

## SSNP106 – Calcul du ferrailage d'une poutre-voile avec trémie par la méthode Bielles-Tirants

---

### Résumé

Ce cas-test de non-régression permet de valider la construction et l'optimisation d'un modèle Bielles-Tirants via la macro-commande CALC\_BT [R7.04.06]. Le modèle Bielles-Tirants est construit à partir des résultats d'une modélisation plane. Deux schémas d'optimisation ont été testés : optimisation des sections des éléments et optimisation des sections des éléments avec optimisation topologique.

## Table des Matières

1	Problème de référence.....	3
1.1	Géométrie.....	3
1.2	Matériaux.....	3
1.3	Conditions aux limites et chargement.....	4
1.4	Caractéristiques du maillage.....	4
1.5	Solution de référence.....	4
1.5.1	Schéma du treillis Bielles-Tirants.....	4
1.5.2	Résultats de référence.....	4
2	Modélisation A : C_PLAN.....	6
2.1	Paramètres d'optimisation.....	6
2.2	Structure de base construite.....	6
2.3	Optimisation SCHEMA = 'SECTION'.....	8
2.4	Optimisation SCHEMA = 'TOPO'.....	9
3	Modélisation B : D_PLAN.....	11
3.1	Paramètres d'optimisation.....	11
3.2	Structure de base construite.....	11
3.3	Optimisation SCHEMA = 'SECTION'.....	12
3.4	Optimisation SCHEMA = 'TOPO'.....	13
4	Synthèse des résultats.....	14
5	Références.....	14

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Ce cas-test de non-régression représente un test à trois points d'une poutre épaisse. La poutre est représentée par un élément rectangulaire de 7.5 mètres de longueur et 4.7 mètres de hauteur, l'élément contient une trémie carrée de 1.5 mètres de côté situé selon la Figure 1.1.-a. Un appui fixe est placé à l'extrémité gauche de la base de l'élément et un appui vertical est considéré à l'extrémité droite. Une charge verticale égale à 3 MN est appliquée au sens de la gravité à 4.7 mètres du bord gauche. La géométrie, les conditions aux limites et la définition des matériaux ont été pris directement de la référence [Shlaich et al., 1987].

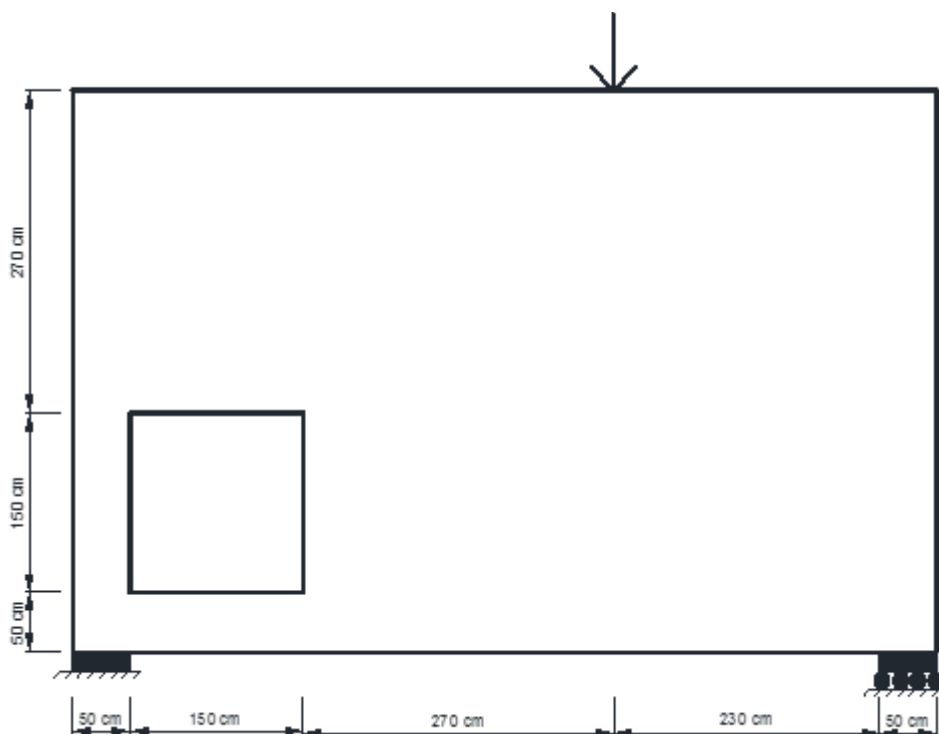


Image 1.1-1: Poutre-voile avec trémie

### 1.2 Matériaux

Le béton armé utilisé pour la modélisation plane correspond à un matériau élastique linéaire avec les caractéristiques suivantes :

Le béton :

Module de Young	$E$	21GPa
Coefficient de Poisson	$\nu$	0.2
Limite élastique	$f_{cm}$	36MPa

Tableau 1.2-1

L'acier de ferrailage :

Module de Young	$E$	210GPa
Limite élastique	$f_y$	500MPa

Tableau 1.2-2

## 1.3 Conditions aux limites et chargement

La poutre est supposée avec un appui fixe au niveau du côté gauche et un appui de type chariot (bloqué dans la direction verticale) au niveau du côté droit. La charge et les conditions aux limites sont prises comme il est indiqué sur la Figure 1.1-1.

## 1.4 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13504  
Nombre de mailles et types : 13200 mailles QUAD4

## 1.5 Solution de référence

### 1.5.1 Schéma du treillis Bielless-Tirants

Une des solutions proposées dans la référence [Schlaich et al., 1987] est présentée sur la Figure 2.1-a. L'auteur aborde le problème via une définition *ad hoc* du modèle Bielless-Tirants.

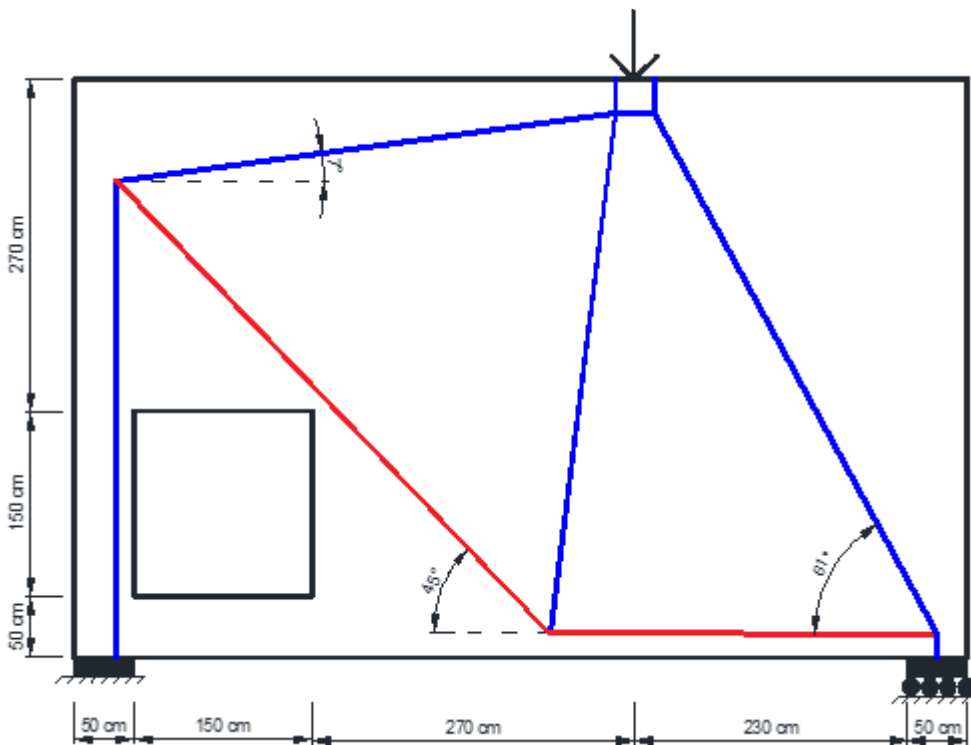


Image 1.5-1:Modèle BT de référence [Schlaich et al., 1987]

### 1.5.2 Résultats de référence

Les sections des tirants sont présentées dans le tableau suivant:

Tirant	Nœud i	Nœud j	Force [MN]	Longueur [m]*	As [m <sup>2</sup> ]*
T2	5	6	1.33	5.6	0.0024
T1	0	5	1.07	3	0.0027

**Tableau 1.5-1 : Sections des tirants [Shclaich et al. 1897]**

## 2 Modélisation A : C\_PLAN

Modélisation C\_PLAN. Analyse statique à comportement élastique linéaire.

### 2.1 Paramètres d'optimisation

La structure de base a été construite en considérant les paramètres suivants :

- Pas de maille pour l'interpolation de grille en direction X  $PAS\_X = 0.05m$
- Pas de maille pour l'interpolation de grille en direction Y  $PAS\_Y = 0.05m$
- Longueur maximale d'élément  $LONGUEUR\_MAX = 7m$
- Distance minimale entre pics de contrainte  $TOLE\_BASE = 0.026$

L'optimisation de la géométrie de base selon le schéma 1 (optimisation de sections [Code\_Aster, CALC\_BT]) est effectuée avec les paramètres suivants :

- Nombre maximal d'itérations  $MAXITER = 200$
- Seuil de convergence de l'optimisation  $RESI\_RELA\_SECTION = 0.000001$
- Taux d'évolution maximal de section par itération  $CRIT\_SECTION = 50\%$
- Section minimale d'élément  $SECTION\_MINI = 10^{-10} m^2$

L'optimisation selon le schéma TOPO (optimisation de sections plus topologique) est effectuée avec les paramètres complémentaires suivants :

- Seuil de convergence de l'optimisation  $RESI\_RELA\_TOPO = 0.00001$
- Taux maximum d'élimination d'éléments  $CRIT\_ELIM = 0.5$
- Contrôle des variables pseudo-aléatoires  $INIT\_ALEA = 0$

### 2.2 Structure de base construite

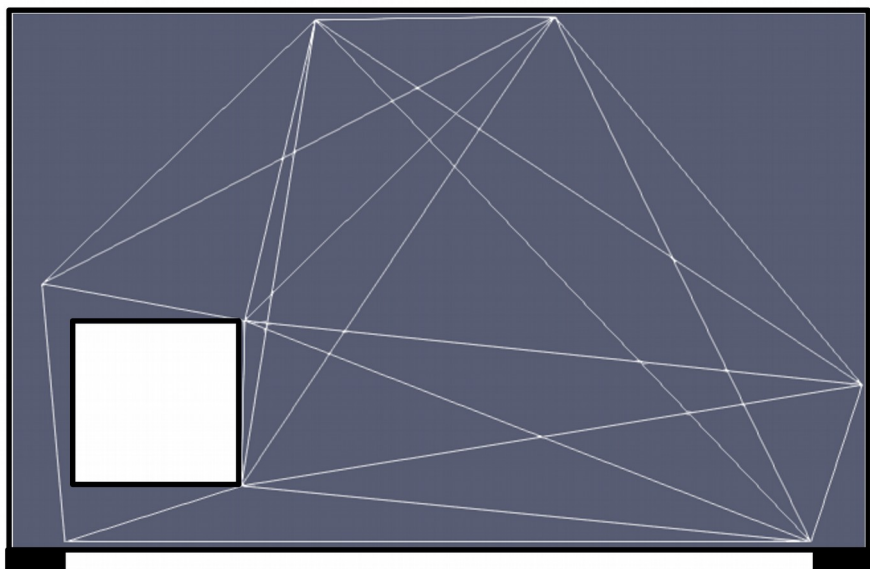


Image 2.2-1: Structure de base : C\_PLAN

La structure de base est ainsi construite à l'intérieur de la macro-commande CALC\_BT à partir des résultats de la modélisation 2D et en considérant les paramètres définis auparavant.



## 2.3 Optimisation SCHEMA = 'SECTION'

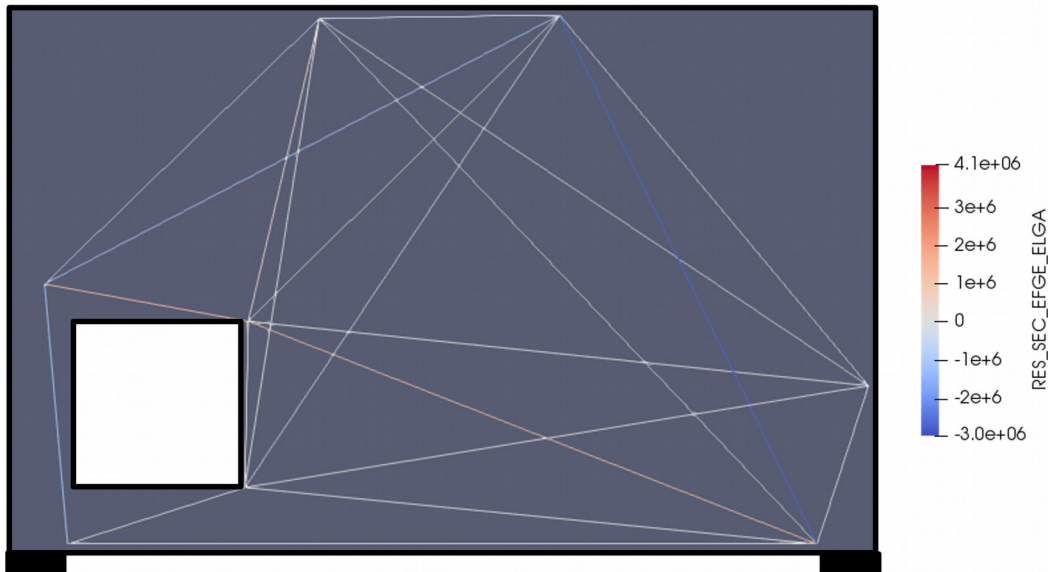


Image 2.3-1: Structure optimisée : C\_PLAN, SCHEMA = SECTION

La Figure 2.3-1 présente les forces réparties dans les éléments de la structure à la fin du processus d'optimisation suivant le schéma `SECTION` (optimisation de sections seule).

Le Tableau suivant présente les caractéristiques géométriques des éléments de la structure de base à la fin de la procédure d'optimisation. Afin de faciliter la comparaison de résultats, la numérotation des éléments (première colonne) a été manuellement modifiée.

	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_EL EM
B1	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.01E+06	2.87E-02	2.31	3.87E+04
B2	0.45	0.00	7.00	0.00	BIELLE	-6.46E-01	1.00E-06	6.55	1.30E-03
B3	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-9.16E+04	2.62E-03	1.63	2.49E+03
T1	0.25	2.30	2.03	1.97	TIRANT	1.27E+06	2.54E-03	1.81	5.46E+04
B4	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-4.92E+05	1.41E-02	3.36	2.75E+04
B5	0.25	2.30	4.75	4.68	BIELLE	-9.14E+05	2.61E-02	5.09	7.75E+04
T3	2.03	1.97	2.65	4.65	TIRANT	3.49E+05	6.99E-04	2.75	2.29E+04
T5	2.03	1.97	4.75	4.68	TIRANT	3.74E-01	1.00E-06	3.84	2.56E-05
T2	2.03	1.97	7.00	0.00	TIRANT	1.26E+06	2.52E-03	5.35	1.60E+05
T6	2.03	1.97	7.45	1.40	TIRANT	4.34E-01	1.00E-06	5.45	4.90E-05
T4	2.03	1.97	2.00	0.50	TIRANT	1.08E+05	2.15E-04	1.47	3.77E+03
B6	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-2.73E+05	7.80E-03	2.10	9.55E+03
T7	2.65	4.65	7.00	0.00	TIRANT	1.22E-01	1.00E-06	6.37	4.53E-06
T8	2.65	4.65	7.45	1.40	TIRANT	2.30E-01	1.00E-06	5.80	1.46E-05
T9	2.65	4.65	2.00	0.50	TIRANT	1.00E+00	1.00E-06	4.20	2.01E-04
B7	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-2.70E+06	7.71E-02	5.19	2.34E+05



T10	4.75	4.68	7.45	1.40	TIRANT	1.09E-01	1.00E-06	4.25	2.39E-06
B8	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-1.63E+05	4.65E-03	5.00	1.36E+04
T11	7.00	0.00	7.45	1.40	TIRANT	4.13E-01	1.00E-06	1.47	1.19E-05
B9	7.00	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-1.36E+00	1.00E-06	5.02	4.45E-03
B10	7.45	1.40	2.00	0.50	BIELLE	-8.29E-01	1.00E-06	5.52	1.81E-03

Tableau 2.3-1 : Structure optimisée : C\_PLAN, SCHEMA = SECTION

## 2.4 Optimisation SCHEMA = 'TOPO'

La Figure 2.3.5-a et le Tableau 2.3.5-a présentent la distribution de forces dans les éléments de la structure à la dernière itération. Comme pour que dans les résultats de la section 2.3.4, la numérotation des éléments (première colonne du Tableau 2.3.5-a) a été manuellement modifiée pour les éléments dénotés T1 et T2.

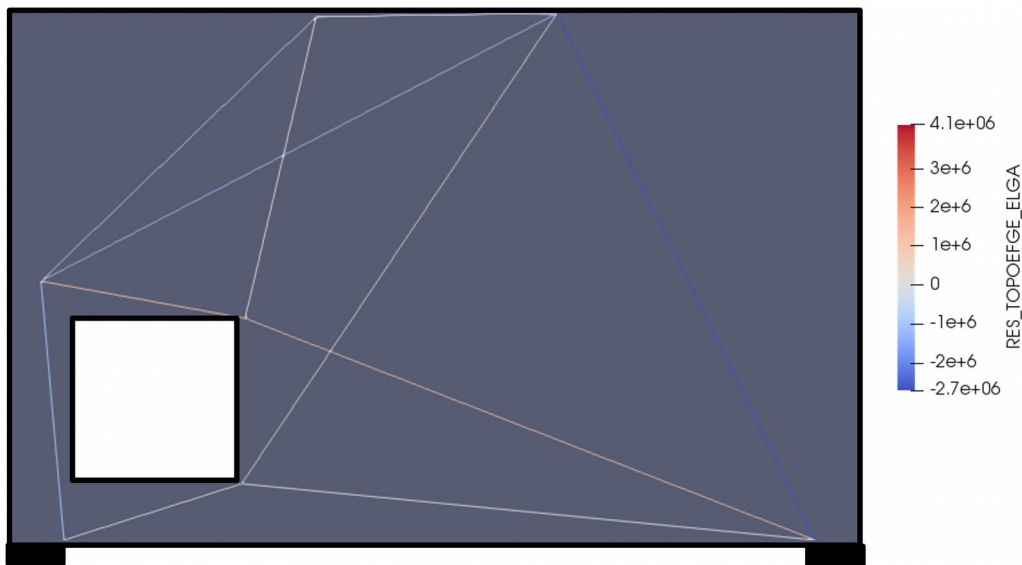


Image 2.4-1: Structure optimisée : C\_PLAN, SCHEMA = TOPO

#	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_EL EM
B1	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-2.73E+06	7.79E-02	5.19	2.36E+05
B2	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.01E+06	2.87E-02	2.31	3.87E+04
B3	0.25	2.30	4.75	4.68	BIELLE	-1.08E+06	3.09E-02	5.09	9.18E+04
B4	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-3.64E+05	1.04E-02	3.36	2.04E+04
B5	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-2.02E+05	5.77E-03	2.10	7.07E+03
B6	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-4.14E+04	2.32E-03	5.00	1.76E+03
B7	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-9.16E+04	2.62E-03	1.63	2.49E+03
T2	0.25	2.30	2.03	1.97	TIRANT	1.33E+06	2.65E-03	1.81	5.72E+04
T1	2.03	1.97	7.00	0.00	TIRANT	1.34E+06	2.68E-03	5.35	1.71E+05
T3	2.03	1.97	2.65	4.65	TIRANT	2.59E+05	5.17E-04	2.75	1.69E+04
B8	7.00	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-6.48E+04	1.50E-06	5.02	6.69E+06

**Tableau 2.4-1. Structure optimisée : C\_PLAN, SCHEMA = TOPO**

## 3 Modélisation B : D\_PLAN

Modélisation D\_PLAN. Analyse statique à comportement élastique.

### 3.1 Paramètres d'optimisation

Les valeurs des paramètres identiques que pour la modélisation en contrainte plane à l'exception de la valeur suivante :

- Contrôle des variables pseudo-aléatoires `INIT_ALEA = 2`

### 3.2 Structure de base construite

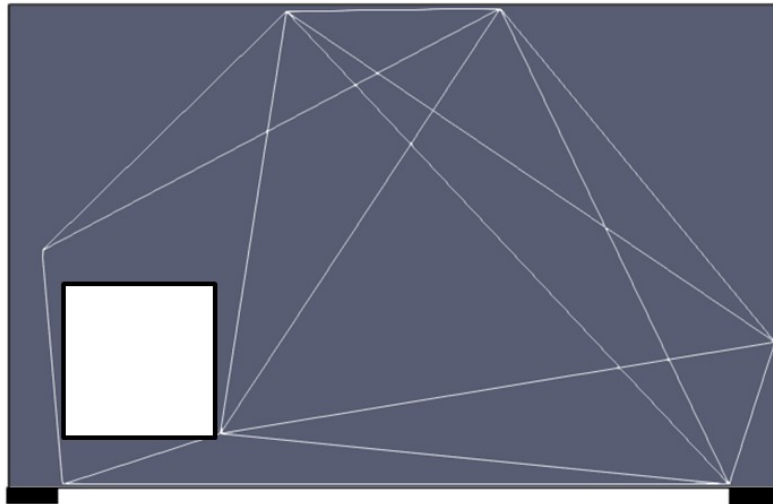


Image 3.2-1:Structure base : D\_PLAN

La structure de base est ainsi construite à l'intérieur de la macro-commande `CALC_BT` à partir des résultats de la modélisation 2D et en considérant les paramètres auparavant.

## 3.3 Optimisation SCHEMA = 'SECTION'

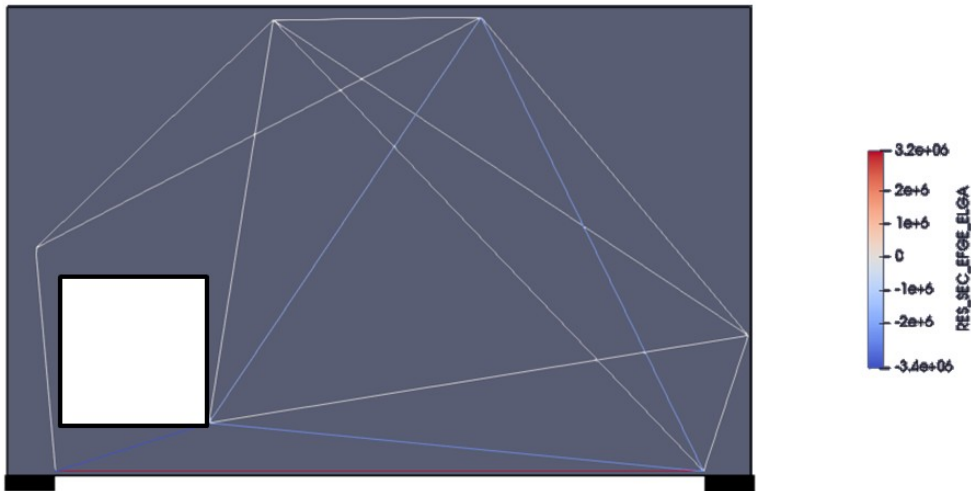


Image 3.3-1: Structure optimisée : D\_PLAN, SCHEMA = SECTION

#	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_EL EM
B1	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.58E-02	1.00E-06	2.31	2.75E-07
T1	0.45	0.00	7.00	0.00	TIRANT	3.19E+06	6.39E-03	6.55	4.98E+05
B2	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-3.36E+06	9.59E-02	1.63	9.11E+04
B3	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-5.12E-02	1.00E-06	3.36	4.19E-06
T2	0.25	2.30	4.75	4.68	TIRANT	4.29E-02	1.00E-06	5.09	4.47E-07
B4	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-3.65E-02	1.00E-06	2.10	1.33E-06
T3	2.65	4.65	7.00	0.00	TIRANT	5.72E-03	1.00E-06	6.37	9.91E-09
T4	2.65	4.65	7.45	1.40	TIRANT	9.31E-04	1.00E-06	5.80	2.39E-10
T5	2.65	4.65	2.00	0.50	TIRANT	3.10E-02	1.00E-06	4.20	1.92E-07
B5	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-1.92E+06	5.50E-02	5.19	1.66E+05
B6	4.75	4.68	7.45	1.40	BIELLE	-6.43E-04	1.00E-06	4.25	8.37E-10
B7	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-1.52E+06	4.33E-02	5.00	1.26E+05
T6	7.00	0.00	7.45	1.40	TIRANT	9.44E-05	1.00E-06	1.47	6.24E-13
B8	7.00	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-2.37E+06	6.78E-02	5.02	1.99E+05
B9	7.45	1.40	2.00	0.50	BIELLE	-3.96E-04	1.00E-06	5.52	4.13E-10

Tableau 3.3-1: Structure optimisée : D\_PLAN, SCHEMA = SECTION

## 3.4 Optimisation SCHEMA = 'TOPO'

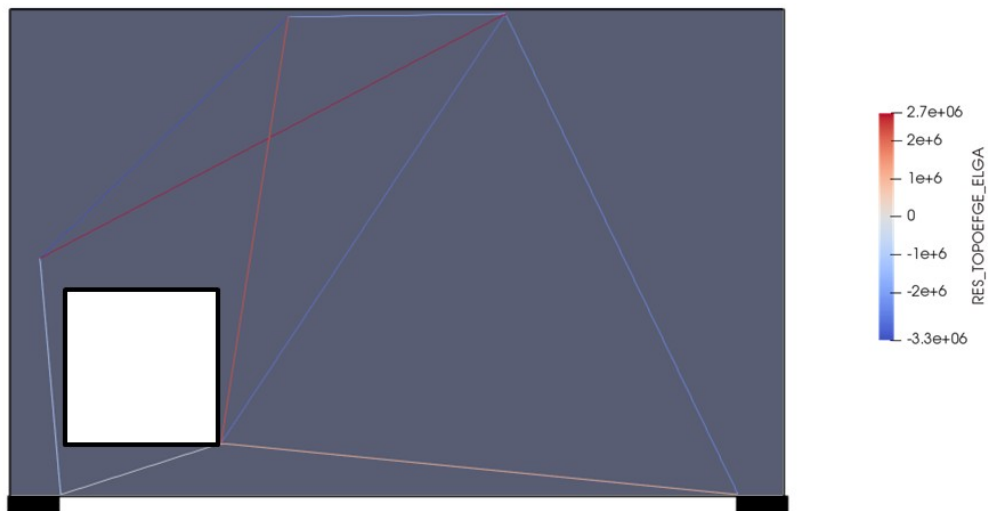


Image 3.4-1: Structure optimisée : D\_PLAN, SCHEMA = TOPO

#	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_EL EM
B1	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-3.26E+06	9.31E-02	3.36	1.82E+05
B2	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-2.61E+06	7.46E-02	5.00	2.18E+05
B3	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-2.30E+06	6.56E-02	5.19	1.99E+05
B4	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-1.98E+06	5.65E-02	2.10	6.92E+04
B5	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.01E+06	2.87E-02	2.31	3.87E+04
T1	0.25	2.30	4.75	4.68	TIRANT	2.73E+06	5.47E-03	5.09	3.31E+05
T2	2.65	4.65	2.00	0.50	TIRANT	2.28E+06	4.56E-03	4.20	2.28E+05
B6	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-9.16E+04	2.62E-03	1.63	2.49E+03
T3	7.00	0.00	2.00	0.50	TIRANT	1.00E+06	2.00E-03	5.02	1.20E+05

Tableau 3.3.2-1: Structure optimisée : D\_PLAN, SCHEMA = TOPO

## 4 Synthèse des résultats

Le tableau présente les tirants principaux trouvés dans le modèle de référence et les deux modélisations présentées.

		Tirant	Force [N]	$A_s$ [m <sup>2</sup> ]	Longueur [m]	Acier totale [m <sup>3</sup> ]	
	Référence	T1	1.07E+06	2.69E-03	3	0.0215	
		T2	1.33E+06	2.4E-03	5,6		
C_PLAN	SCHEMA= 'SECTION'	T1	1.27E+06	2.54E-03	1.81	0.0203	
		T3	3.49E+05	6.99E-04	2.75		
		T5	3.74E-01	1.00E-06	3.84		
		T2	1.26E+06	2.52E-03	5.35		
		T6	4.34E-01	1.00E-06	5.45		
		T4	1.08E+05	2.15E-04	1.47		
		T7	1.22E-01	1.00E-06	6.37		
		T8	2.30E-01	1.00E-06	5.80		
		T9	1.00E+00	1.00E-06	4.20		
		T10	1.09E-01	1.00E-06	4.25		
		T11	4.13E-01	1.00E-06	1.47		
		SCHEMA= 'TOPO'	T2	1.33E+06	2.65E-03	1.81	0.0205
			T1	1.34E+06	2.68E-03	5.35	
			T3	2.59E+05	5.17E-04	2.75	
D_PLAN	SCHEMA= 'SECTION'	T1	3.19E+06	6.39E-03	6.55	0.042	
		T2	4.29E-02	1.00E-06	5.09		
		T3	5.72E-03	1.00E-06	6.37		
		T4	9.31E-04	1.00E-06	5.80		
		T5	3.10E-02	1.00E-06	4.20		
		T6	9.44E-05	1.00E-06	1.47		
		SCHEMA= 'TOPO'	T1	2.73E+06	5.47E-03	5.09	0.057
			T2	2.28E+06	4.56E-03	4.20	
			T3	1.00E+06	2.00E-03	5.02	

**Tableau 4-1 : Synthèse des résultats**

Le tableau 4-1 montre les éléments tirant présentant une taille de section supérieure à la section minimale. La quantité totale d'acier est calculée en prenant en compte tous les éléments tirants.

La modélisation C\_PLAN présente une variation de 6% par rapport la solution proposée en référence [Schlaich et al., 1987]. Les résultats obtenus par Code\_Aster constituent des valeurs de non régression.

## 5 Références

[Schalich et al, 1987] Schlaich, J., Schäfer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. PCI journal, 32(3), 74-150.