

## TPLS102 – Poutre épaisse en contraintes planes – variation de température linéaire suivant la largeur

---

### Résumé :

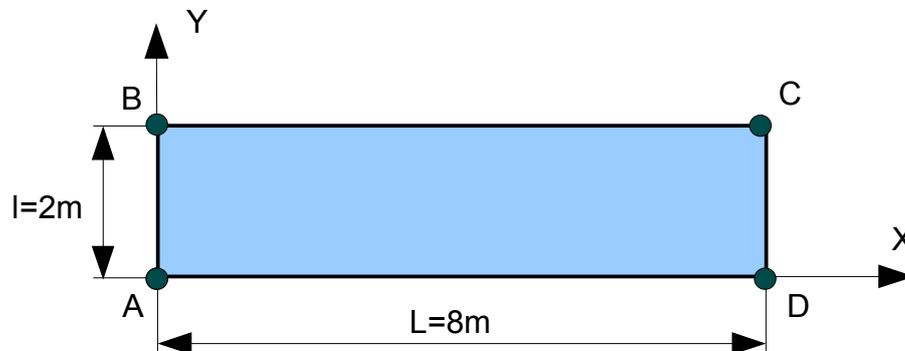
L'objectif de ce test est de valider le calcul des contraintes dans une poutre épaisse en contraintes planes soumise à une variation de la température suivant la largeur.

### Modélisations :

- Modélisation *A* : DKT avec des mailles TRIA3
- Modélisation *B* : DKT avec des mailles QUAD4

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Épaisseur = 0.1m .

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope dont les propriétés sont :

- $E = 20\,000\text{ Pa}$
- $\nu = 0.3$
- $\alpha = 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$

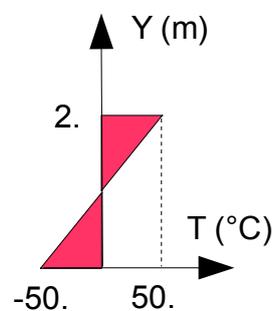
### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

- Sur les bords  $AB$  et  $CD$  :  $DX = DZ = 0$
- Sur le bord  $BC$  :  $DY = 0$

Chargement

- Le chargement appliqué est un chargement de température
  - Constant suivant  $X$  et  $Z$
  - Variable suivant l'axe  $Y$  :  $T(Y) = 50Y - 50$



### 1.4 Conditions initiales

Néant

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

La solution de référence pour le calcul des contraintes dans la poutre est donnée dans [1], [2].

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Contraintes  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  suivant l'axe  $Y$ .

$$\sigma_{xx}(Y) = -10Y + 10$$

$$\sigma_{yy}(Y) = 0.$$

$$\sigma_{xy}(Y) = 0.$$

$Y(m)$	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xy}$
0.0	10.0 Pa	0.0 Pa	0.0 Pa
0.5	5.0 Pa	0.0 Pa	0.0 Pa
1.0	0.0 Pa	0.0 Pa	0.0 Pa
1.5	-5.0 Pa	0.0 Pa	0.0 Pa
2.0	-10.0 Pa	0.0 Pa	0.0 Pa

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution Analytique

### 2.4 Références bibliographiques

- [1] M.H. SADR-LAHIDJANI : "Modélisation et analyse des plaques et coques minces élastiques soumises a des champs de température", Thèse de Doctorat UTC, 1984.
- [2] J. PITER, HARTEL H. "Improved stress evaluation under thermal load for simple finite element", I.J.N.M.E, Vol. 15, 1507-1515 ,1980.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT avec 3 couches dans l'épaisseur.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 2048 éléments de type TRIA3.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les contraintes sur la peau inférieure, moyenne et supérieure dans deux couches.

- Couche n°1 :  $-0.05\text{m} < Z < -0.0167\text{m}$

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance	
INF	$X = 0.0\text{m}$ $Y = 0.0\text{m}$ $Z = -0.05\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	10.	2.0%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.6
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	0.05
MOY	$X = 0.0\text{m}$ $Y = 1.0\text{m}$ $Z = -0.0333\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	0.	0.05
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.2
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	0.0035
SUP	$X = 0.0\text{m}$ $Y = 2.0\text{m}$ $Z = -0.0167\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	-10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$

- Couche n°3 :  $0.0167\text{m} < Z < 0.05\text{m}$

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance	
INF	$X=4.0\text{m}$ $Y=0.0\text{m}$ $Z=0.0167\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-4}$
MOY	$X=4.0\text{m}$ $Y=1.0\text{m}$ $Z=0.0333\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-4}$
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-4}$
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-3}$
SUP	$X=4.0\text{m}$ $Y=2.0\text{m}$ $Z=0.05\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	-10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-4}$

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT avec 5 couches dans l'épaisseur

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1024 éléments de type QUAD4.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les contraintes sur la peau inférieure, moyenne et supérieure dans deux couches.

- Couche n°2 :  $-0.03\text{m} < Z < -0.01\text{m}$

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance	
INF	$X = 0.0\text{m}$ $Y = 0.0\text{m}$ $Z = -0.03\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
MOY	$X = 0.0\text{m}$ $Y = 1.0\text{m}$ $Z = -0.04\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
SUP	$X = 0.0\text{m}$ $Y = 2.0\text{m}$ $Z = -0.01\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	-10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$

- Couche n°5 :  $0.03\text{m} < Z < 0.05\text{m}$

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance	
INF	$X = 4.0\text{m}$ $Y = 0.0\text{m}$ $Z = 0.03\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
MOY	$X = 4.0\text{m}$ $Y = 1.0\text{m}$ $Z = 0.04\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$
SUP	$X = 4.0\text{m}$ $Y = 2.0\text{m}$ $Z = 0.05\text{m}$	SIXX	'ANALYTIQUE'	-10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-6}$

## 5 Synthèse des résultats

---

On constate pour la contrainte  $\sigma_{xx}$  un écart maximum de :

- 2.0% avec des mailles TRIA3
- 1.5% avec des mailles QUAD4.

Un maillage plus fin dans le sens de la variation de la température permettrait d'obtenir de meilleurs résultats.