Propriétés du matériau plastique parfaite

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : panneau simplement supporté sur les côtés  $AD$  et  $BC$  (déplacements nuls, rotations libres)
- On cherche les états successifs d'équilibre sous une charge  $F = -1000\text{ N}$  imposée au point  $P_3$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence a été obtenue avec un maillage 10x10 des éléments finis de coque T5-IAS4 (*Isoparametric Finite Element*) à 4 nœuds avec 5 degrés de liberté par nœud en formulation isoparamétrique dans la théorie de coque « *Finite Rotation Reissner-Mindlin* » améliorée. Cette solution est décrite en détails dans [bib1].

### 2.2 Résultats de référence

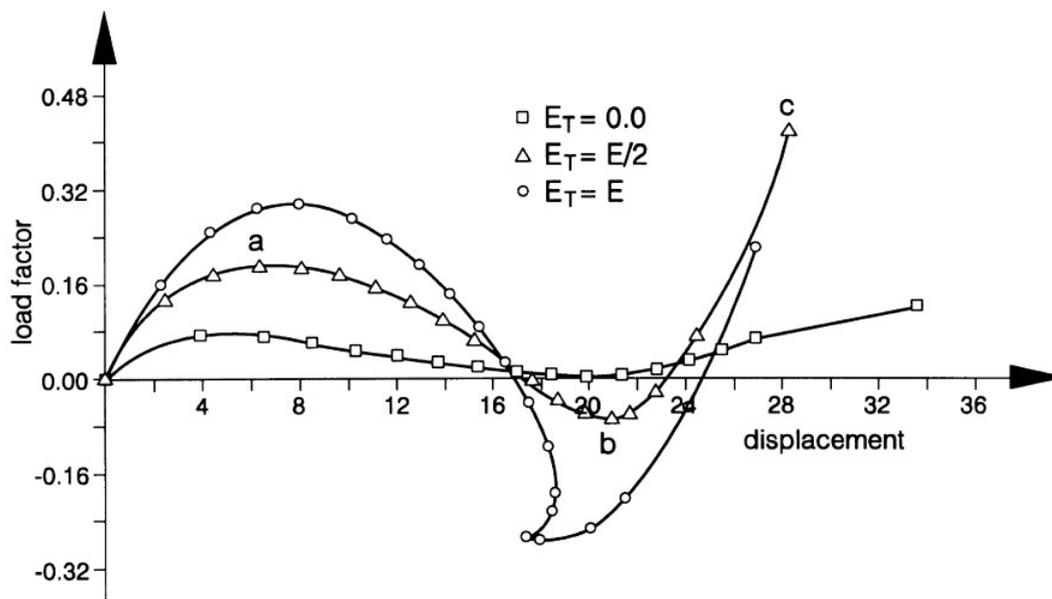


Image 2.2-1. Solution de référence numérique

### 2.3 Références bibliographiques

- 1) U. Montag, W.B. Krätzig, J.Soric. Increasing solution stability for finite-element modeling of elasto-plastic shell response. *Advances in Engineering Software* 30 (1999) 607-619.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

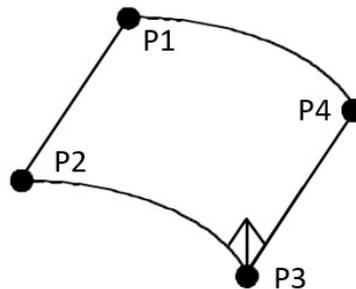


Image 3.1-1. Schéma du quart du panneau simulé dans la modélisation

On applique les propriétés de matériau élastique. On modélise un quart du panneau ( $P_1P_2P_3P_4$ ) grâce à la symétrie géométrique.

Conditions aux limites :

- Côté  $P_1P_2$  :  $u=v=w=0$ .

Conditions de symétrie :

- Côté  $P_2P_3$  :  $w=\theta_x=\theta_y=0$ .

- Côté  $P_3P_4$  :  $u=\theta_y=\theta_z=0$ .

Chargement :

- Point P3 :  $F/4 = -250\text{ N}$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2481

Nombre de mailles et type : 800 TRIA7

### 3.3 Comparaison des résultats

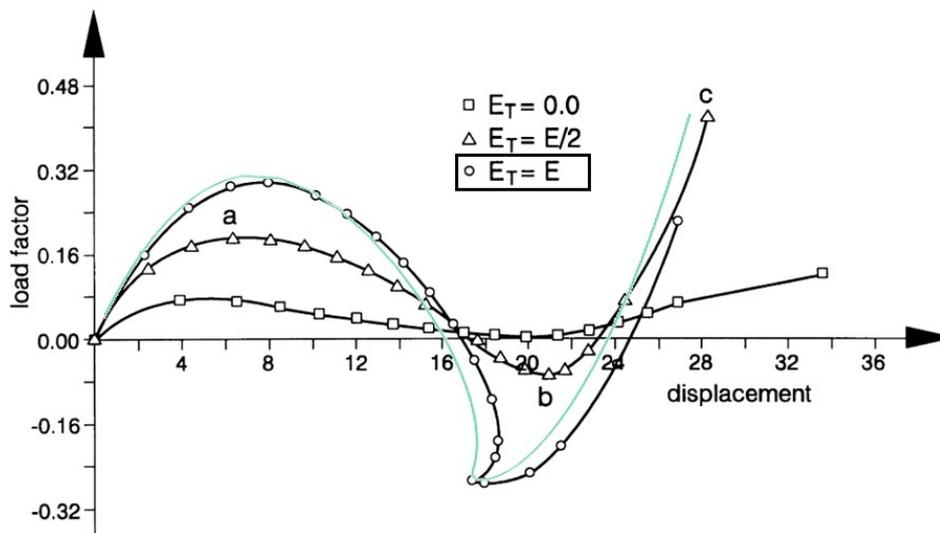


Image 3.3-1. Chargement en fonction du DZ au P3 : Comparaison entre la référence et les résultats de Code\_Aster pour le cas élastique avec les mailles de TRIA7

### 3.4 Remarques

Dans le cas élastique, le comportement du panneau change complètement et montre nettement des points de retour en charge et en déplacement « snap-through/snap-back ». Par conséquent, la stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- calcul en chargement imposé jusqu'à  $F = 308 \text{ N}$
- calcul en "déplacement imposé" : ensuite, on impose un déplacement imposé en utilisant la technique de la longueur d'arc imposée sur toute la structure (option `LONG_ARC` dans `STAT_NON_LINE`).

Pour la solution de référence, seulement une courbe du facteur de chargement ( $E_T$ ) en fonction du déplacement absolu au P3 est disponible. Les valeurs de référence étant à extraire sur un graphique, les comparaisons précises sont rendues difficiles. Par conséquent, on ne vérifie que les valeurs de non-régression à quelques instants.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

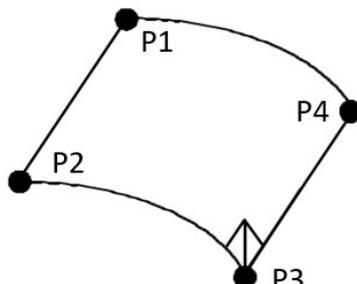


Image 4.1-1. Schéma du quart du panneau simulé dans la modélisation

On applique les propriétés de matériau élastique.

On modélise un quart du panneau grâce à la symétrie géométrique. Le chargement, les conditions aux limites et de symétrie sont les mêmes comme la modélisation A.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1681  
Nombre de mailles et type : 400 QUAD9

### 4.3 Comparaison des résultats

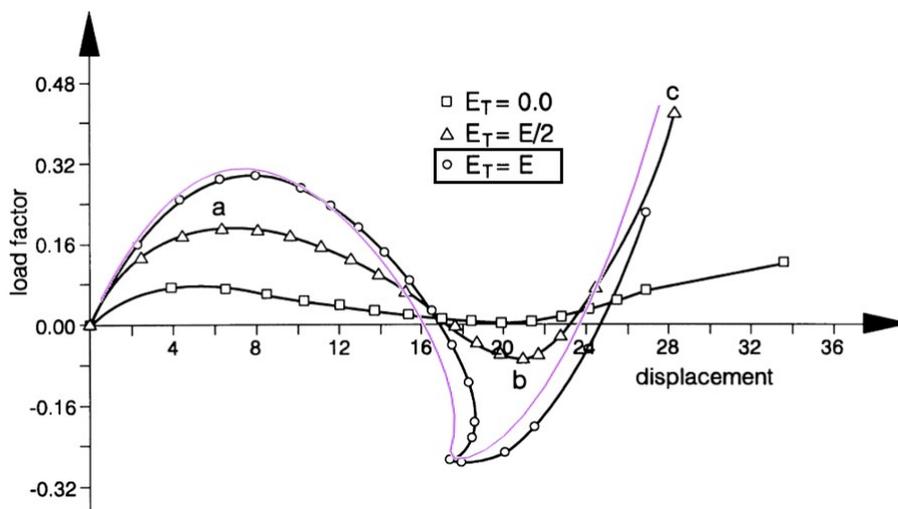


Image 4.3-1. Chargement en fonction du DZ au P3 : Comparaison entre la référence et les résultats de Code\_Aster pour le cas élastique avec les mailles de QUAD9

### 4.4 Remarques

Dans le cas élastique, le comportement du panneau change complètement et montre nettement des points de retour en charge et en déplacement « snap-through/snap-back ». Par conséquent, la stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- calcul en chargement imposé jusqu'à  $F = 308 N$
- calcul en "déplacement imposé" : ensuite, on impose un déplacement imposé en utilisant la technique de la longueur d'arc imposée sur toute la structure (option `LONG_ARC` dans `STAT_NON_LINE`).

Pour la solution de référence, seulement une courbe du facteur de chargement ( `ETA` ) en fonction du déplacement absolu au P3 est disponible. Les valeurs de référence étant à extraire sur un graphique, les comparaisons précises sont rendues difficiles. Par conséquent, on ne vérifie que les valeurs de non-régression à quelques instants.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

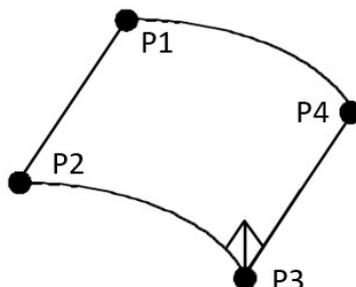


Image 5.1-1. Schéma du quart du panneau simulé dans la modélisation

On applique les propriétés de matériau élastoplastique avec un écrouissage linéaire.

On modélise un quart du panneau grâce à la symétrie géométrique. Le chargement, les conditions aux limites et de symétrie sont les mêmes comme la Modélisation A.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2481

Nombre de mailles et type : 800 TRIA7

### 5.3 Comparaison des résultats

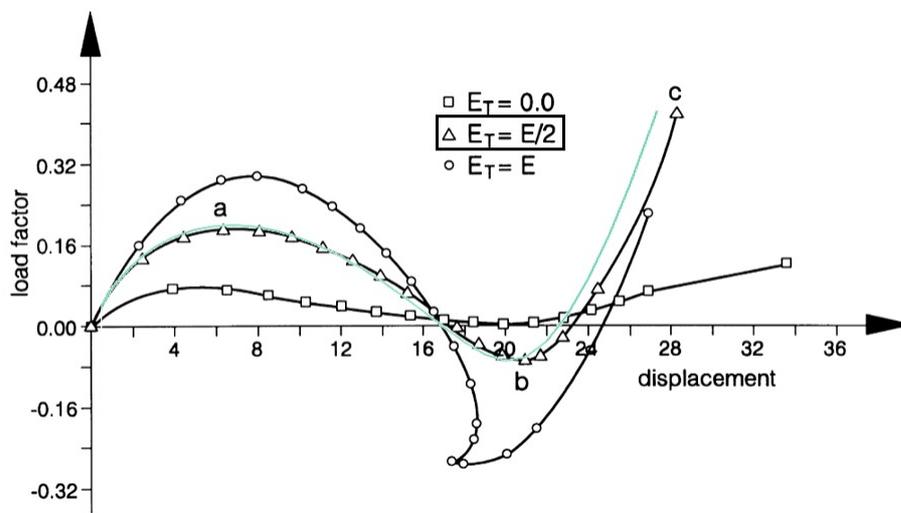


Image 5.3-1. Chargement en fonction du DZ au P3 : Comparaison entre la référence et les résultats de Code\_Aster pour le cas élastoplastique avec les mailles de TRIA7

### 5.4 Remarques

Dans le cas élastoplastique, le comportement du panneau montre des points de retour en charge mais nettement une croissance en déplacement. Ça permet un calcul en "déplacement imposé" : on impose simplement un déplacement imposé en utilisant la technique de pilotage sur le point P3 (option `DDL_IMPO` dans `STAT_NON_LINE`).

Pour la solution de référence, seulement une courbe du facteur de chargement (  $\eta$  ) en fonction du déplacement absolu au P3 est disponible. Les valeurs de référence étant à extraire sur un graphique, les comparaisons précises sont rendues difficiles. Par conséquent, on ne vérifie que les valeurs de non-régression à quelques instants.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

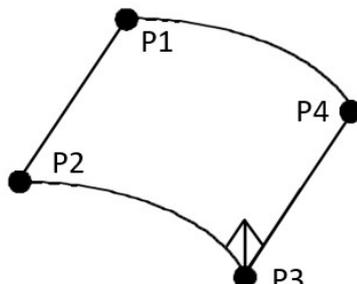


Image 6.1-1. Schéma du quart du panneau simulé dans la modélisation

On applique les propriétés de matériau élastoplastique avec un écrouissage linéaire.

On modélise un quart du panneau grâce à la symétrie géométrique. Le chargement, les conditions aux limites et de symétrie sont les mêmes comme la Modélisation A.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1681  
Nombre de mailles et type : 400 QUAD9

### 6.3 Comparaison des résultats

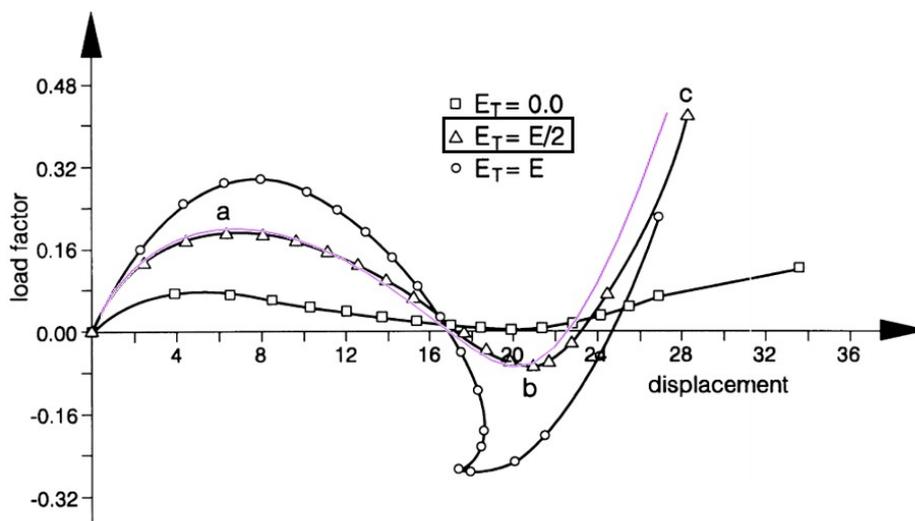


Image 6.3-1. Chargement en fonction du DZ au P3 : Comparaison entre la référence et les résultats de Code\_Aster pour le cas élastoplastique avec les mailles de QUAD9

### 6.4 Remarques

Dans le cas élastoplastique, le comportement du panneau montre des points de retour en charge mais nettement une croissance en déplacement. Ça permet un calcul en "déplacement imposé" : on impose simplement un déplacement imposé en utilisant la technique de pilotage sur le point P3 (option DDL\_IMPO dans STAT\_NON\_LINE).

Pour la solution de référence, seulement une courbe du facteur de chargement (  $\eta_{TA}$  ) en fonction du déplacement absolu au P3 est disponible. Les valeurs de référence étant à extraire sur un graphique, les comparaisons précises sont rendues difficiles. Par conséquent, on ne vérifie que les valeurs de non-régression à quelques instants.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

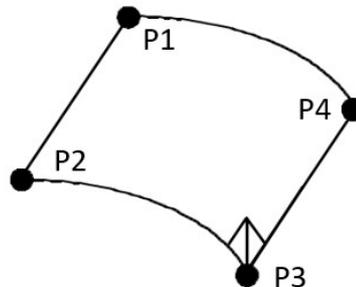


Image 7.1-1. Schéma du quart du panneau simulé dans la modélisation

On applique les propriétés de matériau avec la plasticité parfaite.

On modélise un quart du panneau grâce à la symétrie géométrique. Le chargement, les conditions aux limites et de symétrie sont les mêmes comme la modélisation A.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2481  
Nombre de mailles et type : 800 TRIA7

### 7.3 Comparaison des résultats

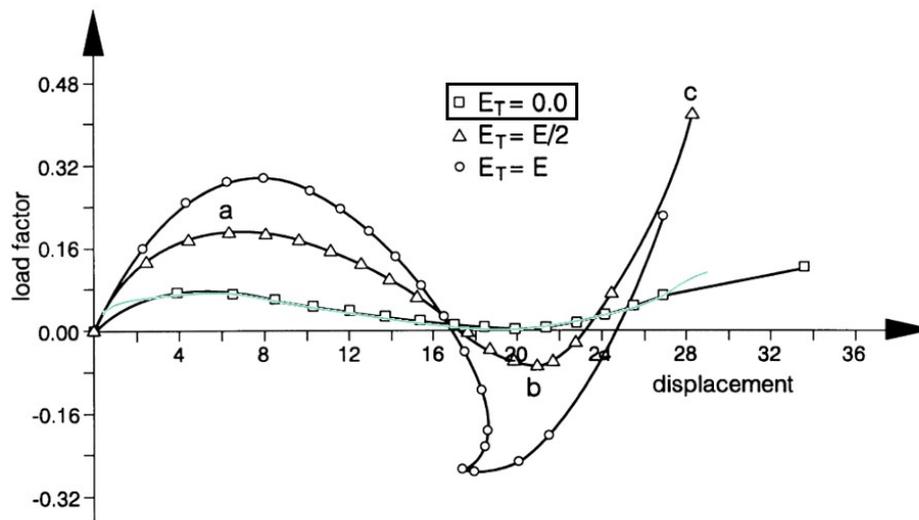


Image 7.3-1. Chargement en fonction du DZ au P3 : Comparaison entre la référence et les résultats de Code\_Aster pour le cas plastique parfaite avec les mailles de TRIA7

### 7.4 Remarques

Dans le cas élasto-plastique, le comportement du panneau montre des points de retour en charge mais nettement une croissance en déplacement. Ça permet un calcul en "déplacement imposé" : on impose simplement un déplacement imposé en utilisant la technique de pilotage sur le point P3 (option DDL\_IMPO dans STAT\_NON\_LINE).

Pour la solution de référence, seulement une courbe du facteur de chargement (  $\eta$  ) en fonction du déplacement absolu au P3 est disponible. Les valeurs de référence étant à extraire sur un graphique, les comparaisons précises sont rendues difficiles. Par conséquent, on ne vérifie que les valeurs de non-régression à quelques instants.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

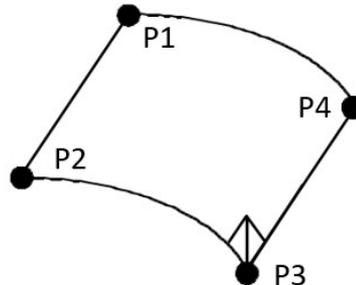


Image 8.1-1. Schéma du quart du panneau simulé dans la modélisation

On applique les propriétés de matériau avec la plasticité parfaite.

On modélise un quart du panneau grâce à la symétrie géométrique. Le chargement, les conditions aux limites et de symétrie sont les mêmes comme la Modélisation A.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1681  
Nombre de mailles et type : 400 QUAD9

### 8.3 Comparaison des résultats

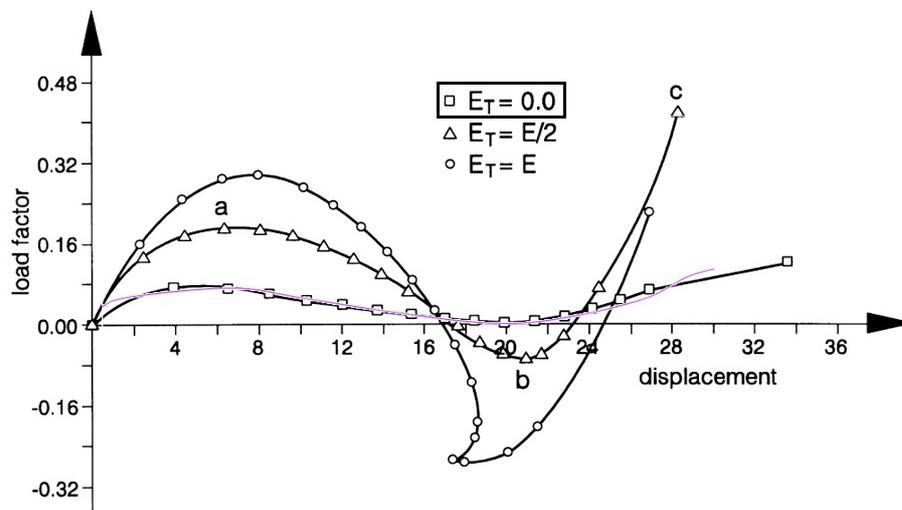


Image 8.3-1. Chargement en fonction du DZ au P3 : Comparaison entre la référence et les résultats de Code\_Aster pour le cas plastique parfaite avec les mailles de QUAD9

### 8.4 Remarques

Dans le cas élasto-plastique, le comportement du panneau montre des points de retour en charge mais nettement une croissance en déplacement. Ça permet un calcul en "déplacement imposé" : on impose simplement un déplacement imposé en utilisant la technique de pilotage sur le point P3 (option DDL\_IMPO dans STAT\_NON\_LINE).

Pour la solution de référence, seulement une courbe du facteur de chargement (  $\eta_{TA}$  ) en fonction du déplacement absolu au P3 est disponible. Les valeurs de référence étant à extraire sur un graphique, les comparaisons précises sont rendues difficiles. Par conséquent, on ne vérifie que les valeurs de non-régression à quelques instants.

## 9 Synthèse des résultats

---

En comparant avec la solution de référence numérique, on trouve une cohérence du comportement du panneau soumis à un effort concentré en son centre dans le domaine élastoplastique malgré des petites différences.

Quelle que soit la loi de comportement (élasticité linéaire, élastoplasticité avec un écrouissage linéaire ou plasticité parfaite), on obtient des résultats identiques pour les deux différents types de maille (TRIA7 et QUAD9).