

## FORMA21 - Maillage adaptatif thermo-mécanique sur une culasse fissurée

---

### Résumé :

On réalise un **calcul thermo-élastique sur une culasse métallique fissurée** en modélisation contrainte plane (pour la partie mécanique) et lumpée (pour la partie thermique). Conformément aux « bonnes pratiques » de type qualité des études, on utilise deux maillages distincts : linéaire en thermique et quadratique en mécanique.

On effectue tout d'abord (modélisation A) le calcul thermique sur lequel on fait converger librement le maillage  $P_1$  avec un couplage carte d'indicateur d'erreurs spatiales (`CALC_ERREUR` + `'ERTH_ELEM'`)/raffinement-déraffinement (`MACR_ADAP_MAIL` + `'RAFF_DERA'`).

Dans la seconde modélisation (B), les deux maillages sont adaptés conjointement suivant le même processus au cours d'un calcul thermo-mécanique chaîné. Pour l'adaptation libre du maillage mécanique, on a recouru à l'indicateur en résidu pur `'ERME_ELEM'`.

Ce cas test permet de tester la non-régression de différents couplage calculs de carte d'erreurs/procédure de raffinement-déraffinement en thermo-mécanique, et les options de « pré et post-traitements » de ces calculs.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

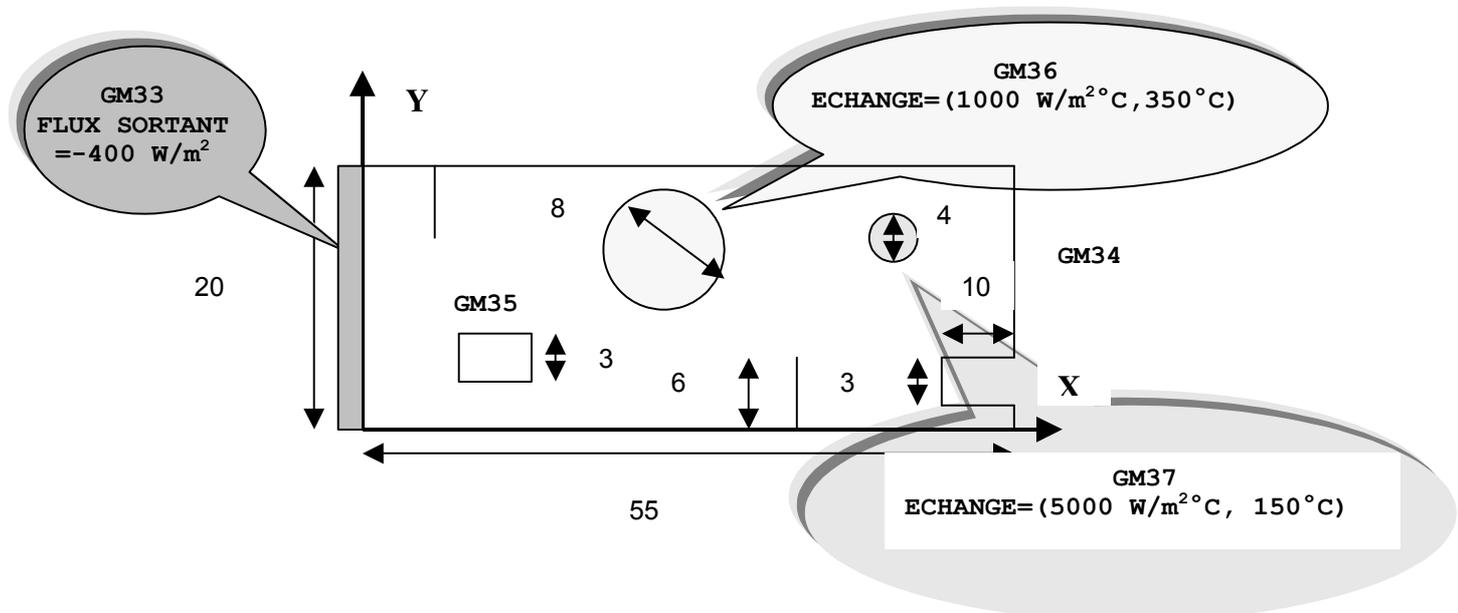


Figure 1.1-a : Schéma des chargements thermiques et de la géométrie (modélisations A et B)

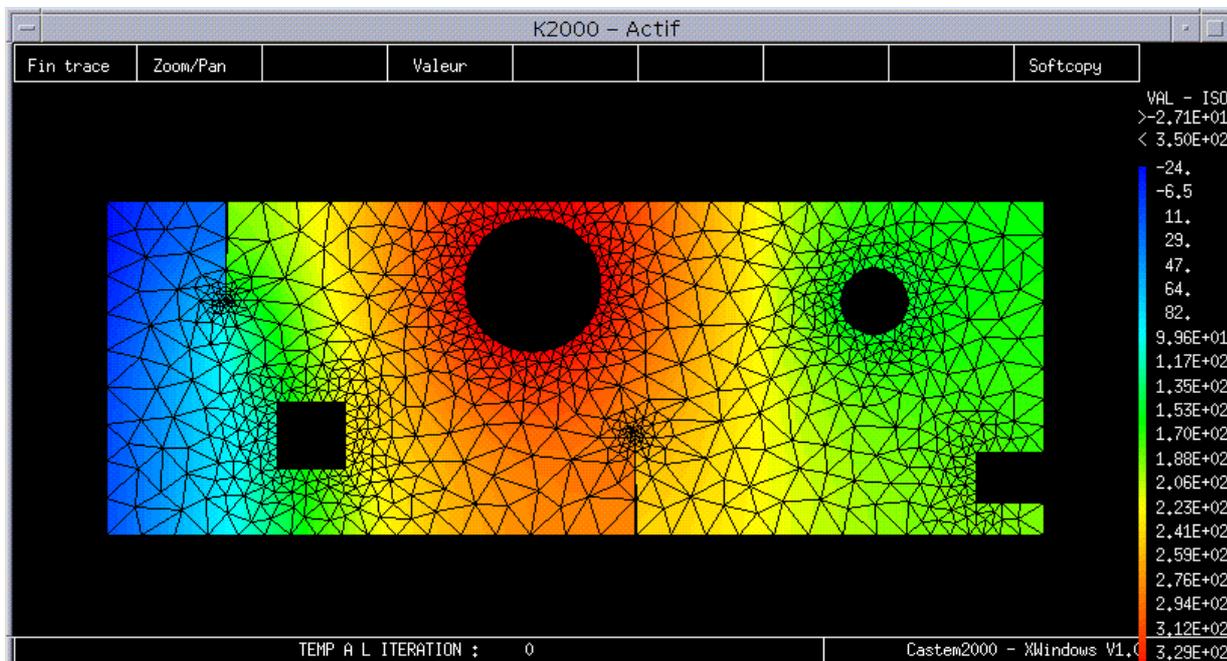


Figure 1.1-b : Isovaleurs du champ thermique sur le maillage thermique initial (modélisations A et B)

Il s'agit d'une « culasse » métallique fissurée (acier 16MND5,  $E=210.10^3 \text{ Mpa}$ ,  $\nu=0.2$ ,  $\rho C_p=526,10^4 \text{ J/m}^3\text{°C}$ ,  $\lambda=33,5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ).

Dans les deux modélisations (A et B), on effectue un calcul thermique linéaire transitoire isotrope (THER\_LINEAIRE ou THER\_NON\_LINE) en modélisation lumpée (PLAN\_DIAG) sur un maillage thermique TRIA3/SEG2.

Dans la seconde modélisation, ce calcul est chaîné avec un calcul élastique (MECA\_STATIQUE ou STAT\_NON\_LINE) en modélisation contraintes planes (C\_PLAN) sur un maillage mécanique en TRIA6/SEG3.

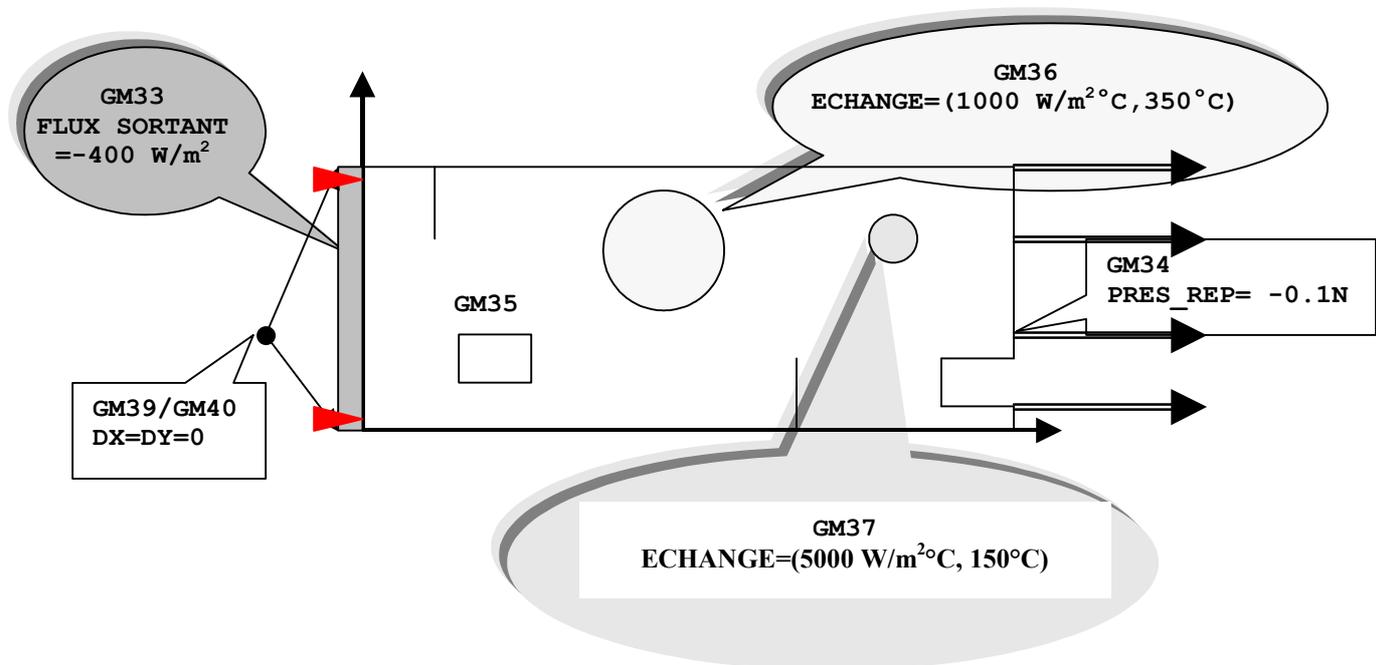
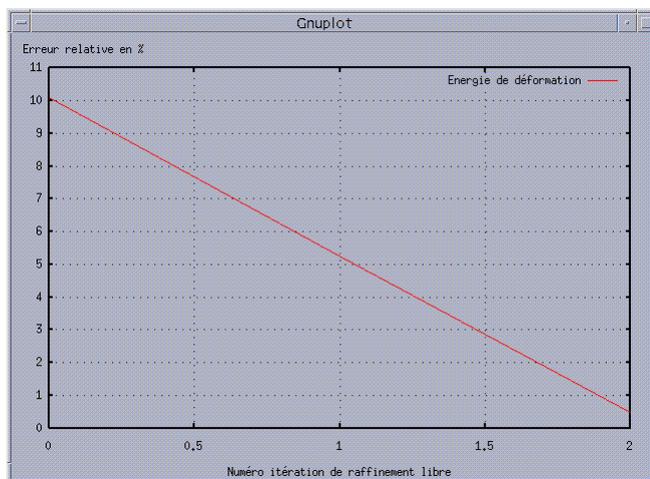
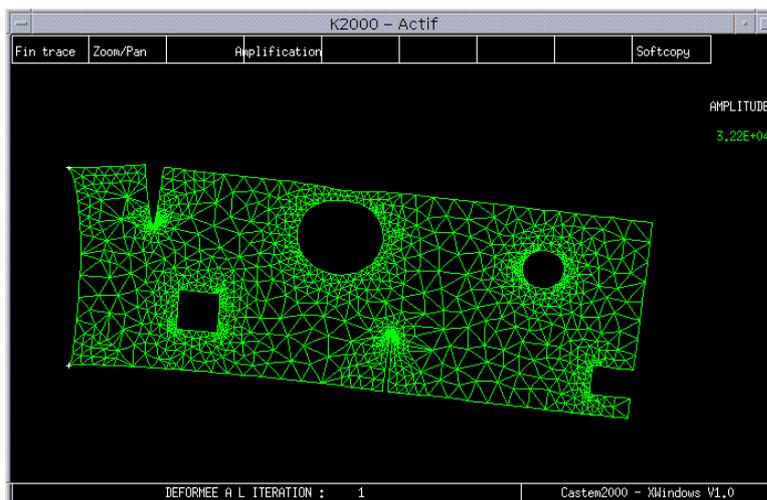


Figure 1.1-c : Schéma des chargements thermo-mécaniques et de la géométrie (modélisation B)



**Figure 1.1-d : Décroissance de l'énergie potentielle de déformation au cours du processus d'adaptation libre des maillages (modélisation B)**



**Figure 1.1-e : Déformée du maillage mécanique (modélisation B)**

Les différentes zones clés du calcul sont désignées : GM38 pour toute la partie volumique en TRIA, GM33 pour le flux thermique sortant, GM36/37 pour les conditions d'échange, GM39/40 pour l'encastrement, GM34 pour la pression répartie et GM35 au niveau de laquelle on va mesurer la moyenne de la température.

## 1.2 Propri t es de matériaux

Sur toute la structure (GROUP\_MA GM38), on applique les caractéristiques matériaux suivantes :

$$E = 21000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.2$$

$$\rho C - p = 52610^4 \text{ J/m}^3 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\lambda = 33,5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

On peut synthétiser la décomposition des chargements par zone sous la forme du tableau suivant :

Zones géométriques ( GROUP_NO/GROUP_MA )	Chargements
GM33	FLUX_REP FLUN = $-400 \text{ W/m}^2$
GM36	ECHANGE COEF_H = $1000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ TEMP_EXT = $350^\circ\text{C}$
GM37	ECHANGE COEF_H = $5000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ TEMP_EXT = $150^\circ\text{C}$
GM39/40	DDL_IMPO DX = DY = 0.
GM34	PRES_REP PRES = $-0.1 \text{ N}$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence

Sur un tel cas de figure, il n'est pas possible d'exhumer une solution analytique ! La solution de référence utilisée pour les calculs d'erreurs sur la moyenne de la température de GM35 (modélisation A) et sur l'énergie potentielle de déformation (modélisation A et B), est en fait une solution approchée obtenue après une série de trois raffinements uniformes. Cette procédure de raffinement uniforme peut être pilotée par une boucle PYTHON et l'opérateur MACR\_ADAP\_MAIL option UNIFORME.

### 2.2 Résultat de référence

**Modélisation A :**

Énergie potentielle de déformation (purement thermique) =  $-2016.80291 J$   
Moyenne de la température sur GM35 =  $170.2^{\circ}Cm$

**Modélisation B :**

Énergie potentielle de déformation (thermo-mécanique) =  $6.75073756 \cdot 10^{-5} J$

### 2.3 Incertitude sur les solutions

Ils ne s'agit que de solutions approchées obtenues sur un maillage « quasi-convergé ».

### 2.4 Références bibliographiques

- 1) X.DESROCHES. « Estimateurs d'erreur de Zhu-Zienkiewicz en élasticité 2D ». [R4.10.01], 1994.
- 2) X.DESROCHES. « Estimateur d'erreur en résidu ». [R4.10.02], 2000.
- 3) O.BOITEAU. « Indicateurs d'erreur spatiale en résidu pour la thermique transitoire ». [R4.10.03], 2001.
- 4) O.BOITEAU. « Cours et TP Indicateurs d'erreur & Adaptation de maillage ; Etat de l'art et implantation dans le Code\_Aster ». <http://www.code-aster.com/utilisation/formations>, 2002.
- 5) O.BOITEAU. « FORMA04 : Maillage adaptatif mécanique sur une poutre en flexion ». [V6.03.119], 2002.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage est réalisé avec des éléments de type TRIA3. Le calcul est fait en thermique linéaire stationnaire isotrope avec l'opérateur THER\_LINEAIRE en lumpé (modélisation PLAN\_DIAG).

On calcule les cartes d'erreurs spatiales de l'indicateur en résidu pur (ERTH\_ELEM). Préalablement il faut avoir lissé le flux thermique des points de Gauss aux nœuds (FLUX\_ELNO) et, pour post-traiter le carte d'erreur (via GIBI), il faut la transformer d'un CHAM\_ELEM par élément à un CHAM\_ELEM aux nœuds par élément. On détermine aussi la valeur de la moyenne de la température sur GM35 (POST\_RELEVE\_T) et celle de l'énergie potentielle de déformation (POST\_ELEM).

Le tout est placé dans une boucle PYTHON permettant la mise en place d'une procédure de raffinement libre en nb\_calc=4 niveaux (via MACR\_ADAP\_MAIL option LIBRE='RAFF\_DERA') couplée sur le carte d'erreur exhumée préalablement. On pilote ce processus par la composante ERTREL de ERTH\_ELEM (composante relative de l'indicateur en résidu). Avec comme critères CRIT\_RAFF\_PE=0.2 et CRIT\_DERA\_PE=0.1 (on raffine 20% des éléments les pires et on déraffine 10% des meilleurs).

On peut ainsi constater la convergence des valeurs de la température et de l'énergie, la majoration de leurs erreurs relatives par rapport aux erreurs fournies par l'indicateur (elles mêmes en relatif et sur toute la structure), les variations des indices d'efficacité de l'indicateur et sa bonne vérification de l'hypothèse de saturation.

Afin d'illustrer des conseils de « bonne pratique » pour la qualité des études, sur les aspects géométrie maillée, maillage proprement dit et type d'éléments finis, on utilise les options adhoc de LIRE\_MAILLAGE, MACR\_ADAP\_MAIL et MACR\_INFO\_MAIL.

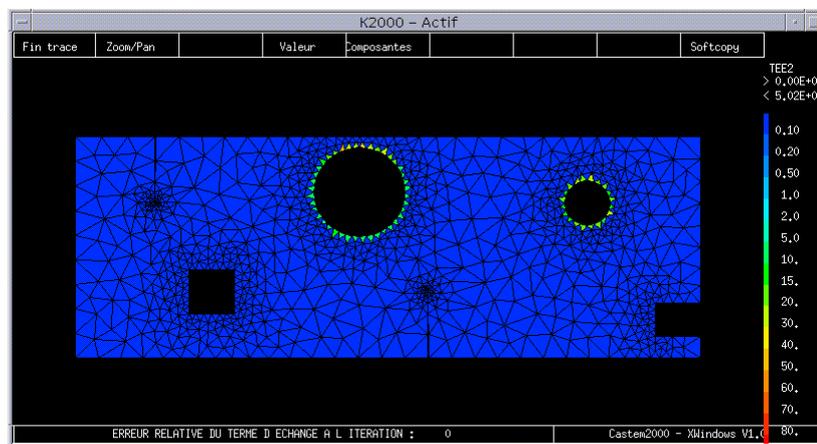


Figure 3.1-a : Isovaleurs de la composante d'échange ( TERME2 ) de l'indicateur d'erreur

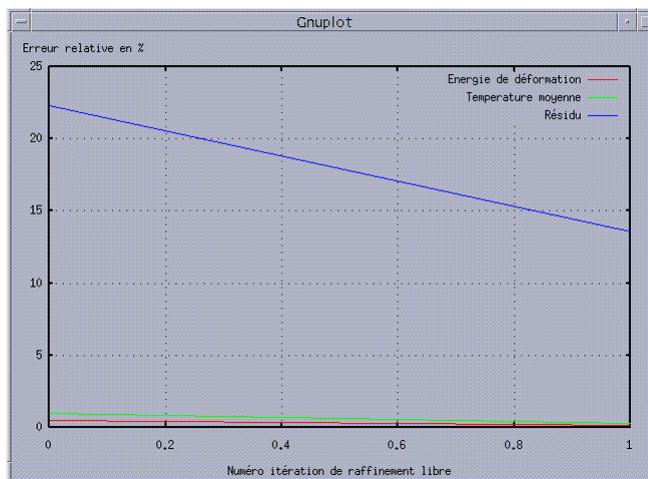


Figure 3.1-b : Décroissances des erreurs relatives de l'énergie de déformation et de la température moyenne comparées à celle de la composante totale relative de l'indicateur ( ERTREL )

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Initialement : 1619 TRIA3, 102 SEG2, 911 nœuds  
 Après un raffinement libre : 3088 TRIA3, 134 SEG2, 1681 nœuds  
 Après deux raffinements libres : 6105 TRIA3, 180 SEG2, 3253 nœuds  
 Après trois raffinements libres : 12345 TRIA3, 245 SEG2, 6462 nœuds  
 Après quatre raffinements libres : 25063 TRIA3, 347 SEG2, 12962 nœuds

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs des erreurs relatives en moyenne de la température et en énergie potentielle de déformation par rapport aux solutions de référence (cf. [§2.2]). Et ce, sur le maillage initial et après quatre raffinements libres. Les tests se devant d'être multi-plateformes, la tolérance relative, qui est sur les erreurs initiales fixée à  $10^{-6}$  %, est volontairement relâchée sur les erreurs après quatre raffinements :  $10^{-4}$ %.

Ces tests sont effectués sur des variables PYTHON (via TEST\_FONCTION) préalablement insérées dans des fonctions ASTER (via FORMULE).

Identification	Valeurs Code_Aster	Valeurs de référence	Tolérance	Ecart relatif (en %)	Variable ASTER	Variable PYTHON
$E_p(0)$	0.491819 %	idem	$10^{-6}$ %	$1.1010^{-11}$ ~ 0%	ERREEN0	eren0
$E_p(4)$	0.016287 %	idem	$10^{-4}$ %	$3.05 \cdot 10^{-12}$ ~ 0%	ERREEN4	eren4
$T(0)$	4.797588 %	idem	$10^{-6}$ %	$2.42 \cdot 10^{-12}$ ~ 0%	ERRETM0	ertm0
$T(4)$	0.042547 %	idem	$10^{-4}$ %	$-6.65 \cdot 10^{-13}$ ~ 0%	ERRETM4	ertm4

## 3.4 Remarques

Il faut bien avoir présent à l'esprit, qu'en tant que « simple post-traitement » du problème thermo-mécanique, **l'indicateur ne peut malheureusement pas fournir de diagnostic plus fiable dans les zones où la résolution du problème initial achoppe** (fissure, coins, multi-matériau, encastrement, choc...). Il faut donc débiter un processus d'adaptation (UNIFORME ou LIBRE), avec un maillage déjà un peu raffiné par l'utilisateur près des zones de discontinuités (matériaux, géométriques...).

MACR\_ADAP\_MAIL ne dispose pas de processus de régularisation, donc un mauvais maillage initial produira, même couplé à un indicateur, probablement un mauvais maillage adapté !

Comme en mécanique, **l'enchaînement « opérateurs thermique/MACR\_ADAP\_MAIL OPTION 'LIBRE' » permet de faire converger optimalement le maillage.**

On peut, de plus, « jongler » avec les composantes de l'indicateur thermique et des conditions limites, « fictives » ou non, pour **orienter la construction d'un maillage raffiné ou dé-raffiné par zones** (cf. [§6.3] [R4.10.03]).

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage thermique (resp. mécanique) est réalisé avec des éléments de type TRIA3 (resp. TRIA6). On chaîne un calcul de thermique linéaire stationnaire isotrope (via THER\_LINEAIRE en modélisation PLAN\_DIAG) et un calcul en élasticité linéaire (via STAT\_NON\_LINE en modélisation C\_PLAN).

On calcule les cartes d'erreurs spatiales des indicateurs en résidu pur thermique et mécanique (ERTH\_ELEM et ERME\_ELEM). Préalablement il faut avoir lissé le flux thermique et le champ de contraintes des points de Gauss aux nœuds (FLUX\_ELNO et SIEF\_ELNO) et, pour post-traiter la carte d'erreur, il faut la transformer d'un CHAM\_ELEM par élément à un CHAM\_ELEM aux nœuds par élément. On détermine aussi la valeur de l'énergie potentielle de déformation (POST\_ELEM).

Le tout est placé dans une boucle PYTHON permettant la mise en place d'une procédure de raffinement libre en nb\_calc=2 niveaux (via MACR\_ADAP\_MAIL option LIBRE='RAFF\_DERA') couplée sur le carte d'erreur exhumée préalablement. On pilote ce processus :

- par la composante ERTREL de ERTH\_ELEM (composante relative de l'indicateur en résidu pour le maillage thermique,
- par la composante NUEST de ERME\_ELEM (composante relative de l'indicateur en résidu pour le maillage mécanique.

Avec comme critères CRIT\_RAFF\_PE=0.2 et CRIT\_DERA\_PE=0.1 (on raffine 20% des éléments les pires et on dé-raffine 10% des meilleurs).

Après chaque calcul thermique on projette bien sûr le champ de température du maillage thermique sur le maillage mécanique (via PROJ\_CHAMP).

On peut ainsi constater la convergence de l'énergie, la majoration de son erreur relative par rapport aux erreurs fournies par les indicateurs (elles mêmes en relatif et sur toute la structure), les variations des indices d'efficacité des indicateurs et leur bonne vérification de l'hypothèse de saturation.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

#### Maillage thermique

Initialement : 1619 TRIA3, 102 SEG2, 911 nœuds  
Après un raffinement libre : 3088 TRIA3, 134 SEG2, 1681 nœuds  
Après deux raffinements libres : 6105 TRIA3, 180 SEG2, 3253 nœuds

#### Maillage mécanique

Initialement : 1619 TRIA6, 102 SEG3, 3443 nœuds  
Après un raffinement libre : 2881 TRIA6, 152 SEG3, 6065 nœuds  
Après deux raffinements libres : 5319 TRIA6, 180 SEG3, 11097 nœuds

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de l'erreur relative en énergie potentielle de déformation par rapport à la solution de référence (cf. [§2.2]). Et ce, sur le maillage initial et après deux raffinements libres. Les tests se devant d'être multi-plateformes, la tolérance relative, qui est sur les erreurs initiales fixée à  $10^{-6}$  %, est volontairement relâchée sur les erreurs après deux raffinements :  $10^{-4}$  %.

Ces tests sont effectués sur des variables PYTHON (via `TEST_FONCTION`) préalablement insérées dans des fonctions ASTER (via `FORMULE`).

Identification	Valeurs Code_Aster	Valeurs de référence	Tolérance	Ecart relatif (en %)	Variable ASTER	Variable PYTHON
$E_p(0)$	10.077761%	idem	$10^{-6}$ %	$4.79 \cdot 10^{-12}$ ~ 0%	ERREEN0	eren0
$E_p(2)$	0.459330 %	idem	$10^{-4}$ %	$-1.03 \cdot 10^{-12}$ ~ 0%	ERREEN2	eren2

## 4.4 Remarques

En thermo-mécanique, différentes stratégies d'adaptation de maillage s'offrent à l'utilisateur :

- n'adapter le maillage que suivant un critère thermique,
- idem suivant un critère mécanique,
- adapter d'abord suivant un critère thermique, puis suivant un critère mécanique (deux boucles d'adaptation séparées).
- adapter conjointement suivant un critère thermique puis mécanique (une boucle comme dans ce cas-test),
- adapter suivant un critère thermo-mécanique.

Dans *Code\_Aster*, on n'a pas accès à des indicateurs explicitement thermo-mécaniques, bien que les indicateurs mécaniques peuvent comporter incidemment une dépendance thermique.

Suivant les besoins de l'étude (plutôt thermique ou plutôt mécanique, faire converger un maillage globalement, meilleure prise en compte de certaines conditions aux limites ...) on peut mettre en place dans le code, l'une des quatre premières stratégies.

**La bonne pratique lors d'un calcul thermo-mécanique étant d'utiliser les éléments  $P_1$  lumpés en thermique et les  $P_2$  en mécanique, cela conduit à utiliser deux maillages et à interpoler le champ thermique solution linéaire sur le maillage mécanique quadratique (via `PROJ_CHAMP`).**

Néanmoins, si on souhaite ne travailler qu'avec un seul maillage, on peut facilement décliner l'une des quatre premières stratégies via l'option `MAJ_CHAM` de `MACR_ADAP_MAIL`. Cela permet, tout en adaptant le maillage suivant un critère thermique (resp. mécanique), de mettre à jour le champ complémentaire, mécanique (resp. thermique), sur le nouveau maillage adapté.

## 5 Synthèse des résultats

---

On « réalise » un **calcul thermo-élastique sur une culasse métallique fissurée** en modélisation contrainte plane (pour la partie mécanique) et lumpé (pour la partie thermique). Conformément aux « bonnes pratiques » de type qualité des études, on utilise deux maillages distincts : linéaire en thermique et quadratique en mécanique.

On effectue tout d'abord (modélisation A) le calcul thermique sur lequel on fait converger librement le maillage  $P_1$  avec un couplage carte d'indicateur d'erreurs spatiales (`CALC_ERREUR + 'ERTH_ELEM'`)/raffinement-déraffinement (`MACR_ADAP_MAIL 'RAFF_DERA'`).

Dans la seconde modélisation (B), les deux maillages sont adaptés conjointement suivant le même processus au cours d'un calcul thermo-mécanique chaîné. Pour l'adaptation libre du maillage mécanique, on a recours à l'indicateur en résidu pur `'ERME_ELEM'`.

Les objectifs de ce cas-test sont multiples, il s'agit :

- de se familiariser et de mettre en pratique les deux problématiques duales : calcul de carte d'indicateur d'erreur et stratégies d'adaptation de maillage. Sur des cas standards, mais aussi sur des cas pathologiques et pour des chaînages de calculs,
- de détailler les différents paramétrages des opérateurs incriminés (`CALC_ERREUR`, `MACR_ADAP_MAIL`) et d'opérateurs connexes qui peuvent se révéler particulièrement intéressants pour ces problématiques (`INFO_MAILLAGE`, `MACR_INFO_MAIL`, `PROJ_CHAMP...`),
- de marteler des conseils de « bonne pratique » pour la qualité des études et l'utilisation des outils déjà disponibles sur le sujet. On ne s'intéresse qu'aux aspects géométrie maillée, maillage proprement dit et type d'éléments finis. On ne s'attarde pas ici sur les problèmes de pas de temps, de calibrage de paramètres numériques et sur les aspects sensibilité vis-à-vis des données,
- d'illustrer les formidables potentialités et facilités que permet le couplage « langage `ASTER/PYTHON` » dans le fichier de commande d'une étude (test, boucle, affichage, calcul, macro-commande personnelle, interactivité...). Les cas-tests officiels étant calibrés pour fonctionner en batch, certains de ces aspects ont donc été « commentarisés » dans le fichier de commande.

D'un point de vue **validation informatique**, ce cas test permet bien sûr de tester la non-régression de différents couplages calculs de carte d'erreurs/procédure de raffinement-déraffinement en thermo-mécanique, mais aussi les options de « pré et post-traitements » de ces calculs (lissage des contraintes et des flux thermiques aux nœuds, passage d'une erreur par élément à une erreur aux nœuds par élément).