

## FORMA08 - Travaux pratiques de la formation « Utilisation avancée » : Poutre DCB 3D élastique

---

### Résumé :

Ce test 3D en quasi-statique, entre dans le cadre de la validation de la propagation de fissure par modèle cohésif. Une poutre DCB est chargée en traction.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On considère ici une poutre dite double Cantilever tridimensionnelle dont la géométrie est présentée ci-dessous. Elle présente une fissuration initiale du quart de sa longueur.

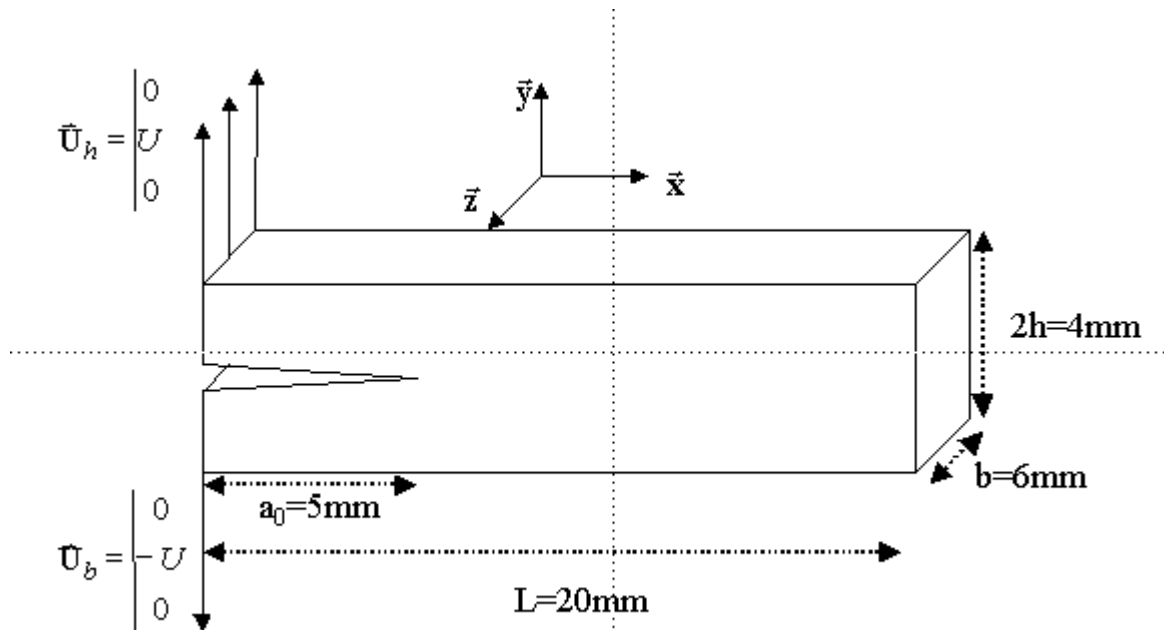


Figure 1.1 : géométrie

### 1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau de la poutre est supposé isotrope élastique linéaire avec les caractéristiques suivantes :

- Module d'Young :  $E=100\text{MPa}$  (oui, c'est très très faible !)
- Coefficient de Poisson :  $\nu=0,3$
- Energie de fissuration :  $G_c=0,9\text{MPa}\cdot\text{m}^{-1}$
- Contrainte critique de fissuration :  $\sigma_c=4\text{MPa}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose un déplacement purement vertical des faces latérales gauche de la DCB. En prenant en compte la symétrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la DCB. Il faut alors ajouter la condition de symétrie comme condition limite du problème.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode utilisée pour la solution de référence

Il existe une solution analytique approchée à la fissuration de ce type de poutre en traction (mode I pur), déterminée par la méthode dite de la complaisance.

Cette solution se base sur la théorie des poutres. Si l'on considère la DCB suffisamment élancée et les déformations suffisamment petites, les équations de Bernoulli peuvent être appliquées. La flèche

$U$  s'exprime alors en fonction du moment fléchissant  $M_f$  par la relation :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{m_f}{EI} = \frac{Fx}{EI} \Rightarrow U(x) = \frac{F}{EI} \left( \frac{x^3}{6} - \frac{a^2}{2}x + \frac{a^3}{3} \right)$$

avec  $a$  la longueur de fissure,  $I = \frac{bh^3}{12}$  le moment quadratique de la poutre, et  $F$  la force

appliquée sur les faces latérales.

La complaisance (rapport entre l'ouverture et la force nécessaire à la provoquer) s'exprime donc :

$$C = \frac{U(0)}{F} = \frac{a^3}{3EI}$$

Le taux de restitution d'énergie associé à une fissure de longueur  $a$  s'exprime par conséquent :

$$G = \frac{F^2}{2b} \frac{dC}{da} = \frac{9EI}{2ba^4} U^2$$

En supposant la propagation de fissure stable et suivant la loi de Griffith, il est possible de déterminer la longueur de fissure en fonction du chargement.

$$a = \left( \frac{9EI}{2bG_c} \right)^{\frac{1}{4}} U^{\frac{1}{2}}$$

En combinant les formules de la flèche et de la longueur de fissure, on obtient alors l'expression de la force :

$$F = \frac{(EI)^{\frac{1}{4}} (2bG_c)^{\frac{3}{4}}}{(3U)^{\frac{1}{2}}}$$

Cette relation est approximative du fait des hypothèses et également du fait qu'elle ne répond pas exactement aux hypothèses des zones cohésives (mais de Griffith pur). On peut toutefois la considérer comme une base de comparaison aux résultats expérimentaux.

### 2.2 Résultats de référence

Avec les valeurs numériques de l'énoncé, on trouve analytiquement les résultats suivants :

$$U = 10 \text{ mm} \Rightarrow F = 4,86 \text{ N}$$

$$U = 10,651 \text{ mm} \Rightarrow F = 4,71 \text{ N}$$

## 3 Modélisation A : ELEMENTS 3D JOINTS

### 3.1 Déroutement du TP

Le fichier de commande correspondant aux demandes est fourni : fichier `forma08a.comm`.  
Toutefois, il est préférable d'utiliser le fichier à compléter.

#### 3.1.1 Maillage

En prenant en compte la symétrie de la géométrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la poutre DCB.

Pour plus de rapidité, un maillage linéaire comprenant uniquement des hexaèdres `HEXA8` est fourni (`forma08a.med`).

Les groupes utiles de ce maillage sont les suivants :

- volume de la DCB : groupes de mailles `DCB_1` et `DCB_2`
- volume de la zone cohésive : groupe de mailles `DCB_J`
- application du déplacement : groupe de mailles et groupe de nœuds `DCB_GB` (correspondant au côté  $X=0$  de la face de chargement), contenant un groupe de nœuds `NO7` (utile pour récupérer le déplacement)
- application de la symétrie : groupe de mailles `JOINT_B`

Il est également possible de recréer un maillage libre en `HEXA8` et `PENTA6` pour cette étude ; il faudra alors veiller à plusieurs points :

- définir une zone additionnelle, d'épaisseur faible 1 élément qui représentera la couche d'éléments cohésifs
- définir les groupes de mailles nécessaires à l'application du déplacement
- définir les groupes de mailles surfaciques représentant les lèvres inférieures et supérieures de la zone cohésive.

#### 3.1.2 Calcul mécanique

Réaliser le calcul en utilisant la loi cohésive `CZM_EXP_REG` et des éléments `3D_JOINT`.

On réalisera le calcul jusqu'à un déplacement imposé de 10 *mm* par incrément de 0.05 *mm*.

#### 3.1.3 Calcul de la force

Récupérer la force nodale, la tracer en fonction du déplacement imposé, et comparer aux résultats théoriques.

#### 3.1.4 Visualisation de la déformée

Imprimer au format `MED` les résultats du calcul mécanique, sur les mailles volumiques (ne pas insérer les mailles de joint) et visualiser la déformée.

#### 3.1.5 Influence de la loi de comportement

Réaliser le même calcul et les mêmes post-traitements en utilisant la loi cohésive `CZM_LIN_REG`.  
Comparer les résultats

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

| Identification   | Référence     | % tolérance |
|--|---------------|-------------|
| Force nodale pour un déplacement imposé de<br>10 <i>mm</i> | 4,86 <i>N</i> | 1,0%        |

Tableau 3.1 : Résultats pour la Modélisation A

## 4 Modélisation B : ELEMENTS 3D INTERFACE S

### 4.1 Déroutement du TP

Le fichier de commande correspondant aux demandes est fourni : fichier `forma08b.comm`.  
Toutefois, il est préférable d'utiliser le fichier à compléter.

#### 4.1.1 Maillage

En prenant en compte la symétrie de la géométrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la poutre DCB.

Pour plus de rapidité, un maillage linéaire comprenant uniquement des hexaèdres `HEXA8` est fourni (`forma08b.med`).

Les groupes utiles de ce maillage sont les suivants :

- volume de la DCB : groupes de mailles `DCB_1` et `DCB_2`
- volume de la zone cohésive : groupe de mailles `DCB_J`
- application du déplacement : groupe de mailles `DCB_GB`, contenant un groupe de nœuds `NO7` (utile pour récupérer le déplacement)
- application de la symétrie : groupe de mailles `JOINT_B`

#### 4.1.2 Calcul mécanique

Réaliser le calcul en utilisant la loi cohésive `CZM_OUV_MIX` et des éléments `3D_INTERFACE`.

Réfléchir au critère de convergence à employer...

On réalisera un premier calcul jusqu'à un déplacement imposé de  $10\text{ mm}$  par incrément de  $0,05\text{ mm}$ .

#### 4.1.3 Calcul de la force

Récupérer la force nodale, la tracer en fonction du déplacement imposé, et comparer aux résultats théoriques.

#### 4.1.4 Installation du pilotage

On propose maintenant d'utiliser les outils de pilotage. Utiliser le pilotage de type prédiction élastique avec une sélection de type résidu sur le déplacement imposé et sur les mailles d'interface, et demander un temps limite de 4,5 par incrément de 0,05. Que constate-t-on ? La courbe force déplacement est-elle conforme à la courbe analytique ?

#### 4.1.5 Visualisation de la déformée

Imprimer au format `MED` les résultats du calcul mécanique piloté, sur les mailles volumiques (ne pas insérer les mailles de joint) et visualiser la déformée.

## 4.2 Grandeurs testées et résultats

| Identification  | Référence       | % tolérance |
|---|-----------------|-------------|
| Force nodale pour un déplacement imposé de $10,561\text{ mm}$ | $4,71\text{ N}$ | 5,0%        |

Tableau 4.1 : Résultats de la Modélisation B