

## SSNV103 - Essai de traction cisaillement modèle de Rousselier

---

### Résumé :

Il s'agit d'un problème quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

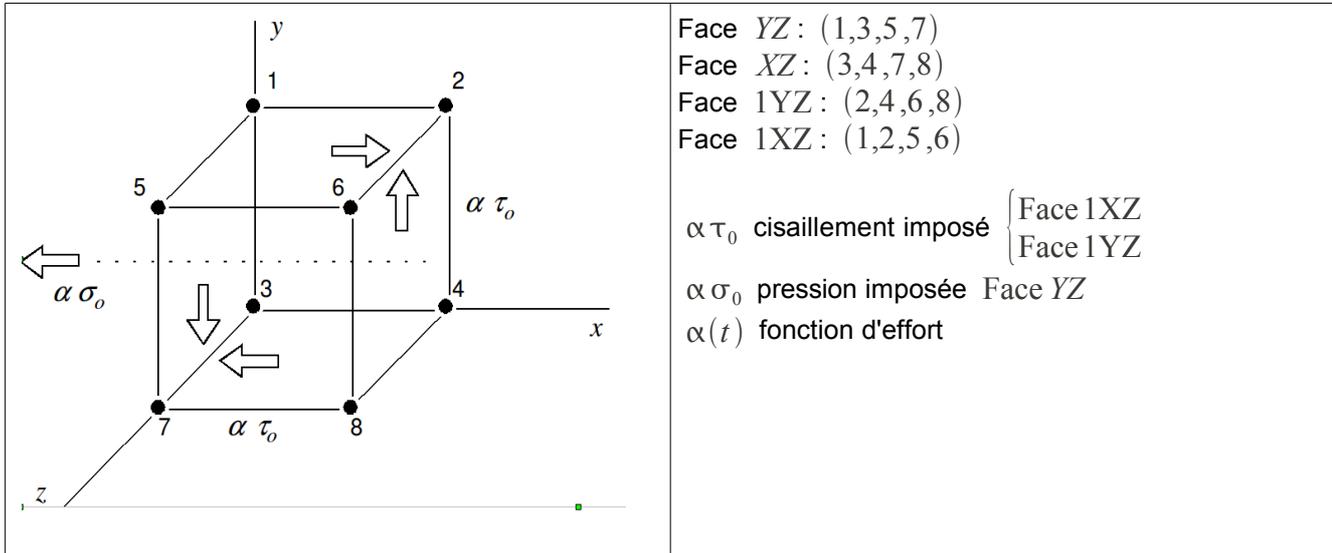
On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme.

Le cas test comprend 1 modélisation : en 3D .

Il valide l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique avec endommagement de G. Rousselier.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux

élasticité isotrope :  $E = 206\,400.\text{MPa}$   $\nu = 0.3$

plasticité :  $D = 2.$   
(coefficients du modèle de  $f_0 = 5.10^{-4}$   
Rousselier)  $\sigma_1 = 490.\text{MPa}$

La courbe de traction rationnelle est entrée point par point avec :

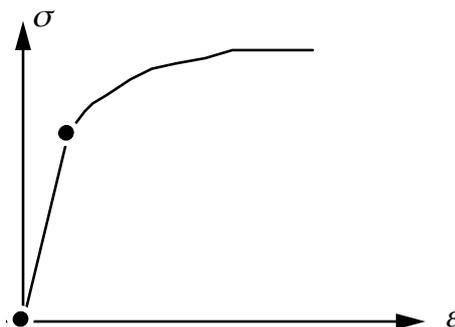
$$R(p) = r_i + (r_0 - r_i) e^{-bp}$$

avec  $P$  : déformation plastique cumulée

et  $r_i = 1500 \text{ MPa}$

$r_0 = 520.\text{MPa}$

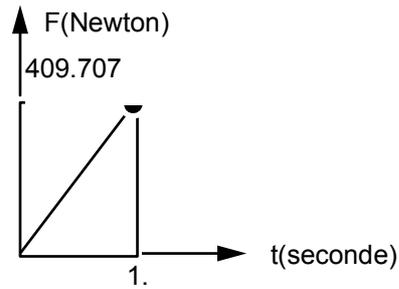
$b = 2.4$





## 1.3 Conditions aux limites et chargements

N04	$dx = dy = 0$	Face YZ :	$F_X = F_Y = -F(t)$
N08	$dx = dy = dz = 0$	Face XZ :	$F_X = -F(t)$
N02, N06	$dx = 0$	Face 1YZ :	$F_Y = F(t)$
		Face 1XZ :	$F_X = F(t)$



## 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à  $t=0$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le modèle 3D en vitesse s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\sigma} - \dot{\rho} \Lambda \varepsilon_e - \rho \Lambda \dot{\varepsilon}_e = 0 & (\Lambda \text{ tenseur élasticité isotrope linéaire}) \\ \dot{\beta} - \dot{p} D \exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right) = 0 \\ \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_e - \rho \dot{p} \frac{\partial f}{\partial \sigma} = 0 \\ \dot{f} = 0 \end{cases}$$

ce qui, dans le cas d'un chargement de traction-cisaillement imposé  $\sigma(t) = \alpha(t) \begin{bmatrix} \sigma_0 & \tau_0 & 0 \\ \tau_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

conduit à intégrer un système de 6 équations différentielles ordinaires en  $y = (\varepsilon, \gamma, \varepsilon_e, \gamma_e, \beta, p)$  de la forme  $A(y, t) \dot{y} = G(y, t)$ .

$$\begin{aligned} & \dot{\alpha} \sigma_0 + \rho^2 F_0 e^\beta E \varepsilon_e \dot{\beta} - \rho E \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ & \dot{\alpha} \tau_0 + \rho^2 F_0 e^\beta 2\mu \gamma_e \dot{\beta} - 2\rho \mu \dot{\gamma}_e = 0 \\ & \dot{\varepsilon} - \frac{\sigma_0}{\sigma_{eq0}} \rho \dot{p} - \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ & \dot{\gamma} - \frac{3\tau_0}{2\sigma_{eq0}} \rho \dot{p} - \dot{\gamma}_e = 0 \\ (S) \quad & \dot{\beta} - \dot{p} D \exp\left[\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right] = 0 \\ & \dot{\alpha} \sigma_0 \left[ \frac{\sigma_0}{\rho \sigma_{eq0}} + \frac{1}{3} D F_0 e^\beta \exp\left[\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right] + 3 \dot{\alpha} \frac{\tau_0^2}{\rho \sigma_{eq0}} - \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} \right. \\ & \left. + \frac{\sigma_0}{\sigma_{eq0}} F_0 e^\beta + D \sigma_1 \rho F_0 e^\beta \exp\left[\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right] \left[ 1 - \rho F_0 e^\beta \left[ 1 - \frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho} \right] \right] \dot{\beta} \right] = 0 \end{aligned}$$

avec à  $t=0$  :

$$f=0, \rho(0)=1, \beta(0)=0$$

d'où :

$$\alpha(0) \sigma_{eq0} - R(0) + D \sigma_1 F_0 \exp\left(\frac{\alpha(0) \sigma_0}{3 \sigma_1}\right)$$

qui est résolu par une méthode de NEWTON pour  $\alpha(0)$  :

$$\begin{cases} \varepsilon(0) = \frac{1}{E}\alpha(0)\sigma_0 = \varepsilon_e(0) \\ \gamma(0) = \frac{1}{2\mu}\alpha(0)\tau_0 = \gamma_e(0) \\ p(0) = 0 \end{cases}$$

## 2.2 Résultats de référence

On impose  $\alpha(t) = \alpha(0) + t$  avec  $\sigma_0 = \tau_0 = 150 \text{ MPa}$ .

On obtient  $\alpha(0) = 1.73138$  et  $\alpha(1) = 2.73138$ .

Le système ( $S$ ) est alors résolu numériquement par une 'Backward difference formula' à l'aide de la bibliothèque scientifique NAG sur CRAY. Résultat de référence =  $(\varepsilon, \gamma, \beta, \rho)$  aux nœuds à  $t = 1$ .

## 2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude liée à la bibliothèque NAG.

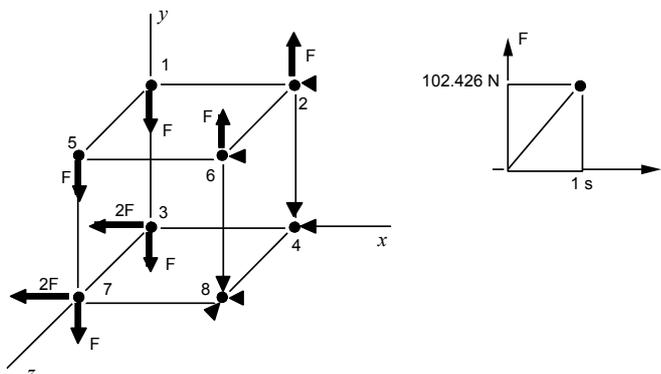
## 2.4 Références bibliographiques

- 1) Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type HEXA8.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

Identification	Référence	Test	Tolérance
$\varepsilon$ sur NO1 à $t=1s$	0,07830	ANALYTIQUE	0,11 %
$\gamma$ sur NO1 à $t=1s$	0,11700	ANALYTIQUE	0,20 %
$p$ sur NO1 à $t=1s$	0,15260	ANALYTIQUE	0,10 %
$\sigma_{11}$ sur NO1 à $t=1s$	409,70700	ANALYTIQUE	0,05%

On teste également les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence	Test	Tolérance
INST pour NUME_ORDRE=8	1	ANALYTIQUE	0 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=8	4	NON_REGRESSION	0 %

### 3.4 Remarques

On pourrait s'attendre à une meilleure corrélation, mais il faut souligner que la bibliothèque NAG utilise la fonction  $R(p)$  sous forme algébrique, alors que Code\_Aster l'utilise sous forme d'une courbe donnée point par point.

De plus, il semble que l'intégration du taux de la fonction seuil pose des problèmes à NAG, quelle que soit la précision requise par ailleurs (la valeur du seuil  $f$  étant sensiblement différente de 0 en fin d'intégration). Cependant, on peut noter la constance de cette corrélation tout au long de l'intégration ( $t \in [0,1]$ ).

## 4 Synthèse des résultats

---

Les valeurs de *Code\_Aster* sont en bon accord avec les valeurs de référence.