

SSNV127 - Cylindre dans un alésage avec contact et frottement

Résumé :

Ce problème correspond à une analyse quasi-statique d'un problème de mécanique avec contact et frottement. Un cylindre est comprimé dans un alésage cylindrique de diamètre légèrement supérieur par une force concentrée appliquée sur son axe.

Ce test, nommé "problème de Klang", est assez largement utilisé dans la littérature pour valider des modélisations de contact avec frottement et a notamment été utilisé par P. Alart et A. Curnier [bib1] pour valider leurs éléments finis de contact et de frottement.

Trois modélisations 2D sont proposées (D et H avec des éléments linéaires et F avec des éléments quadratiques) :

La modélisation D teste l'algorithme de la méthode « PENALISATION » avec appariement maître-esclave, la pénalisation porte sur le contact et le frottement.

Les modélisations F et H testent l'algorithme de la méthode « CONTINUE » avec des éléments quadratiques (SEG3) et linéaires (SEG2) de contact, respectivement.

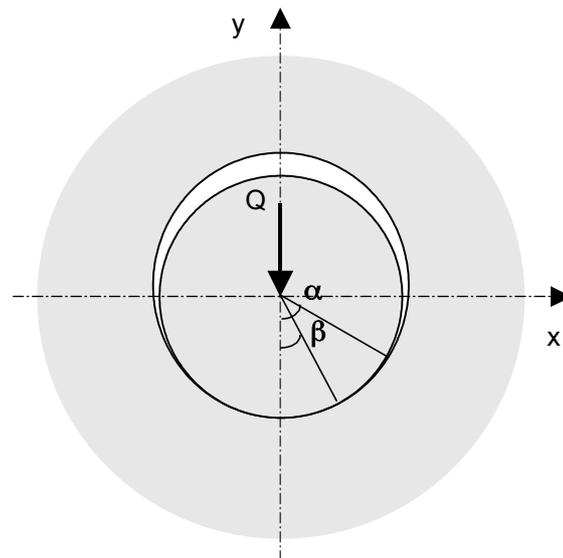
Les résultats sont comparés à une solution analytique donnée par Klang [bib2].

Au lieu de reproduire cette solution analytique relativement compliquée nous utiliserons les valeurs des pressions obtenues à partir de celle-ci [bib1].

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Contraintes planes



α = angle de contact
 β = angle pour le glissement

Rayon du cylindre : $r = 5.999 \text{ cm}$.

Rayon de l'alésage : $R = 6. \text{ cm}$.

Position des points de référence sur la surface de contact: un point tous les trois degrés d'angle à partir du bas, jusqu'à 60° .

1.2 Propriétés de matériaux

Cylindre et alésage :

Module d'Young : $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Coefficient de friction : $\mu = 0.4$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le massif contenant l'alésage est censé être infini, ses déplacements seront bloqués (suivant x et y) sur un cercle concentrique avec l'alésage.

Le cylindre est soumis à une force répartie Q suivant l'épaisseur (z) valant : $Q = -1875 \cdot 10^3 \text{ N/m}$.
Cette force est appliquée en un incrément.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est analytique [bib2].

2.2 Résultats de référence

Prédiction sur la zone de contact : 60 degrés.
Prédiction sur le début de la zone de glissement : 26,2 degrés.

Efforts de pression sur les points de la surface de contact :

| Identification | Référence |
|--------------------------|-------------|
| SIXX pour un angle de 0° | -1.7813E+07 |
| SIXX 3° | -1.7813E+07 |
| SIXX 6° | -1.7750E+07 |
| SIXX 9° | -1.7688E+07 |
| SIXX 12° | -1.7594E+07 |
| SIXX 15° | -1.7470E+07 |
| SIXX 18° | -1.7312E+07 |
| SIXX 21° | -1.7125E+07 |
| SIXX 24° | -1.6906E+07 |
| SIXX 27° | -1.6656E+07 |
| SIXX 30° | -1.6343E+07 |
| SIXX 33° | -1.5937E+07 |
| SIXX 36° | -1.5406E+07 |
| SIXX 39° | -1.4781E+07 |
| SIXX 42° | -1.4031E+07 |
| SIXX 45° | -1.3094E+07 |
| SIXX 48° | -1.1169E+07 |
| SIXX 51° | -1.0593E+07 |

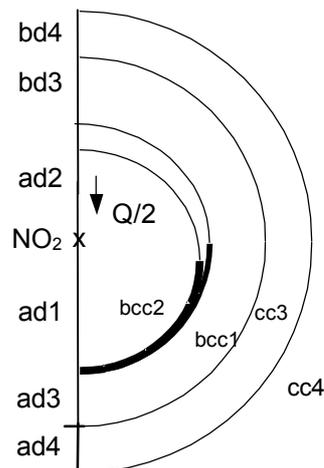
2.3 Références bibliographiques

- 1) P. Alart, A. Curnier "A mixed formulation for frictional contact problems" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1991)p. 353-375
- 2) M. Klang "On interior contact under friction between cylindrical elastic bodies in contact" Thesis, Linköping University, Linköping, 1979.

3 Modélisation D

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A (et notamment le maillage). Seule diffère la méthode de résolution qui est ici « PENALISATION » avec pénalisation sur le contact et le frottement.



```
CONTACT
METHODE = 'PENALISATION'
COULOMB = 0.4
```

```
APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

3.2 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en Pa .

| Identification | Référence | Aster | % différence |
|--------------------------|-------------|---------------|--------------|
| SIXX pour un angle de 0° | -1.7813E+07 | -1.867141E+07 | 4.819 |
| SIXX 3° | -1.7813E+07 | -1.972695E+07 | 10.745 |
| SIXX 6° | -1.7750E+07 | -1.999288E+07 | 12.636 |
| SIXX 9° | -1.7688E+07 | -1.988495E+07 | 12.421 |
| SIXX 12° | -1.7594E+07 | -1.971935E+07 | 12.080 |
| SIXX 15° | -1.7470E+07 | -1.954087E+07 | 11.854 |
| SIXX 18° | -1.7312E+07 | -1.916115E+07 | 10.681 |
| SIXX 21° | -1.7125E+07 | -1.880513E+07 | 9.811 |
| SIXX 24° | -1.6906E+07 | -1.824592E+07 | 7.926 |
| SIXX 27° | -1.6656E+07 | -1.782171E+07 | 6.999 |
| SIXX 30° | -1.6343E+07 | -1.713057E+07 | 4.819 |
| SIXX 33° | -1.5937E+07 | -1.640937E+07 | 2.964 |
| SIXX 36° | -1.5406E+07 | -1.558344E+07 | 1.152 |
| SIXX 39° | -1.4781E+07 | -1.467761E+07 | -0.699 |
| SIXX 42° | -1.4031E+07 | -1.366763E+07 | -2.590 |
| SIXX 45° | -1.3094E+07 | -1.276022E+07 | -2.549 |
| SIXX 48° | -1.1169E+07 | -1.241550E+07 | 11.160 |
| SIXX 51° | -1.0593E+07 | -1.086923E+07 | 2.608 |

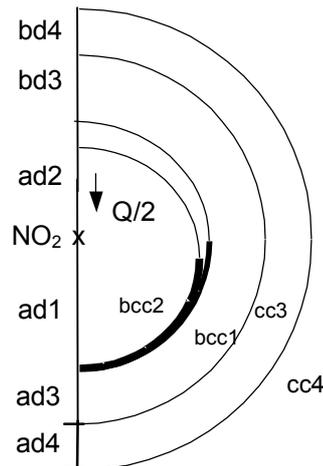
4 Modélisation F

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG3 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA8 et TRIA6.



```
CONTACT
METHODE = 'CONTINUE'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

- sur le GROUP_MA $CC4$: $DX = 0, DY = 0$.
- sur les GROUP_MA $AD1, AD2, AD3, AD4, BD3$, et $BD4$: $DX = 0$.

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $F_y = -937.5 \cdot 10^3 N$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.

Cette force est appliquée en 1 incrément.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1603
Nombre de mailles et types : 88 SEG3
58 TRIA6
456 QUAD8

4.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en Pa .

| Identification | Référence | Aster | % différence |
|---------------------------------|-------------|--------------|--------------|
| SIXX pour un angle de 0° | -1.7813E+07 | -1.88235E+07 | 5.673 |
| SIXX 3° | -1.7813E+07 | -1.87386E+07 | 5.196 |
| SIXX 6° | -1.7750E+07 | -1.85220E+07 | 4.349 |
| SIXX 9° | -1.7688E+07 | -1.84104E+07 | 4.084 |
| SIXX 12° | -1.7594E+07 | -1.81071E+07 | 2.917 |

| | | | | |
|------|-----|-------------|--------------|--------|
| SIXX | 15° | -1.7470E+07 | -1.78019E+07 | 1.900 |
| SIXX | 18° | -1.7312E+07 | -1.73913E+07 | 0.458 |
| SIXX | 21° | -1.7125E+07 | -1.68233E+07 | 1.762 |
| SIXX | 24° | -1.6906E+07 | -1.65322E+07 | -2.211 |
| SIXX | 27° | -1.6656E+07 | -1.63678E+07 | -1.730 |
| SIXX | 30° | -1.6343E+07 | -1.60549E+07 | -1.763 |
| SIXX | 33° | -1.5937E+07 | -1.56070E+07 | -2.071 |
| SIXX | 36° | -1.5406E+07 | -1.48829E+07 | -3.395 |
| SIXX | 39° | -1.4781E+07 | -1.41776E+07 | -4.082 |
| SIXX | 42° | -1.4031E+07 | -1.29292E+07 | -7.852 |
| SIXX | 45° | -1.3094E+07 | -1.19737E+07 | -8.555 |
| SIXX | 48° | -1.1169E+07 | -1.06929E+07 | -4.263 |
| SIXX | 51° | -1.0593E+07 | -0.96396E+07 | -8.999 |

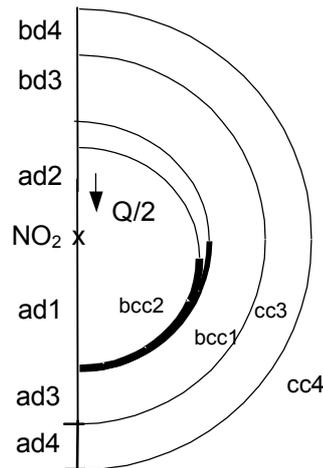
5 Modélisation H

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG2 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA4 et TRIA3.



```
CONTACT
METHODE = 'CONTINUE'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

- sur le GROUP_MA CC4 : $DX = 0, DY = 0$.
- sur les GROUP_MA AD1, AD2, AD3, AD4, BD3, et BD4 : $DX = 0$.

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $F_y = -937.5 \cdot 10^3 N$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.

Cette force est appliquée en 1 incrément.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1282
Nombre de mailles et types : 128 SEG2
162 TRIA3
1106 QUAD4

5.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en Pa .

| Identification | Référence | Aster | % différence |
|---------------------------------|-------------|--------------|--------------|
| SIXX pour un angle de 0° | -1.7813E+07 | -1.79054E+07 | 0.519 |
| SIXX 3° | -1.7813E+07 | -1.88551E+07 | 5.850 |
| SIXX 6° | -1.7750E+07 | -1.89952E+07 | 7.015 |
| SIXX 9° | -1.7688E+07 | -1.88212E+07 | 6.407 |
| SIXX 12° | -1.7594E+07 | -1.85900E+07 | 5.661 |

| | | | | |
|------|-----|-------------|--------------|--------|
| SIXX | 15° | -1.7470E+07 | -1.83361E+07 | 4.958 |
| SIXX | 18° | -1.7312E+07 | -1.78879E+07 | 3.327 |
| SIXX | 21° | -1.7125E+07 | -1.74676E+07 | 2.001 |
| SIXX | 24° | -1.6906E+07 | -1.67457E+07 | -0.948 |
| SIXX | 27° | -1.6656E+07 | -1.60969E+07 | -3.357 |
| SIXX | 30° | -1.6343E+07 | -1.56549E+07 | -4.211 |
| SIXX | 33° | -1.5937E+07 | -1.57323E+07 | -1.284 |
| SIXX | 36° | -1.5406E+07 | -1.55859E+07 | 1.168 |
| SIXX | 39° | -1.4781E+07 | -1.51202E+07 | 2.295 |
| SIXX | 42° | -1.4031E+07 | -1.42668E+07 | 1.680 |
| SIXX | 45° | -1.3094E+07 | -1.33861E+07 | 2.230 |
| SIXX | 48° | -1.1169E+07 | -1.24518E+07 | 11.485 |
| SIXX | 51° | -1.0593E+07 | -1.11524E+07 | 5.280 |

6 Synthèse des résultats

Les résultats sont de bonne qualité si l'on considère qu'ils sont comparés à une solution analytique et que les maillages utilisés ne sont pas particulièrement fins.

La meilleure solution est donnée par la modélisation F (algorithme continu) qui utilise des éléments quadratiques avec projection quadratique (sans utiliser cette projection, les résultats sont faux). Vient ensuite la modélisation H qui, comme la précédente, utilise l'algorithme continu mais avec des éléments linéaires et avec appariement maître-esclave. Enfin la modélisation D qui utilise l'algorithme de pénalisation donne des résultats acceptables. Notons que la convergence avec cet algorithme est beaucoup plus lente et difficile.

Si l'on examine l'étendue de la surface de contact à l'aide de l'impression de la structure de données `CONT_NOEU` (voir fichier de résultats), on constate qu'elle est donnée très précisément (60°). En ce qui concerne la surface adhérente, les algorithmes renvoient une valeur acceptable de l'ordre de 30° au lieu de 26.2° analytiquement.