

## SDND107 - Lâcher et excitation sismique d'un système avec amortisseur visqueux non linéaire de type "Zener"

### Résumé :

On teste la réponse du modèle de comportement d'amortisseur visqueux non linéaire `DIS_VISC`, de type "Zener généralisé", cf. [R5.03.17].

Le but est de valider la loi visqueuse en dynamique linéaire et non-linéaire. On réalise les tests suivants :

- A) en dynamique linéaire (opérateur `DYNA_NON_LINE`) dans un cas de lâcher, en utilisant un assemblage d'éléments discrets linéaires comme base de comparaison pour la loi de comportement "Zener généralisé".
- B) en dynamique non-linéaire (opérateur `DYNA_NON_LINE`) avec une accélération de type sinusoïdale puis une accélération nulle.
- C) en dynamique non-linéaire transitoire (opérateur `DYNA_VIBRA` ou `DYNA_TRAN_MODAL` avec un schéma en temps de type Euler) avec une accélération de type sinusoïdale puis une accélération nulle. C'est la même étude que B. La poursuite est également validée.
- D, E) en dynamique non-linéaire transitoire (opérateur `DYNA_VIBRA` ou `DYNA_TRAN_MODAL` avec deux schémas en temps de type Runge-Kutta d'ordre 5 et d'ordre 3, à pas adaptatif) avec une accélération de type sinusoïdale puis une accélération nulle. C'est la même étude que B. La poursuite est également validée.

Ce comportement est aussi validé avec la commande `STAT_NON_LINE` dans `SSND101` [V6.08.101].

## 1 Problème de référence

### 1.1 Description du dispositif

L'amortisseur visqueux est représenté par le modèle rhéologique ci-dessous.

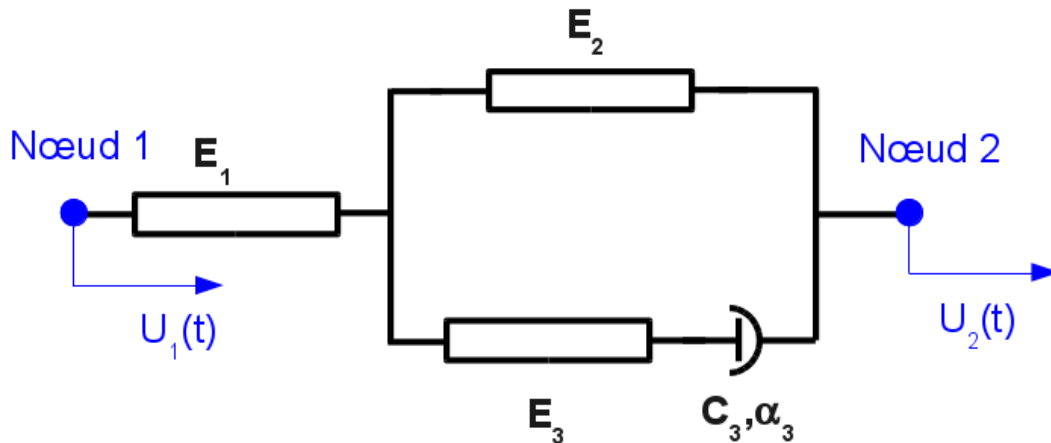


Figure 1.1-a : Modèle rhéologique de l'amortisseur visqueux.

Les valeurs des différentes raideurs  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  et les caractéristiques de la partie visqueuse non linéaire  $C_3$ ,  $\alpha_3$  sont issues d'essais. Les équations régissant le comportement sont [R5.03.17] :

$$\dot{F}_1 \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{E_2}{E_1 \cdot E_3} \right) = (\dot{U}_2 - \dot{U}_1) \left( 1 + \frac{E_2}{E_3} \right) - \left\langle \left\langle \frac{F_1}{C_3} \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} \right) - \frac{E_2}{C_3} (U_2 - U_1) \right\rangle \right\rangle^{1/\alpha_3}$$

avec  $\langle \langle x \rangle \rangle^a = x^a$  si  $x \geq 0$   
 $\langle \langle x \rangle \rangle^a = -|x|^a$  si  $x \leq 0$

L'incrément de dissipation est :

$$\Delta D = C_3 \cdot \left| \frac{F_1}{C_3} \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} \right) - \frac{E_2}{C_3} (U_2 - U_1) \right|^{1+1/\alpha_3}$$

### 1.2 Modélisations

*Remarque : les unités des paramètres doivent être en accord avec l'unité des efforts, l'unité des longueurs et l'unité de temps du problème [R5.03.17]. Pour toutes les modélisations les unités sont homogènes à des [N], [m], [s].*

#### 1.2.1 Modélisation A

Cette modélisation compare un système de discrets (raideurs et amortisseur linéaire) assemblés en série et en parallèle à un discret affecté de la loi de comportement DIS\_VISC, avec  $\alpha_3=1$ , et une masse ponctuelle  $m=1.0\text{ kg}$ . Cette comparaison est réalisée en dynamique linéaire transitoire en simulant un essai de lâcher.

#### 1.2.2 Modélisations B, C, D, E

Cette modélisation est réalisée en dynamique non-linéaire et simule le chargement dû à un séisme. L'accélération est sinusoïdale pendant 4 périodes, puis une accélération nulle. La commande CALC\_CHAR\_SEISME permet de définir la sollicitation.

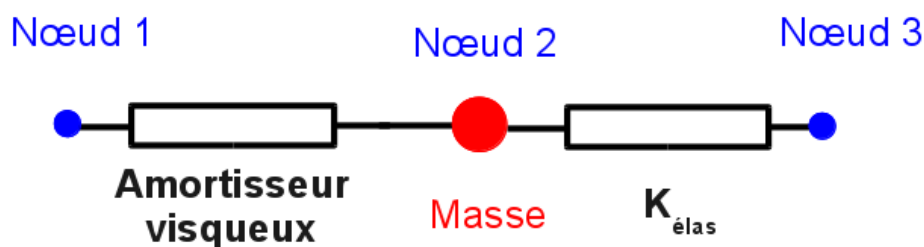


Figure 1.2.2-a : Système modélisé.

La modélisation B est réalisée avec l'opérateur `DYNA_NON_LINE`. Les modélisations C, D, E sont réalisées avec l'opérateur `DYNA_VIBRA` (`TYPE_CALCUL='TRAN'`, `BASE_CALCUL='GENE'`) équivalent à la commande `DYNA_TRAN_MODAL`, avec respectivement un schéma en temps de type Euler, Runge-Kutta d'ordre 5 et Runge-Kutta d'ordre 3.

## 1.3 Propriétés matériaux

### 1.3.1 Modélisation A

Les caractéristiques de l'amortisseur sont :

$$K1=120.0 \text{ , } K2=10.0 \text{ , } K3=60.0 \text{ , } C=1.7 \text{ , } PUIS\_ALPHA=1.0$$

La valeur de la masse est  $m=1.0\text{ kg}$ .

### 1.3.2 Modélisation B

Les caractéristiques de l'amortisseur sont :

$$K1=120.0 \text{ , } K2=10.0 \text{ , } K3=60.0 \text{ , } C=1.7 \text{ , } PUIS\_ALPHA=0.50$$

La raideur du ressort élastique est  $k=1.0\text{ N.m}^{-1}$ , la masse est  $m=1.0\text{ kg}$ .

### 1.3.3 Modélisation C, D, E

Les caractéristiques de l'amortisseur sont données sous le mot clef `DIS_VISC` de la commande `DYNA_VIBRA` ou `DYNA_TRAN_MODAL`.

$$K1=120.0 \text{ , } K2=10.0 \text{ , } K3=60.0 \text{ , } C=1.7 \text{ , } PUIS\_ALPHA=0.50$$

La raideur du ressort élastique est  $k=1.0\text{ N.m}^{-1}$ , la masse est  $m=1.0\text{ kg}$ .

## 1.4 Conditions aux limites et chargements

Lorsque le discret est un `SEG2`, l'un des nœuds est bloqué, sur l'autre une condition de déplacement est imposé. Lorsque le discret est un `POI1` la condition de déplacement est imposé sur ce nœud.

Dans la modélisation A, le déplacement est imposé et reste constant :  $U_0=0.1$

La condition en déplacement est une fonction du temps pour les modélisations B, C, D et E :

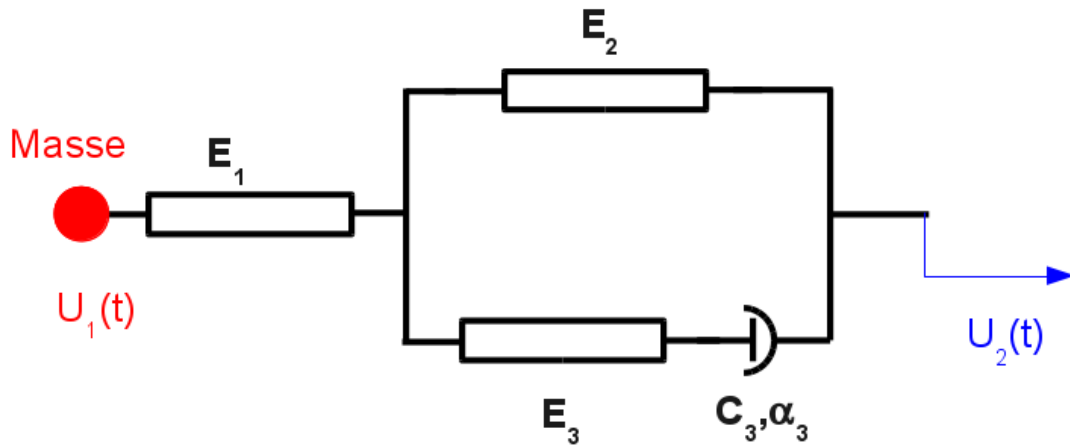
$$U_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \text{ avec } f=5\text{ Hz pendant 4 périodes, puis } 0.$$

## 2 Solutions de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence

#### 2.1.1 Modélisation A

Cette modélisation compare un système de discrets (raideurs et amortisseur linéaire, donc  $\alpha_3=1$ ) assemblés en série et en parallèle à un discret affecté de la loi de comportement DIS\_VISC. Cette comparaison est réalisée en dynamique transitoire linéaire en simulant un essai de lâcher.



Les équations du système différentiel, qui est d'ordre 3, décrivant la solution analytique sont :

$$\begin{cases} F_1 = m \ddot{U}_1 \\ \dot{F}_1 \cdot \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{E_2}{E_1 \cdot E_3} \right) = (\dot{U}_2 - \dot{U}_1) \left( 1 + \frac{E_2}{E_3} \right) - \frac{1}{C_3} \cdot \left( F_1 \cdot \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} \right) - E_2 \cdot (U_2 - U_1) \right) \end{cases} \quad [\text{éq 2.1.1-1}]$$

Les conditions initiales sont, avec  $U_0 = 0,1 \text{ m}$  :

$$\begin{aligned} \ddot{U}_1(t=0) &= 0 & \dot{U}_1(t=0) &= 0 & U_1(t=0) &= 0 \\ U_2(t) &= U_0 \cdot H(t) & \text{avec } H & \text{ la fonction de Heaviside} \end{aligned}$$

L'intégration numérique de ce système différentiel, est obtenue avec la technique des transformées de Laplace :

$$U_1(t) = A_s \exp(-\lambda_{sc} t) \sin(\omega_t t) - A_c \exp(-\lambda_{sc} t) \cos(\omega_t t) + A_e \exp(-\lambda_e t) + \frac{1}{10} \quad [\text{éq 2.1.1-2}]$$

$$F_1(t) = -B_s \exp(-\lambda_{sc} t) \sin(\omega_t t) + B_c \exp(-\lambda_{sc} t) \cos(\omega_t t) + B_e \exp(-\lambda_e t) \quad [\text{éq 2.1.1-3}]$$

Avec

$$\begin{aligned} \omega_t &= \frac{14593}{4792} \text{ s}^{-1} \\ A_s &= \frac{5516}{214807} & \lambda_{sc} &= \frac{1573}{2072} \text{ s}^{-1} & B_s &= \frac{5625}{7831} \\ A_c &= \frac{3137}{29305} & B_c &= \frac{9170}{11289} \\ A_e &= \frac{413}{58610} & \lambda_e &= \frac{38132}{1685} \text{ s}^{-1} & B_e &= \frac{12692}{3517} \end{aligned}$$

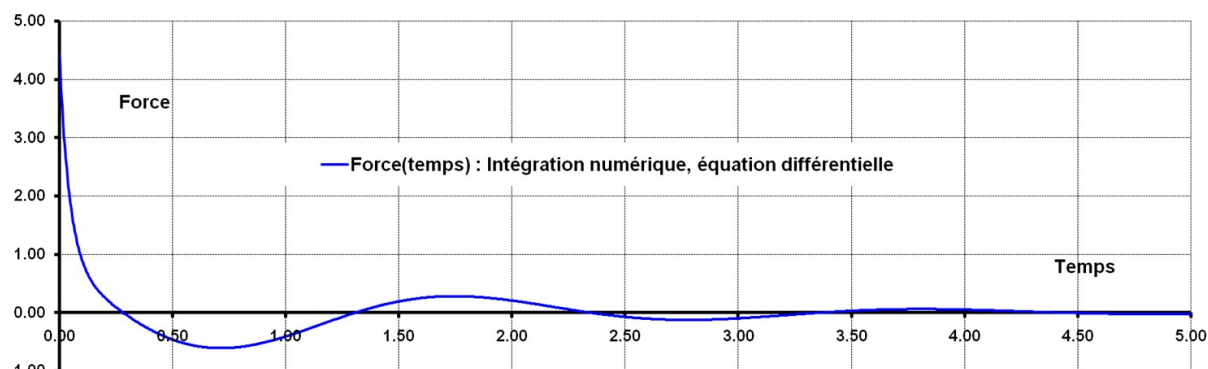


Figure 2.1.1-a : Évolution de l'effort en fonction du temps, modélisation A.

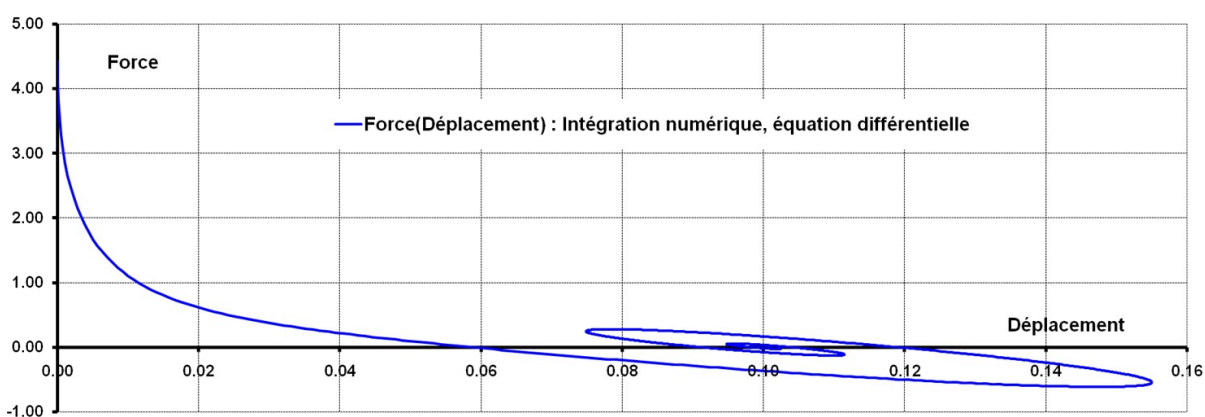


Figure 2.1.1-b : Évolution de l'effort en fonction du déplacement  $U_1$ , modélisation A.

## 2.1.2 Modélisations B, C, D, E

Les équations régissant le comportement sont des équations différentielles non linéaires. Pour valider la réponse obtenue avec *Code\_Aster* une intégration par une méthode de Runge-Kutta est réalisée avec un outil externe à *Code\_Aster*.

Les comparaisons sont réalisées sur le déplacement et sur l'effort.

## 2.2 Incertitude sur la solution

### 2.2.1 Modélisation A

*Pour la réponse en effort, déplacement :*

La solution de référence est obtenue par intégration numérique d'un système différentiel, avec la technique des transformées de Laplace. Il n'y a aucune incertitude, la solution est analytique.

### 2.2.2 Modélisations B, C, D, E

*Pour la réponse en effort, déplacement :*

La solution de référence est obtenue par intégration numérique d'un système différentiel.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation testée est DIS\_T sur des mailles SEG2. Les caractéristiques de raideur des discrets sont du type K\_T\_D\_L.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6, nombre de mailles : 5, éléments SEG2 : 2.

### 3.3 Conditions aux limites et chargements

Le test modélise un essai de lâcher, la condition en déplacement est imposé à  $U_0 = 0.1 m$ .

### 3.4 Discrétisation en temps

Le pas de temps, dans le cadre du schéma de Newmark d'accélération moyenne, et l'intervalle de temps d'analyse sont :

$$\Delta t = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ s et } t \in [0 \text{ s}, 5 \text{ s}]$$

### 3.5 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont le déplacement de la masse et l'effort de rappel de la masse. Les expressions des solutions sont données par les équations 2.1.1-2 et 2.1.1-3.

Les tests sont réalisés sur les extremum des grandeurs. Les tolérances sont celles par défaut.

| Instant | Déplacement         | Force                |
|---------|---------------------|----------------------|
| 0.71200 | 0.14743848131052892 | -0.61203598667620518 |
| 0.87600 | 0.15500886072840997 | -0.54027070148989931 |
| 1.74400 | 0.07830664477251346 | 0.27967212825227283  |
| 1.90400 | 0.07486355560127801 | 0.24824092018131852  |
| 2.77600 | 0.10992022804400776 | -0.12779697017453923 |
| 2.93600 | 0.11148618864103731 | -0.11337010953074489 |
| 3.80800 | 0.09546355597615262 | 0.05839710629684153  |
| 3.96800 | 0.09475135206710744 | 0.05177536407974284  |
| 4.84000 | 0.10207447608212881 | -0.02668464914494027 |

## 4 Modélisations B, C, D, E

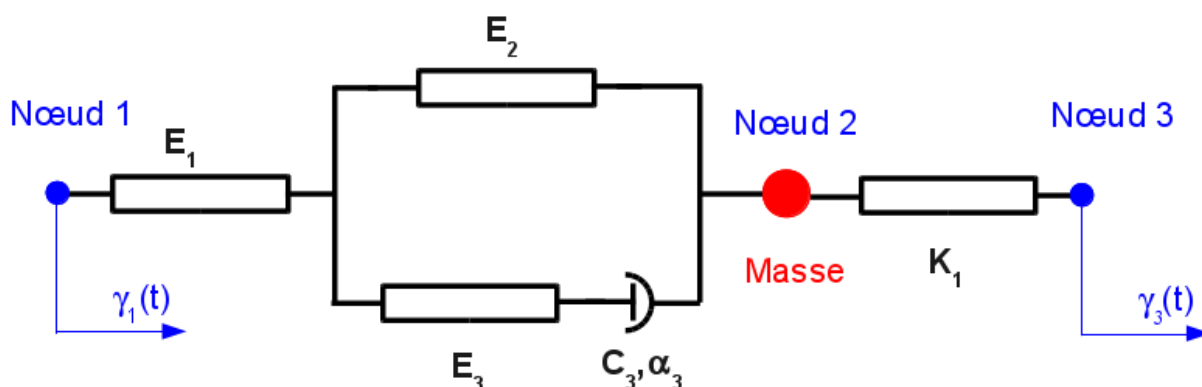
### 4.1 Conditions aux limites et chargements

La condition en accélération est une fonction du temps :

$$A_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \text{ avec } f = 5 \text{ Hz ; } A_0 = 1.0 \text{ m/s}^2 \text{ pendant 4 périodes soit } t \in [0, 0.8 \text{ sec}]$$

puis

$$0 \text{ pour } t \in [0.8 \text{ sec}, 3.2 \text{ sec}]$$



Dans la commande DYNANONLINE le schéma en temps est : pour la modélisation B de type NEWMARK (accélération moyenne).

Dans la commande DYNAVIBRA le schéma en temps est : pour la modélisation C de type EULER, pour la modélisation D de type RK54, pour la modélisation E de type RK32.

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

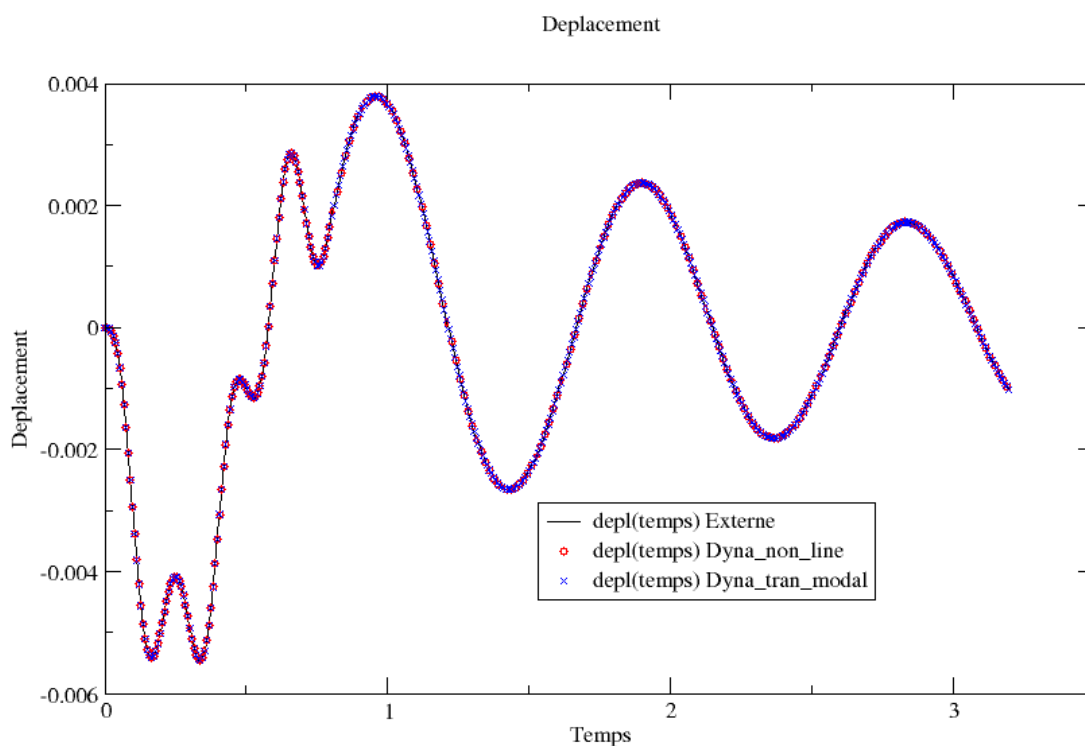
Les grandeurs testées sont le déplacement et les efforts.

Les fonctions déplacement et force sont extraites des résultats et soustraites aux fonctions déplacement et force obtenues par une méthode d'intégration du problème externe à Code\_Aster. Ces nouvelles fonctions sont normées par la valeur maximale soit des déplacements soit des efforts. La grandeur testée est l'écart maximum.

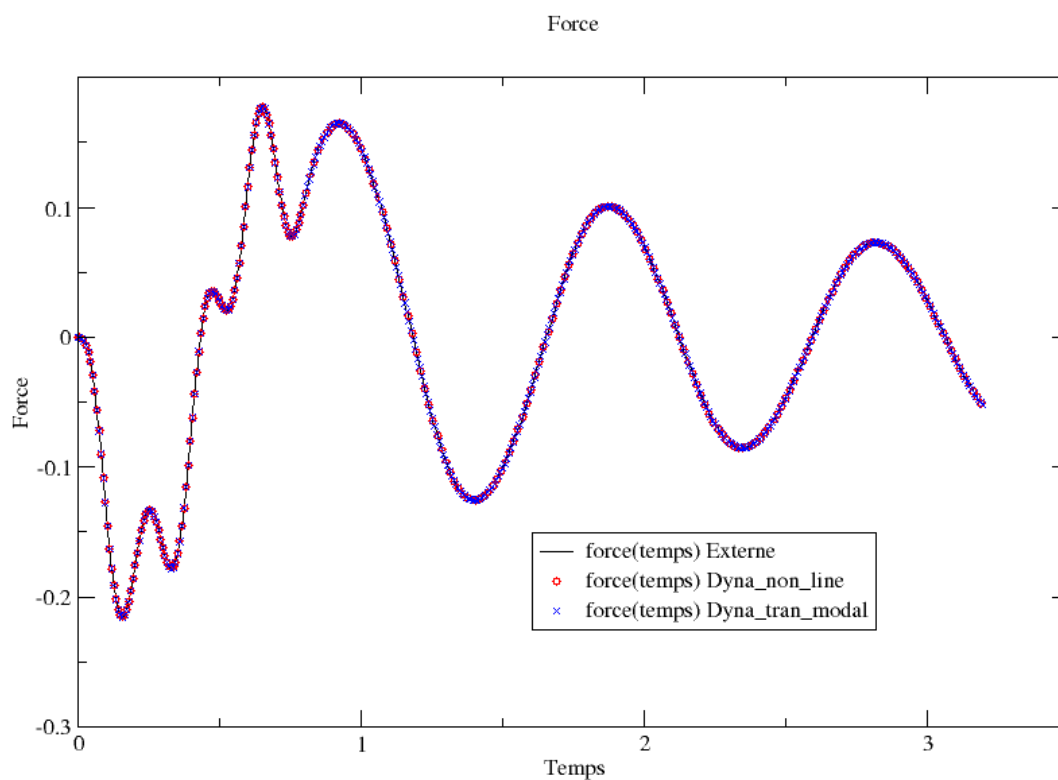
Ce qui donne pour le déplacement :

$$\text{Grandeur testée} = \frac{\text{Max}[\text{Depl}_{\text{Externe}}(\text{Temps}) - \text{Depl}_{\text{Code\_Aster}}(\text{Temps})]}{\text{Max}[\text{Depl}_{\text{Externe}}(\text{Temps})]}$$

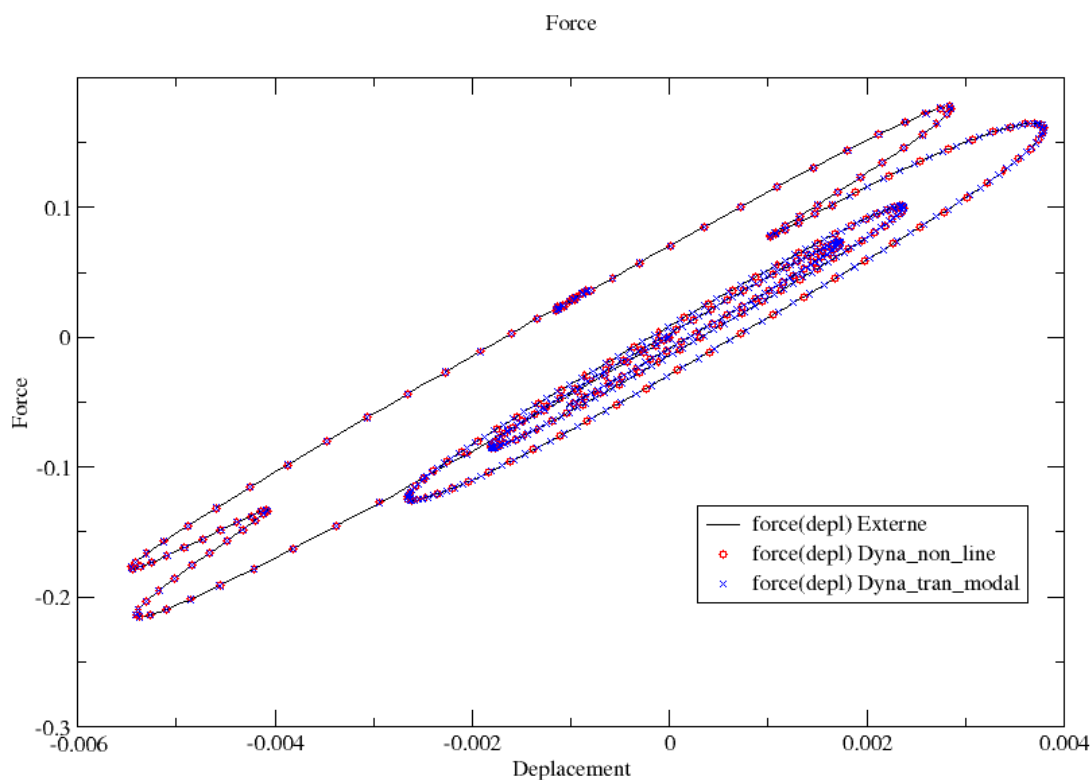
Les tolérances sont celles par défaut.



**Figure 4.2-a : Réponses (déplacement en fonction du temps) calculées par une méthode externe et par Code\_Aster avec les commandes `DYNA_NON_LINE` et `DYNA_VIBRA`.**



**Figure 4.2-b : Réponses (force en fonction du temps), calculées par une méthode externe et par Code\_Aster avec les commandes `DYNA_NON_LINE` et `DYNA_VIBRA`.**



**Figure 4.2-c : Réponses (Force en fonction du déplacement), calculées par une méthode externe et par Code\_Aster avec les commandes `DYNA_NON_LINE` et `DYNA_VIBRA`.**

## 5 Synthèse des résultats

---

Les modélisations A et B vérifient le bon fonctionnement des éléments discrets avec la commande `DYNA_NON_LINE`.

Les modélisations C, D, E vérifient le bon fonctionnement de la loi `DIS_VISC` avec les commandes `DYNA_VIBRA` / `DYNA_TRAN_MODAL`.

Dans la commande `DYNA_NON_LINE` le schéma en temps est (modélisation B) : `NEWMARK` (accélération moyenne).