SSNV234 - Validation élémentaire de la loi ENDO_FISS_EXP et du pilotage PRED_ELAS pour la modélisation GRAD_VARI

Résumé :

Ce test a pour but de valider l'algorithme d'intégration de la loi de comportement ENDO_FISS_EXP à gradient de variables internes ainsi que le pilotage PRED_ELAS disponible pour cette loi. Le problème étudié correspond à une sollicitation à déformation homogène imposée pour laquelle on peut obtenir une solution analytique.

Les différentes modélisations traitées sont suivantes :

- **Modélisation A** ($2D$) : On emploie la modélisation D_PLAN_GRAD_VARI.
- **Modélisation B** ($3D$) : On emploie la modélisation 3D_GRAD_VARI.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Selon la modélisation $2\mathrm{D}$ ou $3\mathrm{D}$, on considère respectivement un carré ou un cube de côté 2 mm .

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à la loi de comportement élastique fragile ENDO_FISS_EXP à gradient d'endommagement (D_PLAN_GRAD_VARI et 3D_GRAD_VARI). Les données macroscopiques correspondent à :

$E=30\,000\,\mathrm{MPa}$	Module d'Young
$\nu=0.2$	Coefficient de Poisson
$G_f=0.1\,\mathrm{N/mm^2}$	Énergie de fissuration
$p=5$	Paramètre de forme
$f_t=2.986\,\mathrm{MPa}$	Limite en traction
$f_c=29.86\,\mathrm{MPa}$	Limite en compression
$D=50\,\mathrm{mm}$	Demi-largeur de la bande d'endommagement

Le choix de ces valeurs de f_t et f_c en lien avec le critère de François dans ENDO_FISS_EXP correspond à une limite en traction confinée de σ^c = 3 MPa. Par ailleurs, les paramètres internes du modèle qui interviennent dans la solution analytique sont égaux à :
$k=1.5\times10^{-3}\mathrm{MPa}$; $m=11.111$; $\gamma=9.534\times10^3$
Dans le test, ils sont calculés par la macro-commande DEFI_MATER_GC.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les déplacements sont imposés en tous les nœuds de la structure, de sorte à correspondre à la déformation homogène souhaitée. Plus précisément, le déplacement en un nœud de coordonnées X vaut : $u(x)=\varepsilon\cdot x$. On commence par imposer une déformation uniaxiale de traction puis on décharge jusqu'à imposer une déformation de compression pour vérifier l'effet de la restauration de rigidité en compression.

1.4 Conditions initiales

Aucune.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Ce problème admet une solution analytique. Durant la phase de traction, on détermine la relation qui à la déformation imposée $\boldsymbol{\varepsilon}$ associe le niveau d'endommagement homogène a. On adopte ici une déformation uniaxiale de la forme:

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\varepsilon\,\boldsymbol{n}\otimes\boldsymbol{n} \quad \text{où} \quad \|\boldsymbol{n}\|=1 \quad \text{et} \quad \varepsilon>0$$

Il s'agit donc d'un problème en traction uniaxiale confinée. Le problème étant homogène, l'endommagement (en charge) et la déformation sont liés par la relation de cohérence :

$$A'(a)\Gamma(\boldsymbol{\varepsilon})+\omega'(a)=0 \qquad \text{avec} \quad \omega(a)=ka\,, \quad A(a)=\frac{(1-a)^2}{(1-a)^2+ma(1+pa)}$$

La fonction Γ s'appuie sur la forme du critère qui définit le domaine d'élasticité, cf. [R5.03.28] ou, de manière plus détaillée, [Lorentz, 2016]. Dans le cas présent d'une traction / compression uniaxiale confinée, elle s'écrit simplement :

$$\Gamma(\boldsymbol{\varepsilon})=\frac{1}{2}E_c\varepsilon^2 \quad \text{où} \quad E_c=\lambda+2\mu$$

On en déduit donc simplement la relation entre ε et a :

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{-2k}{E_c A'(a)}}$$

Pour le cas-test, la déformation croîtra jusqu'à un niveau tel que le niveau d'endommagement vaille $a=0.2$ et on testera que l'endommagement atteint bien sa valeur cible.

Dans un deuxième temps, on relâche la déformation puis on impose une compression jusqu'à un niveau $\varepsilon_{comp}=-2\sigma^c/E_c$. L'endommagement n'évolue plus. La relation contrainte – déformation s'écrit :

$$\sigma=A(a)E_c\varepsilon+\frac{1}{2}(1-A(a))E_c S'(\varepsilon) \quad \text{où} \quad S(\varepsilon)=\langle-\varepsilon\rangle^2\exp(\frac{1}{\gamma\varepsilon})$$

La décharge s'effectue donc linéairement avec un module de rigidité sécant $A(a)E_c$. Puis, en phase de compression, le modèle restitue progressivement la rigidité selon la relation ci-dessus. On vérifie dans le test que le niveau de contrainte est bien celui correspondant à la relation analytique. En pratique, plutôt que de projeter le tenseur de contrainte sur la direction de sollicitation, on s'assure que l'énergie de déformation obtenue via la commande POST_ELEM (mot-clé facteur TRAV_EXT, composante TRAV_ELAS) est bien égale à la valeur attendue, soit :

$$\frac{vol(\Omega)}{2}\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{vol(\Omega)}{2}\sigma\epsilon$$ où $vol(\Omega)$ désigne le volume de l'élément (4 mm^2 ou 8 mm^3)

2.2 Résultats de référence

En déformations planes, on adopte une direction de sollicitation $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{5},\ 2/\sqrt{5})$. En 3D, il vaut $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{14},\ 2/\sqrt{14},\ 3/\sqrt{14})$. On se fixe comme cible un endommagement $a=0.2$; cela correspond à une intensité de sollicitation $\varepsilon=2.86\times10^{-4}$ d'après la solution de référence ci-dessus.

Le chargement est appliqué moyennant la technique de pilotage `PRED_ELAS` dans laquelle on fixe la borne maximale de sorte à atteindre le niveau de déformation ε ci-dessus. On vérifiera que l'endommagement correspondant atteint bien 0.2.

En compression, le niveau de déformation imposée s'élève à $\varepsilon_{comp}=-1.8\times10^{-4}$ pour une contrainte de $\sigma_{comp}=-4.537\,\mathrm{MPa}$.

2.3 Incertitudes sur la solution

Néant.

2.4 Références bibliographiques

Lorentz E. (2016) A nonlocal damage model for plain concrete consistent with cohesive fracture. Submitted to J. Mech. Phys. Solids.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Une modélisation D_PLAN_GRAD_VARI avec une maille unique, élément QUAD8 .
Chargement dans la direction $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{5},\ 2/\sqrt{5})$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre et types de mailles : 1 QUAD8, 4 SEG3

3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

On teste l'endommagement en trois nœuds de la maille, la valeur aux nœuds étant obtenue par extrapolation (CHAM_NO 'VARI_NOEU', composante V1) ainsi que l'énergie de déformation après la phase de compression.

Identification	Référence	Type	Tolérance
V1 ($X=2$, $Y=0$)	0.2	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=1$)	0.2	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=2$)	0.2	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
TRAV_ELAS	1.633×10^{-3}	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Une modélisation 3D_GRAD_VARI avec une maille unique, élément HEXA20 .
Chargement dans la direction $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{14},\ 2/\sqrt{14},\ 3/\sqrt{14})$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre et types de mailles : 1 HEXA20 , 6 QUAD8, 8 SEG3

4.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

On teste l’endommagement en trois nœuds de la maille, la valeur aux nœuds étant obtenue par extrapolation (CHAM_NO ‘VARI_NOEU’, composante V1) ainsi que l'énergie de déformation après la phase de compression.

Identification	Référence	Type	Tolérance
V1 ($X=2$, $Y=0$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=1$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=2$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
TRAV_ELAS	3.267×10^{-3}	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%

5 Synthèse des résultats

Ce cas-teste est réalisé sur une seule maille, en conséquence c'est la réponse d'endommagement homogène qui est retrouvé numériquement. La solution de référence est obtenue en se plaçant sur le seuil d'endommagement. On note un très bon accord entre la modélisation et la solution de référence. En compression, on teste la restauration de rigidité, là aussi de manière satisfaisante. En revanche, la partie non-locale de la loi n'est pas testée ici.