

TTLL100 - Choc thermique sur un mur plan avec condition d'échange

Résumé :

Ce test de thermique linéaire transitoire consiste à imposer un choc thermique froid sur un mur plan infini à l'aide d'une condition limite d'échange. Le choc est modélisé par une rampe linéaire $\Delta T = -100^\circ C$ en $10^{-2} s$.

Le problème est traité en plan.

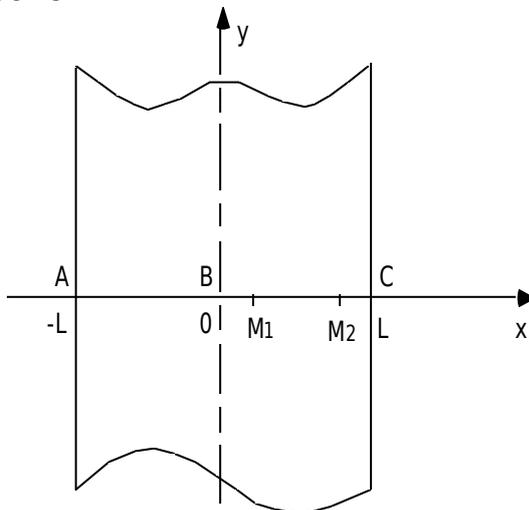
La solution de référence est analytique.

Le test est effectué sur 2 modélisations : (TRIA3, QUAD4) et (TRIA6, QUAD9).

On teste l'algorithme de thermique linéaire transitoire lorsque la matrice de masse est diagonalisée (modélisation `PLAN_DIAG` avec "mass lumping").

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{BC} = L &= 0.1 \text{ m} \\ x(M1) &= 0.02 \text{ m} \\ x(M2) &= 0.08 \text{ m}\end{aligned}$$

1.2 Propriétés de matériaux

$$\begin{aligned}\lambda &= 1 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ \rho C_p &= 1000 \text{ J/m}^3\text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$$\text{échange } \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{x=\pm L} = h(T_{ext} - T(x, t))$$

$$\text{avec : } h = 100. \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

$$\begin{cases} T_{ext}(C)_{t=0} = 100. \\ T_{ext}(C)_{t=10^{-2}} = 0. \end{cases}$$

1.4 Conditions initiales

$$T(x, 0) = 100^\circ\text{C} \text{ pour tout } x$$

Discrétisation en temps (t) :

10 pas pour	[0., 1.D-2]	soit	$\Delta t = 10^{-3} \text{ s}$
9 pas pour	[1.D-2, 1.D-1]	soit	$\Delta t = 10^{-2} \text{ s}$
9 pas pour	[1.D-1, 1.]	soit	$\Delta t = 10^{-1} \text{ s}$
5 pas pour	[1., 2.]	soit	$\Delta t = 2. \cdot 10^{-1} \text{ s}$
8 pas pour	[2., 10.]	soit	$\Delta t = 1 \text{ s}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$\frac{T(x,t) - T_p}{T_0 - T_p} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp\left(-\xi_n^2 \frac{\lambda}{\rho C_p L^2} t\right) \cos\left(\xi_n \frac{x}{L}\right)$$

$x =$ abscisse
 $t =$ Temps
 $T_0 =$ Température initiale
 $T_p =$ Température imposée
 $n =$ 1,2,3, ...

Avec ξ_n racines positives de $\xi_n \tan \xi_n = hL/\lambda = 10$.

$$\text{et } A_n = \frac{4 \sin \xi_n}{2 \xi_n + \sin(2 \xi_n)}$$

2.2 Résultats de référence

Températures aux points $M1$ ($x=0.02$) et $M2$ ($x=0.08$),
et à différents instants ($t=0.1, 0.5, 2.0$ et 10.0).

Les valeurs de référence sont obtenues en calculant les 30 premiers termes de la série (Mathematica).

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

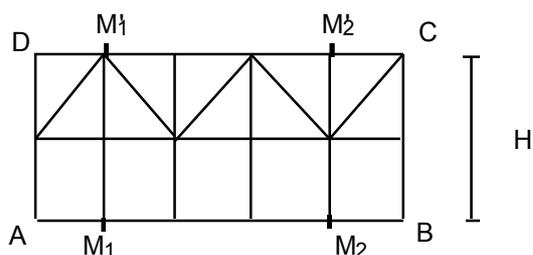
- INCROPERA F.P., DE WITT D.P., Fundamentals of heat and mass transfer. Third Edition. 1990.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

TRIA3, QUAD4

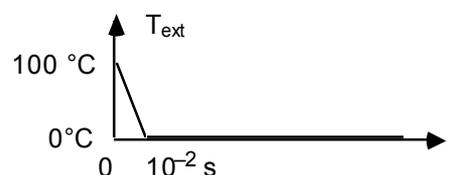
Par raison de symétrie, on ne maille qu'une moitié de l'épaisseur du mur. La modélisation est faite sur une hauteur $H=0.1\text{ m}$ avec 2 couches d'éléments.



Conditions limites

sur [AB], [AD] et [CD] : flux nul

sur [BC] : échange h, \bar{T}_t



Conditions initiales

$T = 100\text{ °C}$

points	nœuds	x	y
M1	N16	0.02	0.0
M2	N6	0.08	0.0
M'1	N14	0.02	0.1
M'2	N4	0.08	0.1

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 18

Nombre de mailles et types : 5 QUAD4, 10 TRIA3

3.3 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
<i>M1(x=0.02) N16</i>			
$t=0.1$	100.00	99.998	+0.00
$t=0.5$	99.408	99.042	-0.37
$t=2.0$	79.859	79.794	-0.08
$t=10.0$	15.717	16.138	+2.68
<i>M2(x=0.08) N6</i>			
$t=0.1$	93.666	93.380	-0.31
$t=0.5$	63.500	63.813	+0.49
$t=2.0$	35.717	35.667	-0.14
$t=10.0$	6.7948	6.9326	+2.03
<i>M'1(x=0.02) N14</i>			
$t=0.1$	100.00	99.998	+0.00

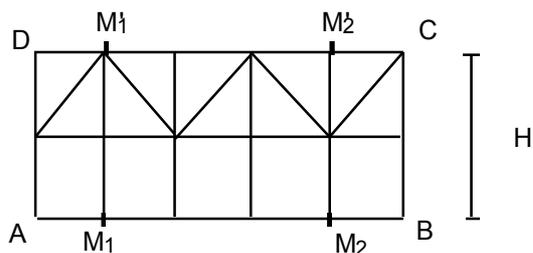
$t=0.5$	99.408	99.077	-0.33
$t=2.0$	79.859	80.002	+0.18
$t=10.0$	15.717	16.211	+3.14
<hr/>			
$M'2(x=0.08)N4$			
$t=0.1$	93.666	92.895	-0.82
$t=0.5$	63.500	61.882	-2.55
$t=2.0$	35.717	35.331	-1.08
$t=10.0$	6.7948	6.8885	+1.38

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

TRIA6, QUAD9

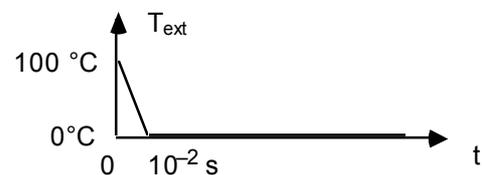
Par raison de symétrie, on ne maille qu'une moitié de l'épaisseur du mur. La modélisation est faite sur une hauteur $H=0.1\text{ m}$ avec 2 couches d'éléments.



Conditions limites

sur [AB], [AD] et [CD] : flux nul

sur [BC] : échange h, \bar{T}_t



Conditions initiales

$T = 100\text{ °C}$

points	nœuds	x	y
M1	N16	0.02	0.0
M2	N6	0.08	0.0
M'1	N14	0.02	0.1
M'2	N4	0.08	0.1

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 55

Nombre de mailles et types : 5 QUAD9, 10 TRIA6

4.3 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
<i>M1(x=0.02) N18</i>			
$t=0.1$	100.00	100.00	+0.00
$t=0.5$	99.408	99.278	-0.13
$t=2.0$	79.859	79.898	+0.05
$t=10.0$	15.717	16.043	+2.07
<i>M2(x=0.08) N49</i>			
$t=0.1$	93.666	94.077	+0.44
$t=0.5$	63.500	63.979	+0.75
$t=2.0$	35.717	35.825	+0.30
$t=10.0$	6.7948	6.9321	+2.02
<i>M'1(x=0.02) N12</i>			
$t=0.1$	100.00	100.00	+0.00

$t=0.5$	99.408	99.311	-0.10
$t=2.0$	79.859	80.101	+0.30
$t=10.0$	15.717	16.093	+2.39
<hr/>			
<i>M' 2(x=0.08) N30</i>			
$t=0.1$	93.666	93.469	-0.21
$t=0.5$	63.500	62.860	-1.01
$t=2.0$	35.717	35.641	-0.21
$t=10.0$	6.7948	6.9068	+1.65

5 Synthèse des résultats

La modélisation `PLAN_DIAG` donne des résultats assez satisfaisants. Bien que le maillage comporte peu d'éléments dans l'épaisseur, l'écart sur les températures reste inférieur à 3.2 %.

Bien que le choc thermique soit brutal, la diagonalisation de la matrice de masse permet d'obtenir une solution en température qui n'oscille pas pendant le transitoire.