

## SSNL501 - Poutre encastree aux deux extremités soumise à une pression uniforme

---

### Résumé :

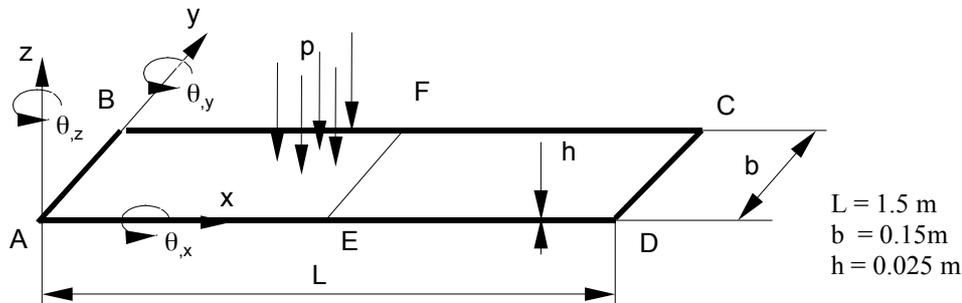
Ce test représente un calcul quasi-statique d'une poutre encastree soumise à une pression uniforme, constituée d'un matériau élastique parfaitement plastique. Ce test permet de valider les modélisations éléments finis suivantes :

- DKT (TRIA3, QUAD4),
- COQUE\_3D (TRIA7, QUAD9),
- POU\_D\_TGM (SEG2).

La pression limite est comparée à une solution de référence analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la poutre sont :

$$E = 2.10^{11} \text{ Pa} \quad \text{Module de Young}$$

$$\nu = 0.3 \quad \text{Coefficient de poisson}$$

Le matériau suit une loi de comportement élastique parfaitement plastique :

$$\sigma_e = 2.3510^8 \text{ Pa} \quad \text{Limite élastique}$$

$$\varepsilon_e = 1.17510^{-3} \quad \text{Déformation élastique limite}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : Cotés  $AB$  et  $CD$  encastrés
- Déplacement imposé suivant  $Z$  en  $E$  ( $x = L/2$ ) :

$$DZ_e = 6.60910^{-3} \text{ m} \quad \left( DZ_e = \frac{q_e L^4}{384EI} \right)$$

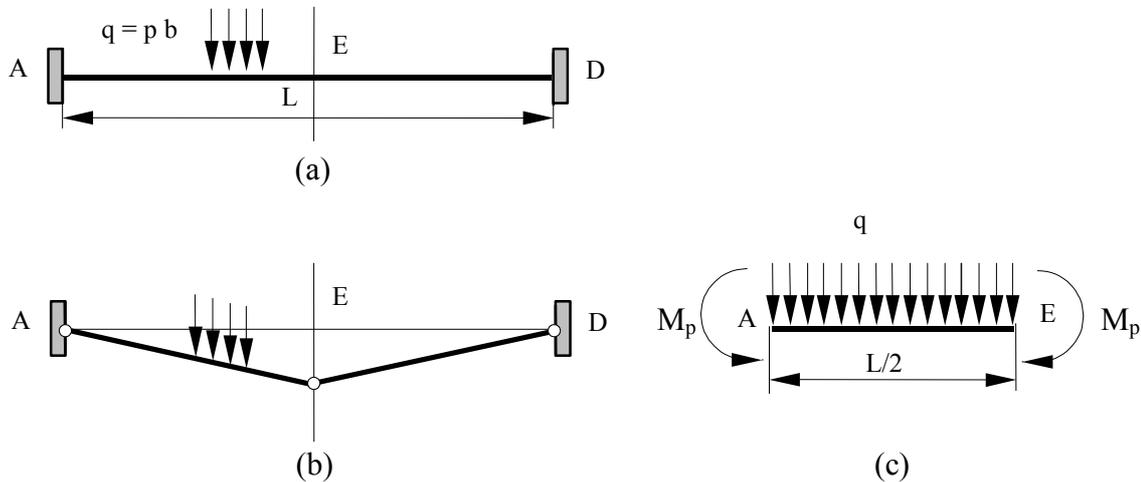
$$DZ(E) \text{ varie de } 0 \text{ à } 30 DZ_e$$

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



La ruine de la poutre apparaît lorsqu'il y a des rotules plastiques aux points  $A$ ,  $D$  et  $E$  (figure b). L'équilibre statique de la moitié gauche de la poutre, permet de déterminer la pression limite (figure c)

$$\sum M_A = 2M_p - q_L \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{L}{4}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad q_L = \frac{16M_p}{L^2}$$

où :

$q_L$  représente la pression limite

$M_p$  représente le moment plastique ( $M_p = \sigma_e \frac{bh^2}{4}$ )

L'apparition du premier point plastique sur la fibre extérieure de la poutre a lieu aux points  $A$  et  $D$ , les autres fibres étant en régime élastique. La pression limite élastique est de  $q_e = 2\sigma_e \frac{bh^2}{L^2}$ .

### 2.2 Résultats de référence

Pression limite  $q_L = 39\,166.67 \text{ N/m}$

### 2.3 Incertitudes sur la solution

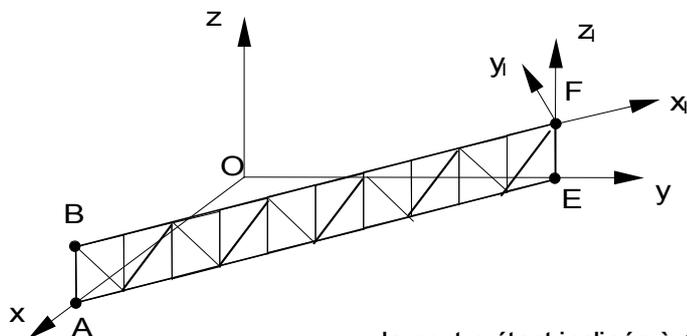
Solution analytique

### 2.4 Références bibliographiques

- 1) WILLIAM A. NASH : Theory and problems of Strength of material, Schaum's outline series, 2/ed, McGRAW-HILL

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA3)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB:  $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF:  $u = 0$  (repère local  $x_1 y_1 z_1$ )

- côté EF:  $\theta_z = 0$  (repère global)

la poutre étant inclinée à  $45^\circ$ , la valeur du déplacement imposé est alors :  $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et type : 20 TRIA3

#### 3.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.11133	11.11
25	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.142	11.42

#### 3.4 Remarques

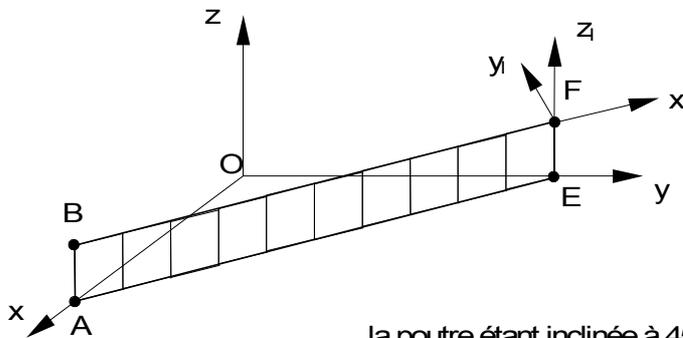
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL\_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA\_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE\_CHAR\_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA\_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA\_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT TRIA3 lorsque l'on raffine le maillage.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB:  $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF:  $u = 0$  (repère local  $x_1 y_1 z_1$ )

- côté EF:  $\theta_z = 0$  (repère global)

la poutre étant inclinée à  $45^\circ$ , la valeur du déplacement imposé est alors :  $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et type : 10 QUAD4

### 4.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0837	8.37
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.0998	9.98

### 4.4 Remarques

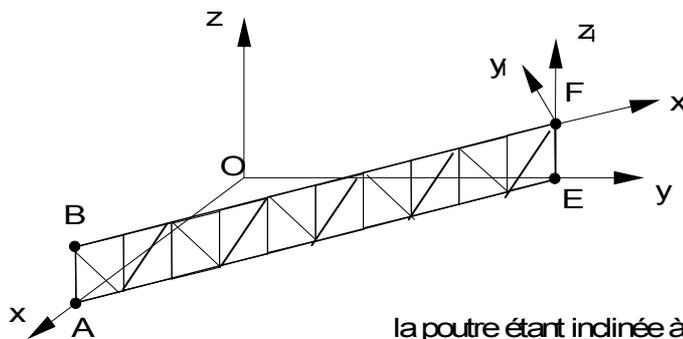
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL\_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA\_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE\_CHAR\_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA\_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA\_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT QUAD4 lorsque l'on raffine le maillage.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE\_3D (TRIA7)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB:  $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF:  $u = 0$  (repère local  $x_1, y_1, z_1$ )

- côté EF:  $\theta_z = 0$  (repère global)

la poutre étant inclinée à  $45^\circ$ , la valeur du déplacement imposé est alors :  $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 83

Nombre de mailles et type : 20 TRIA7

### 5.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.1143	11.43
15	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.1682	16.82

### 5.4 Remarques

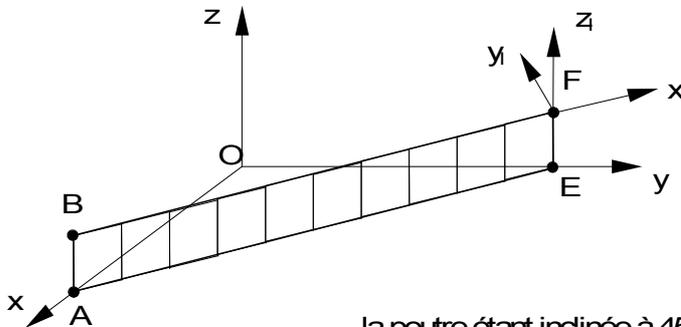
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL\_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA\_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE\_CHAR\_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA\_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA\_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D TRIA7 lorsque l'on raffine le maillage.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE\_3D(QUAD9)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB:  $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF:  $u = 0$  (repère local  $x_1 y_1 z_1$ )

- côté EF:  $\theta_z = 0$  (repère global)

la poutre étant inclinée à  $45^\circ$ , la valeur du déplacement imposé est alors :  $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 54

Nombre de mailles et type : 10 QUAD9

### 6.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0978	9.78
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.1085	10.85

### 6.4 Remarques

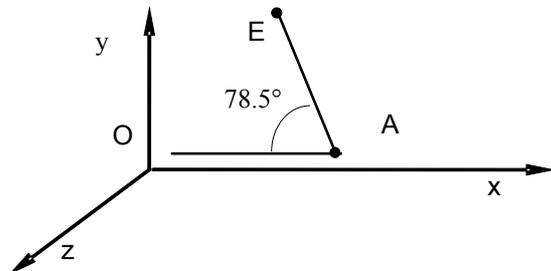
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL\_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA\_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE\_CHAR\_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA\_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA\_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D QUAD9 lorsque l'on raffine le maillage.

## 7 Modélisation E

### 7.1 caractéristiques de la modélisation



Modélisation POU\_D\_TGM

A= 2.1 0.7 0.

AE =0.75 m

Conditions aux limites (repère global)

- noeud A:  $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- noeud E:  $u = 0, \theta_z = 0$

la poutre étant inclinée à  $78.5^\circ$ , la valeur du déplacement imposé est alors :  $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(78.5^\circ)$

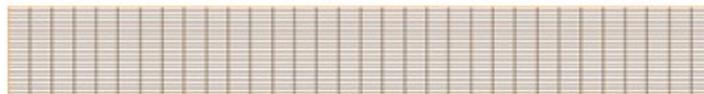
### 7.2 caractéristiques du maillage

- maillage de la poutre

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et type : 10 SEG2

- maillage de la section



Nombre de nœuds : 355

Nombre de mailles et type : 280 QUAD4

### 7.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	% Tolérance
5	ETA_PILOTAGE	10	1.0	14.
5.24	ETA_PILOTAGE	12	1.0	14.

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL\_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA\_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE\_CHAR\_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA\_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA\_PILOTAGE s'est stabilisée.

La solution poutre s'améliore sensiblement lorsque l'on raffine le maillage.

## 8 Synthèse des résultats

---

Concernant l'évolution du déplacement normal au centre de la plaque en fonction du paramètre de pilotage, on observe que :

- les modélisations comportant des quadrangles donnent de meilleurs résultats, par rapport aux mailles triangles.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre `ETA_PILOTAGE` s'est stabilisée, ou lorsque le calcul n'était plus possible. Compte tenu des maillages utilisés, les résultats obtenus sont satisfaisants. Les erreurs observées sont pour les modélisations :

- - `DKT` : 11.4% pour la maille `TRIA3` (A) et 9.9% pour la maille `QUAD4` (B),
  - `COQUE_3D` : 16% pour la maille `TRIA7` (C) et 10.8% pour la maille `QUAD9` (D),
  - `POUT_D_TGM` : 9% (E).

Mais on constate qu'avec un maillage plus fin aux extrémités et au centre de la plaque, lieu ou la plastification apparaît, il est possible de minimiser l'erreur par rapport à la solution de référence.