

## SSNV135 - Essai triaxial drainé avec le modèle CJS (niveau 1)

---

### Résumé

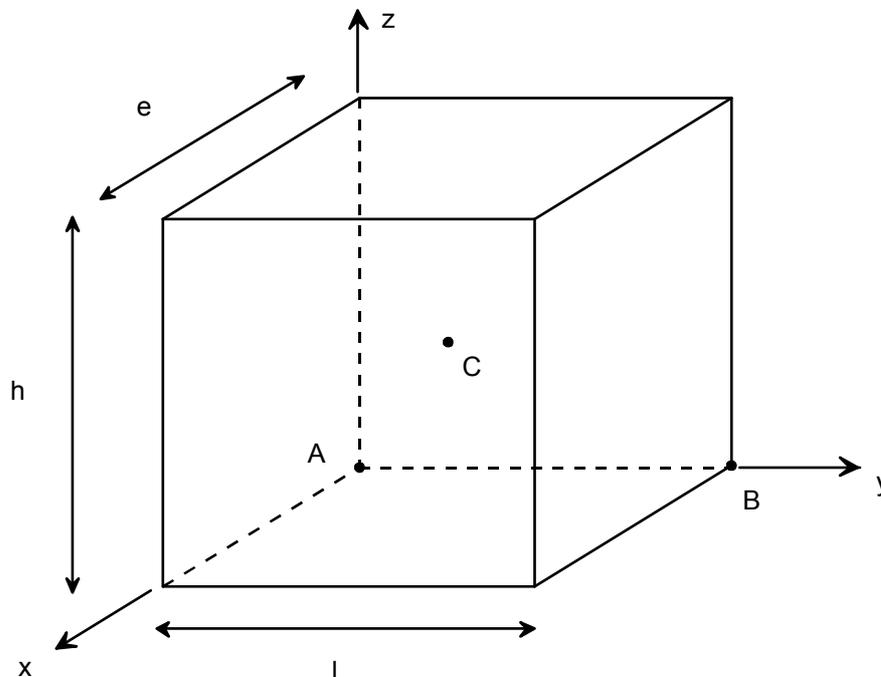
Ce test permet de valider le niveau 1 du modèle CJS. Il s'agit d'un essai triaxial en condition drainée. Trois niveaux de confinement sont simulés : 100 , 200 , puis 400 *kPa* .

Par raison de symétrie, on ne s'intéresse qu'au huitième d'un échantillon soumis à un essai triaxial.

Les résultats obtenus avec le modèle CJS1 sont comparés avec la solution analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



hauteur :  $h = 1 \text{ m}$   
largeur :  $l = 1 \text{ m}$   
épaisseur :  $e = 1 \text{ m}$

Coordonnées des points (en mètres) :

	A	B	C
$x$	0.	0.	0.5
$y$	0.	1.	0.5
$z$	0.	0.	0.5

### 1.2 Propriété de matériaux

$$E = 22,4 \cdot 10^3 \text{ kPa}$$

$$\nu = 0,3$$

$$\text{Paramètres CJS1 : } \beta = -0,03 \quad \gamma = 0,82 \quad R_m = 0,289 \quad P_a = -100 \text{ kPa}$$

### 1.3 Conditions initiales, conditions aux limites, et chargement

#### Phase 1 :

On amène l'échantillon à un état homogène :  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0$ , en imposant la pression de confinement correspondante sur les faces avant, latérale droite et supérieure. Les déplacements sont bloqués sur les faces arrière ( $u_x = 0$ ), latérale gauche ( $u_y = 0$ ) et inférieure ( $u_z = 0$ ).

#### Phase 2 :

On maintient les déplacements bloqués sur les faces arrière ( $u_x = 0$ ), latérale gauche ( $u_y = 0$ ) et inférieure ( $u_z = 0$ ), ainsi que la pression de confinement sur les faces avant et latérale droite. On applique un déplacement imposé sur la face supérieure :  $u_z(t)$ , de façon à obtenir une déformation  $\varepsilon_{zz} = -20\%$  (comptée à partir du début de la phase 2).

## 2 Solution de référence

### 2.1 Développement de la solution analytique pour CJS1

On a en permanence :

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}^0$$

où  $\sigma_{xx}^0 = C^{te}$  représente la pression de confinement.

Reste à déterminer  $\sigma_{zz}$ .

**Phase élastique :**

En écrivant simplement la loi élastique, on a :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^0 &= \sigma_{xx}^0 + \lambda \varepsilon_{zz} + (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{xx} + \lambda \varepsilon_{xx} \\ \sigma_{zz} &= \sigma_{zz}^0 + (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{zz} + 2\lambda \varepsilon_{xx}\end{aligned}$$

où ici  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé.

En éliminant  $\varepsilon_{xx}$  entre ces deux équations, on trouve :

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^0 + \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)} \varepsilon_{zz}$$

**Phase plastique :**

On a :

$$I_1 = \sigma_{zz} + 2\sigma_{xx}^0 \text{ où } \sigma_{xx}^0 = C^{te} \text{ représente la pression de confinement.}$$

On en déduit pour les composantes du déviateur  $\underline{s}$  :

$$\begin{aligned}s_{zz} &= 2 \left[ \frac{1}{3} I_1 - \sigma_{xx}^0 \right] \text{ et } s_{xx} = \sigma_{xx}^0 - \frac{1}{3} I_1 \\ \text{soit : } s_{II} &= \sqrt{6} \left[ \sigma_{xx}^0 - \frac{1}{3} I_1 \right] \text{ et } \det(\underline{s}) = 2 \left[ \frac{1}{3} I_1 - \sigma_{xx}^0 \right]^3\end{aligned}$$

$$\text{Par conséquent : } h(\theta_s) = (1 - \gamma)^{1/6}$$

Par ailleurs, lorsqu'on atteint le critère du mécanisme déviatoire :  $s_{II} h(\theta_s) + R_m I_1 = 0$   
d'où la relation :

$$I_1 = \frac{\sqrt{6} \sigma_{xx}^0}{\sqrt{\frac{2}{3} - \frac{R_m}{(1-\gamma)^{1/6}}}}$$

et finalement, on a pour la contrainte verticale :

$$\sigma_{zz} = \frac{\sqrt{6} \sigma_{xx}^0}{\sqrt{\frac{2}{3} - \frac{R_m}{(1-\gamma)^{1/6}}}} - 2 \sigma_{xx}^0$$

En outre, on peut calculer que la transition entre les états élastique et parfaitement plastique se fait pour une déformation axiale égale à :

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \left[ \frac{\sqrt{6} \sigma_{xx}^0}{\sqrt{\frac{2}{3} - \frac{R_m}{(1-\gamma)^{1/6}}}} - 2 \sigma_{xx}^0 \right]$$

## 2.2 Résultats de référence

Contraintes  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{zz}$  aux points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

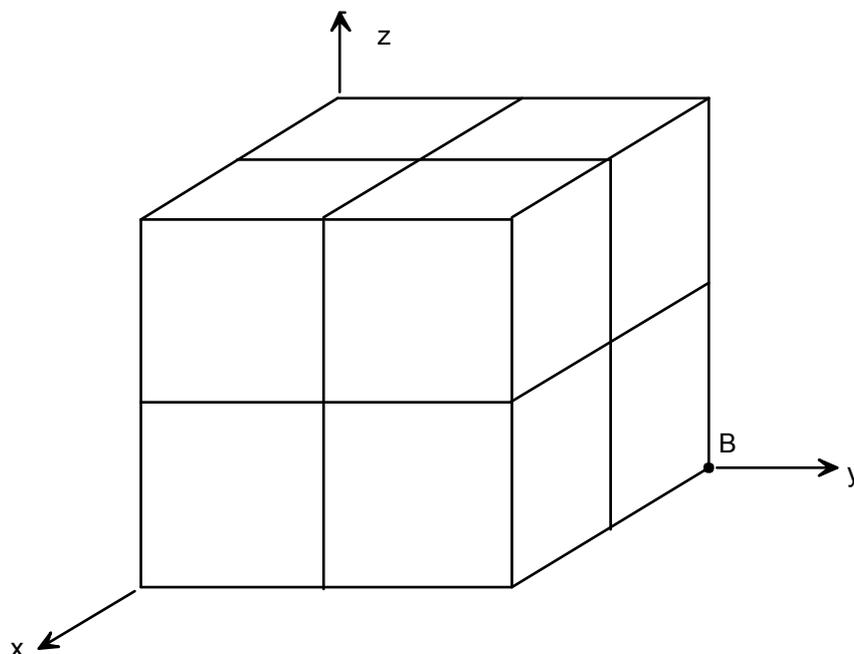
## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique pour CJS1.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D :



Découpage : 2 en hauteur, en largeur et en épaisseur.

Chargement de la phase 1 :

Pression de confinement :  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0$  : successivement  $-100 \text{ kPa}$ ,  $-200 \text{ kPa}$  et  $-400 \text{ kPa}$ .

Niveau 1 du modèle CJS

### 3.2 Caractéristique du maillage

Nombre de nœuds : 27

Nombre de mailles et types : 8 HEXA8 et 24 QUA4

### 3.3 Valeurs testées

Pour  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0$  :  $-100 \text{ kPa}$

Localisation	Numéro d'ordre	déformation axiale $\varepsilon_{zz}$ (%)	contrainte (kPa)	Référence
Point A, B et C	10	-0.8 %	$\sigma_{xx}$	-100.0
	100	-20.0 %	$\sigma_{xx}$	-100.0
	10	-0.8 %	$\sigma_{yy}$	-100.0
	100	-20.0 %	$\sigma_{yy}$	-100.0
	10	-0.8 %	$\sigma_{zz}$	-279.2
	20	-1.6 %	$\sigma_{zz}$	-367.159
	40	-3.2 %	$\sigma_{zz}$	-367.159

60	-7.2 %	$\sigma_{zz}$	-367.159
100	-20.0 %	$\sigma_{zz}$	-367.159

Pour  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 : -200 \text{ kPa}$

Localisation	Numéro d'ordre	déformation axiale $\varepsilon_{zz}$ (%)	contrainte (kPa)	Référence
Point A, B et C	10	-0.8 %	$\sigma_{xx}$	-200.0
	100	-20.0 %	$\sigma_{xx}$	-200.0
	10	-0.8 %	$\sigma_{yy}$	-200.0
	100	-20.0 %	$\sigma_{yy}$	-200.0
	10	-0.8 %	$\sigma_{zz}$	-379.2
	20	-1.6 %	$\sigma_{zz}$	-558.4
	40	-3.2 %	$\sigma_{zz}$	-734.317
	60	-7.2 %	$\sigma_{zz}$	-734.317
	100	-20.0 %	$\sigma_{zz}$	-734.317

Pour  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 : -400 \text{ kPa}$

Localisation	Numéro d'ordre	déformation axiale $\varepsilon_{zz}$ (%)	contrainte (kPa)	Référence
Point A, B et C	10	-0.8 %	$\sigma_{xx}$	-400.0
	100	-20.0 %	$\sigma_{xx}$	-400.0
	10	-0.8 %	$\sigma_{yy}$	-400.0
	100	-20.0 %	$\sigma_{yy}$	-400.0
	10	-0.8 %	$\sigma_{zz}$	-579.2
	20	-1.6 %	$\sigma_{zz}$	-758.4
	40	-3.2 %	$\sigma_{zz}$	-1116.8
	60	-7.2 %	$\sigma_{zz}$	-1458.6348
	100	-20.0 %	$\sigma_{zz}$	-1458.6348

## 4 Synthèse des résultats

Les valeurs de Code\_Aster sont en accord parfait avec les valeurs de la solution analytique de référence.