SSNV223 - Validation élémentaire de la loi ENDO_SCALAIRE et du pilotage PRED_ELAS pour la modélisation GRAD_VARI

Résumé :

Ce test a pour but de valider l'algorithme d'intégration de la loi de comportement ENDO_SCALAIRE à gradient de variables internes ainsi que le pilotage PRED_ELAS disponible pour cette loi. Le problème étudié correspond à une sollicitation à déformation homogène imposée pour laquelle on peut obtenir une solution analytique.

Les différentes modélisations traitées sont suivantes :

- **Modélisation A** ($2D$) : On emploie la modélisation D_PLAN_GRAD_VARI.
- **Modélisation B** ($3D$) : On emploie la modélisation 3D_GRAD_VARI.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Selon la modélisation $2\mathrm{D}$ ou $3\mathrm{D}$, on considère respectivement un carré ou un cube de côté 2 mm .

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à la loi de comportement élastique fragile `ENDO_SCALAIRE` à gradient d'endommagement (`D_PLAN_GRAD_VARI` et `3D_GRAD_VARI`). Les données macroscopiques correspondent à :

$E=30\,000\,\mathrm{MPa}$	Module d'Young
$\nu=0.2$	Coefficient de Poisson
$G_f=0.1\,\mathrm{N/mm}$	Énergie de fissuration
$p=5$	Paramètre de forme
$f_t=3\,\mathrm{MPa}$	Limite en traction
$f_c=15\,\mathrm{MPa}$	Limite en compression
$\tau=4\,\mathrm{MPa}$	Limite en cisaillement
$D=50\,\mathrm{mm}$	Demi-largeur de la bande d'endommagement

Les paramètres internes du modèle, tels que décrits dans le fascicule [U4.43.01], sont obtenus par les formules qui y sont présentées. Elles conduisent aux résultats suivants :

Mot clef : `ELAS`	`ENDO_SCALAIRE`	`NON_LOCAL`
`E` = 3.E4	`K` = 31.5E-3	`C_GRAD_VARI` = 1.875
`NU` = 0.2	`M` = 10	
	`P` = 5	
	`C_VOLU` = 3.68	
	`C_COMP` = 1.847520861	

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les déplacements sont imposés en tous les nœuds de la structure, de sorte à correspondre à la déformation homogène souhaitée. Plus précisément, le déplacement en un nœud de coordonnées X vaut : $u(x)=\varepsilon\cdot x$

1.4 Conditions initiales

Aucune.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Ce problème admet une solution analytique. On détermine la relation qui à la déformation imposée $\boldsymbol{\varepsilon}$ associe le niveau d'endommagement homogène a (problème réciproque où plus généralement non-local n'admet plus de solution analytique simple). Le problème étant homogène, l'endommagement (en charge) et la déformation sont liés par la relation de cohérence (fonction seuil) :

$A'(a)\Gamma(\boldsymbol{\varepsilon})+\omega'(a)=0$

avec

$$\omega(a)=ka\,,\quad A(a)=\frac{(1-a)^2}{(1-a)^2+ma(1+pa)}\quad \text{et}\quad \Gamma(\boldsymbol{\varepsilon})=\left[c_T\,tr\,\boldsymbol{\varepsilon}+\sqrt{c_H\,tr^2\boldsymbol{\varepsilon}+c_S\,\varepsilon_{eq}^2}\right]$$

où les paramètres c_T, c_H et c_S se déduisent des données du problème par :

$$c_S=\frac{E}{2}\left[(1-2\nu)c_{comp}+(1+\nu)\sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1+\nu)}c_{volu}+1}\right]\quad ;c_T=c_{comp}\sqrt{c_S}\quad ;c_H=\frac{1+\nu}{2(1-2\nu)}c_{volu}\,c_S$$

On adopte une déformation uniaxiale de la forme:

$\boldsymbol{\varepsilon}=\varepsilon\,\boldsymbol{n}\otimes\boldsymbol{n}\quad \text{où}\quad \|\boldsymbol{n}\|=1\quad \text{et}\quad \varepsilon>0$

Dans ce cas la fonction seuil en déformation s'écrit simplement : $\Gamma(\boldsymbol{\varepsilon})=\left[c_T+\sqrt{c_H+c_S}\right]\varepsilon$

Pour atteindre l'endommagement a donné, en sollicitant la déformation dans la direction $\boldsymbol{n}$, il faut donc imposer une intensité de déformation :

$$\varepsilon=\frac{-k}{A'(a)\left[c_T+\sqrt{c_H+c_S}\right]}$$

Pour la solution de référence nous adoptons donc une stratégie suivante : on se fixe le niveau d'endommagement est on vérifie par les calculs EF, que pour une déformation théorique estimée on atteint ce même niveau d'endommagement.

2.2 Résultats de référence

En déformations planes, on adopte une direction de sollicitation $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{5},\ 2/\sqrt{5})$. En 3D , il vaut $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{14},\ 2/\sqrt{14},\ 3/\sqrt{14})$. On se fixe comme cible un endommagement $a=0.6$; cela correspond à une intensité de sollicitation $\varepsilon=9.574237\times10^{-4}$ d'après la solution de référence ci-dessus.

Le chargement est appliqué moyennant la technique de pilotage `PRED_ELAS` dans laquelle on fixe la borne maximale de sorte à atteindre le niveau de déformation ε ci-dessus. On vérifiera que l'endommagement correspondant atteint bien 0.6 .

2.3 Incertitudes sur la solution

Néant

2.4 Références bibliographiques

Sans objet

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Une modélisation D_PLAN_GRAD_VARI avec une maille unique, élément QUAD8 .
Chargement dans la direction $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{5},\ 2/\sqrt{5})$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre et types de mailles : 1 QUAD8, 4 SEG3

3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

On teste l'endommagement en trois nœuds de la maille, la valeur aux nœuds étant obtenue par extrapolation (CHAM_NO 'VARI_NOEU', composante V1).

Identification	Référence	Type	Tolérance
V1 ($X=2$, $Y=0$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=1$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=2$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Une modélisation 3D_GRAD_VARI avec une maille unique, élément HEXA20 .
Chargement dans la direction $\boldsymbol{n}=(1/\sqrt{14},\ 2/\sqrt{14},\ 3/\sqrt{14})$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre et types de mailles : 1 HEXA20 , 6 QUAD8, 8 SEG3

4.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

On teste l'endommagement en trois nœuds de la maille, la valeur aux nœuds étant obtenue par extrapolation (CHAM_NO 'VARI_NOEU', composante V1).

Identification	Référence	Type	Tolérance
V1 ($X=2$, $Y=0$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=1$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%
V1 ($X=2$, $Y=2$)	0.6	ANALYTIQUE	RELATIF – 0,1%

5 Synthèse des résultats

Ce cas-teste est réalisé sur une seule maille, en conséquence c'est la réponse d'endommagement homogène qui est retrouvé numériquement. La solution de référence est obtenue en se mettant sur le seuil d'endommagement. On note un très bon accord entre la modélisation et la solution de référence. Partie non-locale de la loi néanmoins n'est pas testée.