SSLX100 - Mélange 3D - Coque - Poutre en flexion

Résumé :

Ce test permet de valider pour un calcul élastique linéaire :

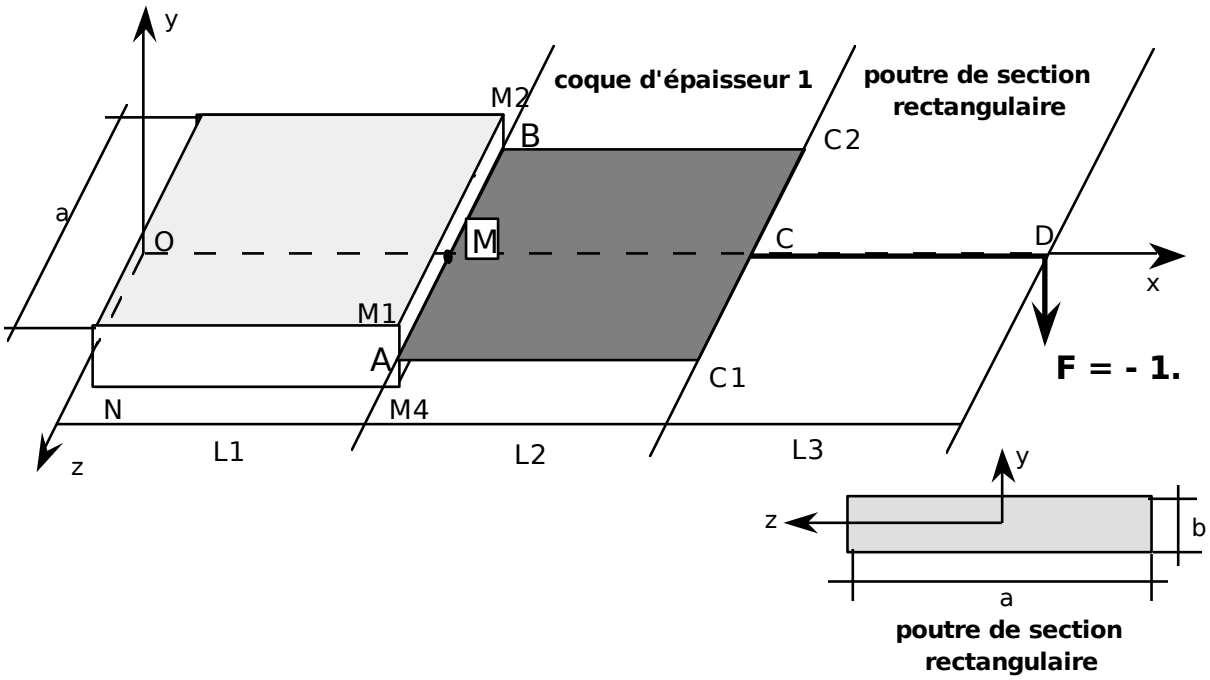
- un mélange de différents modèles mécaniques : modèle 3D (élément HEXA20), modèles de coque (éléments DKT, ou éléments COQUE_3D) et modèle de poutre (éléments POU_D_E),
- des relations linéaires entre degrés de liberté, construites notamment avec les raccords [R3.03.03] et [R3.03.06].

Le test s'appuie sur la solution analytique **élastique** d'une poutre en flexion. Le nombre réduit d'éléments pour les différents **modèles** conduit à une solution médiocre, qui est cependant améliorée nettement avec l'emploi de conditions aux limites appropriées à la théorie des poutres.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



L1 = L2 = L3 = 10 mm
b = 1 mm
a = 3 mm

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 200\,000\ MPa$

$\nu = 0.3$

$\nu = 0.0$ permet d'éviter la variation de courbure orthogonale induite par l'effet de Poisson dans les plaques, qui provoque un écart entre les théories de poutres et de plaques, hors de la fibre moyenne.

1.3 Conditions aux limites et chargements

- force $F_y = -1$ (charge 1) ou couple $C_z = 1$ (charge 2)
- définies ou appliqués sur la fibre neutre
- encastrement de la section $x = 0$
- continuité des déplacements de translation sur AB
- continuité des déplacements de translation en C
- égalité des déplacements de rotation autour de z sur $C1 - C2$
- pour les points M de la section ($M1$ $M2$ $M4$) les déplacements de translation $u(M)$ dépendent linéairement du déplacement de rotation φ_z des points P de AB

$$u(M) = -\varphi_z(P) . y + dx(P)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, *structure isostatique*.

La flèche élastique, les contraintes et déformations axiales élastiques et le moment fléchissant en tout point d'abscisse x sont donnés par :

- Charge n°1 : force $F_y=-1$

$M_y(x)=F_y.L(1-x/L)$ (= $E.I_z.u_y''(x)$ en élasticité)
$u_y(x)=F_yL.x^2.(3-x/L)/(6.E.I_z)$ (en élasticité)
$\varepsilon_{xx}(x,y)=-F_y.L(1-x/L).y/(E.I_z)$ (en élasticité)
$\sigma_{xx}(x,y)=-F_y.L(1-x/L).y/I_z$ (en élasticité)

- Charge n°2 : couple $C_z=1$ ou rotation $dr_z=C_{z.L}/(E.I_z)$

$M_y(x)=C_z$ (= $E.I_z.u_y''(x)$ en élasticité)
$u_y(x)=C_z.x^2/(2.E.I_z)$ (en élasticité)
$\sigma_{xx}(x,y)=-C_z.y/I_z$ (en élasticité)
$\varepsilon_{xx}(x,y)=-C_z.y/(E.I_z)$ (en élasticité)

avec :

$$L=L1+L2+L3=30\,mm$$
$$I_z=a.h^3/12=0.25\,mm^4$$
$$dr_z=0.0006$$

2.2 Résultats de référence

Flèches, contraintes et déformations axiales et moments fléchissants en 4 points de l'axe de la poutre.

2.3 Incertitude sur la solution

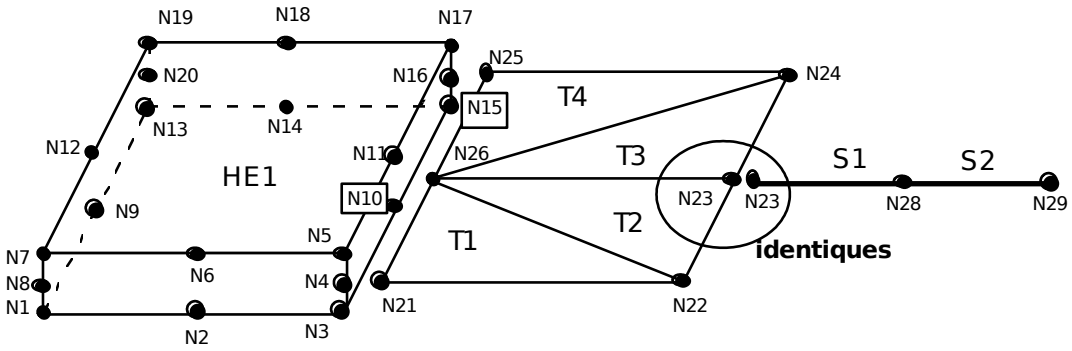
Solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation mixtes : 3D, DKT et POU_D_E



Point N --> N1
Point A --> N4
Point C --> N23
Point D --> N29

Charge n°1 : force F_y
Encastrement total sur la section en O

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 28
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 2 SEG2/ POU_D_E

3.3 Grandeurs testées et résultats

- Charge n°1 : force F_y

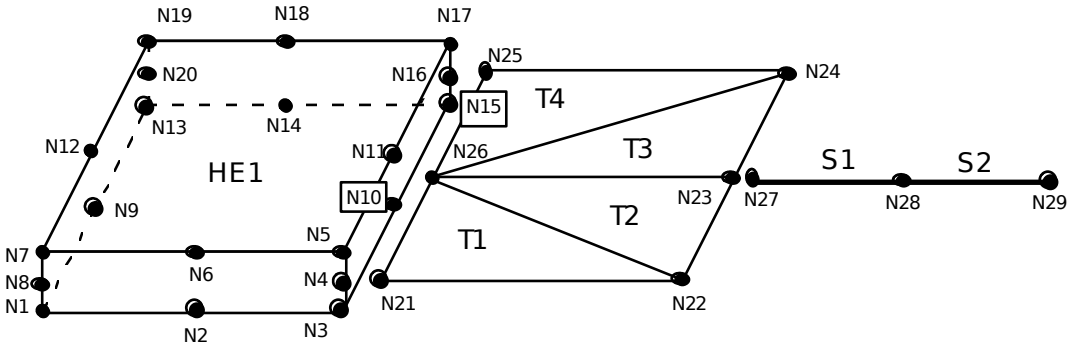
Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
uN (nœud $N1$)	ANALYTIQUE	0.	1,00E-006
uM (nœud $N26$)	ANALYTIQUE	–0.0267	14.0
uA (nœud $N4$)	ANALYTIQUE	–0.0267	14.0
$uC1$ (nœud $N22$)	ANALYTIQUE	–0.0933	8.40
uC (nœud $N23$)	ANALYTIQUE	–0.0933	8.30
uD (nœud $N29$)	ANALYTIQUE	–0.18	6.40

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation mixte : 3D, DKT, POU_D_E et DIS_TR



Point N --> N1
Point A --> N4
Point C --> N23
Point D --> N29

Charge n°1 : force F_y
Encastrement sur la section en O réalisé par une liaison 3D_POUTRE entre la face $N1\,N13\,N19\,N7$ et un élément discret situé sur l'origine.

Relation supplémentaire, par rapport à la modélisation A, entre C_1 C_2 et C, introduite par LIAISON_ELEM : 'COQ_POU'.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 29

Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 2 SEG2/ POU_D_E , 1 POI1/DIS_TR , 1 QUAD8 , 2 SEG2/BORD_DKT

4.3 Grandeurs testées et résultats

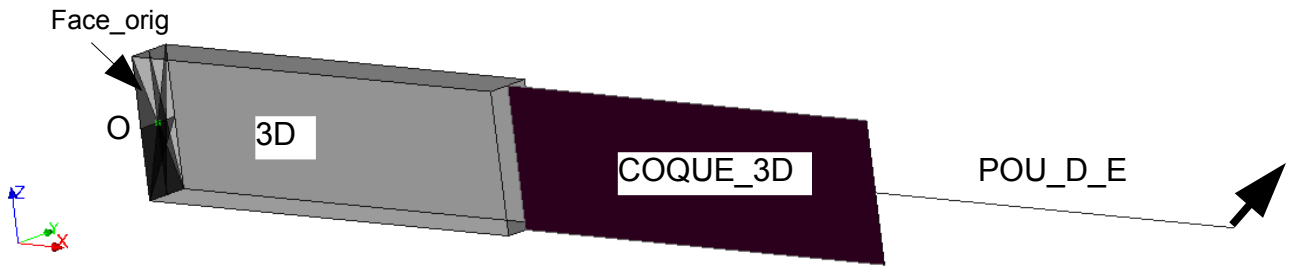
- Charge n°1 : force F_y

Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
uN (nœud $N1$)	ANALYTIQUE	0.	
uM (nœud $N26$)	ANALYTIQUE	–0.0267	3.0
uA (nœud $N4$)	ANALYTIQUE	–0.0267	3.0
$uC1$ (nœud $N22$)	ANALYTIQUE	–0.0933	1.0
uC (nœud $N23$)	ANALYTIQUE	–0.0933	1.0
uD (nœud $N29$)	ANALYTIQUE	–0.18	1.0
M_z (nœud $N27$)	ANALYTIQUE	–10.	1.0
M_z (nœud $N29$)	ANALYTIQUE	0.	1.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

Modélisation mixte: 3D , COQUE_3D, DIS_TR, POU_D_E.



- Force F_y
- Encastrement sur la section en O réalisé par une liaison 3D_POUTRE entre la face et un élément « Face_orig » discret situé sur l'origine O.

- Relation supplémentaire entre le COQUE_3D et la poutre par LIAISON_ELEM : 'COQ_POU'.
- Cette modélisation valide aussi la non-regression de CALC_FERAILLAGE (densité de ferraillage dans les plaques et coque) sur les COQUE_3D.

5.1 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 33 .

Nombre de mailles et types : 3D / 1 HEXA20 , 1 QUAD8, COQUE_3D / 1 QUAD9, 1 SEG3 / DIS_TR / 1 POI1/ POU_D_E 2 SEG2

5.2 Grandeurs testées et résultats

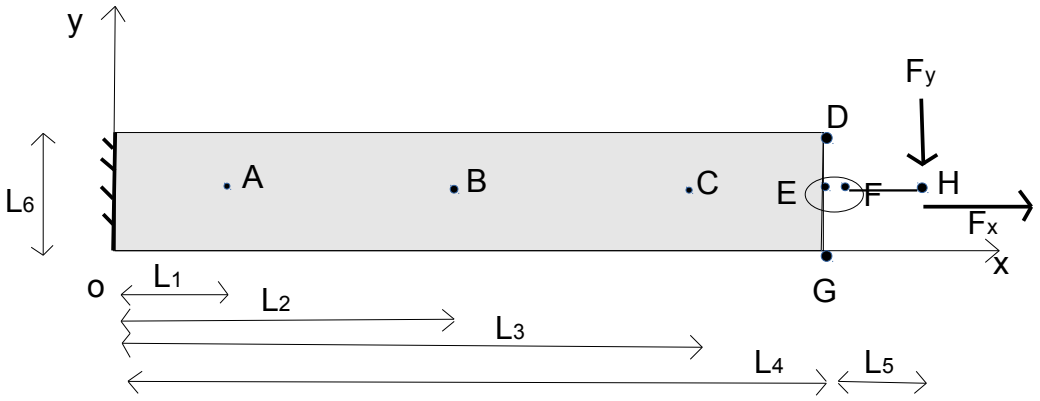
Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
DY (nœud $N26$)	ANALYTIQUE	–0.0267	3.0
DY (nœud $N4$)	ANALYTIQUE	–0.0267	3.0
DY (nœud $N22$)	ANALYTIQUE	–0.0933	1.0
DY (nœud $N23$)	ANALYTIQUE	–0.0933	1.0
DY (nœud $N29$)	ANALYTIQUE	–0.18	1.0
Moment			
M_{FZ} (nœud $N27$)	ANALYTIQUE	–10.	1.0
M_{FZ} (nœud $N29$)	ANALYTIQUE	0.	1.0
Ferraillage			
$DNSXS$ (maille $C1$)	NON-RÉGRESSION	2.30587085238E-06	1.0E-6
$DNSYI$ (maille $C1$)	NON-RÉGRESSION	2.29077876872E-06	1.0E-6
$SIGMBE$ (maille $C1$)	NON-RÉGRESSION	130714.081463	1.0E-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation mixte: C_PLAN , 2D_DIS_TR

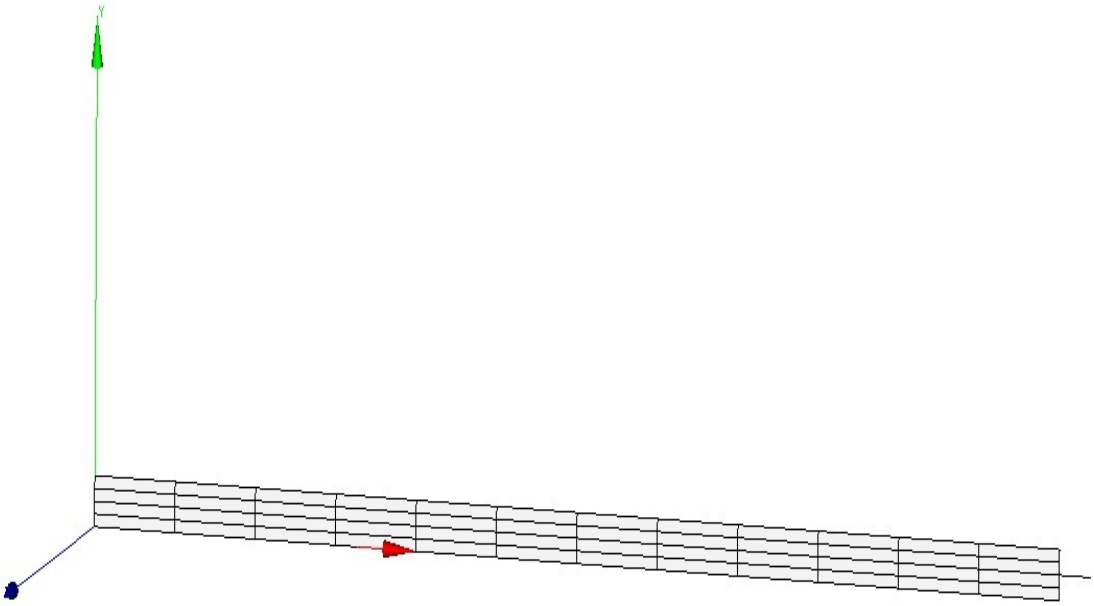


$L_1 = 5$ $L_2 = 15$ $L_3 = 25$ $L_4 = 30$ $L_5 = L_6 = 1$

En H : charge n°1 : force F_x , charge n°2 : F_y
Déplacements u_x et u_y nuls sur le bord gauche de la partie 2D.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 179
Nombre de mailles et types : 8 SEG3, 1 SEG2, 48 QUAD8 (=12 x 4)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
Charge 1 : *force* F_x			
$u_x(A)$ (nœud $N13$)	ANALYTIQUE	2,50	1.0e-5
$u_x(B)$ (nœud $N75$)	ANALYTIQUE	7,50	1.0e-5
$u_x(C)$ (nœud $N131$)	ANALYTIQUE	12,50	1.0e-5
$u_x(D)$ (nœud $N141$)	ANALYTIQUE	15,00	1.0e-5
$u_x(E)$ (nœud $N133$)	ANALYTIQUE	15,00	1.0e-5
$u_x(F)$ (nœud $N178$)	ANALYTIQUE	15,00	1.0e-5
$u_x(G)$ (nœud $N125$)	ANALYTIQUE	15,00	1.0e-5
$u_x(H)$ (nœud $N179$)	ANALYTIQUE	15,25	1.0e-5
Charge 2 : *force* F_y			
$u_y(A)$ (nœud $N13$)	ANALYTIQUE	2.125e-2	1.0e-2
$u_y(B)$ (nœud $N75$)	ANALYTIQUE	-1.6875e-1	1.0e-2
$u_y(C)$ (nœud $N131$)	ANALYTIQUE	-4,0625	1.0e-2
$u_y(D)$ (nœud $N141$)	ANALYTIQUE	-0,54	1.0e-2
$u_y(E)$ (nœud $N133$)	ANALYTIQUE	-0,54	1.0e-2
$u_y(F)$ (nœud $N178$)	ANALYTIQUE	-0,54	1.0e-2
$u_y(G)$ (nœud $N125$)	ANALYTIQUE	-0,54	1.0e-2
$u_y(H)$ (nœud $N179$)	ANALYTIQUE	-0,54	1.0e-2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

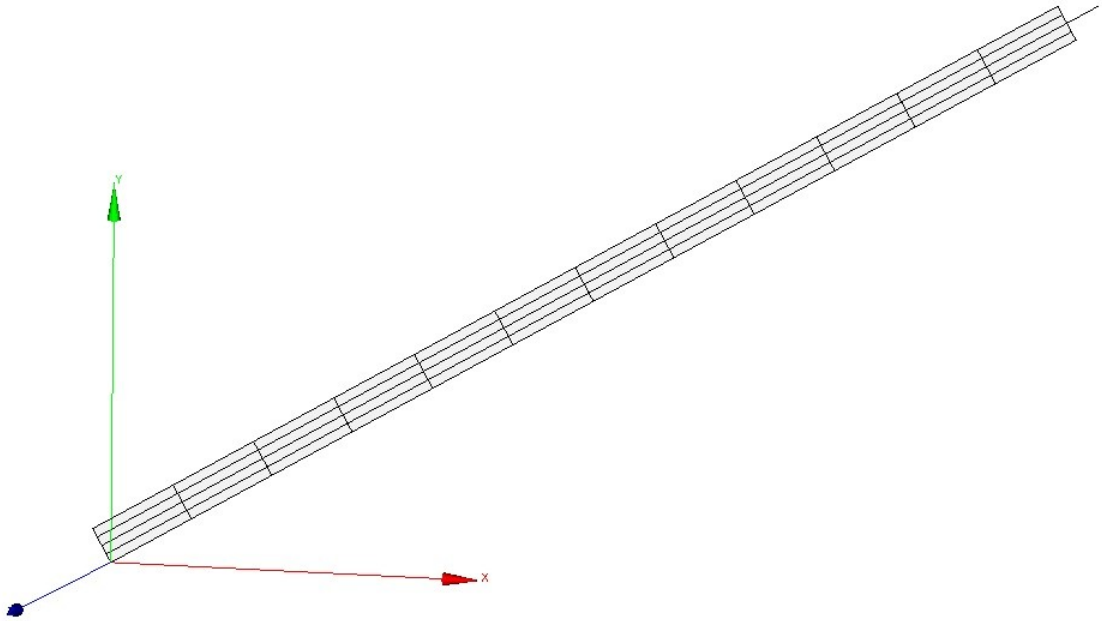
7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation G = Modélisation F (C_PLAN , 2D_DIS_TR) + rotation de 30° à l'origine.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 179
Nombre de mailles et types : 8 SEG3, 1 SEG2, 48 QUAD8 (=12 x 4)



7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
Charge 1 : *force* F_x			
$u_x(A)$ (nœud $N13$)	ANALYTIQUE	2,165064	1.0e-6
$u_x(B)$ (nœud $N75$)	ANALYTIQUE	6,495191	1.0e-6
$u_x(C)$ (nœud $N131$)	ANALYTIQUE	10,825318	1.0e-6
$u_x(D)$ (nœud $N141$)	ANALYTIQUE	12,990381	1.0e-6
$u_x(E)$ (nœud $N133$)	ANALYTIQUE	12,990381	1.0e-6
$u_x(F)$ (nœud $N178$)	ANALYTIQUE	12,990381	1.0e-6
$u_x(G)$ (nœud $N125$)	ANALYTIQUE	12,990381	1.0e-6
$u_x(H)$ (nœud $N179$)	ANALYTIQUE	13,208874	1.0e-6
Charge 2 : *force* F_y			
$u_y(A)$ (nœud $N13$)	ANALYTIQUE	-1.8403e-2	1.0e-2
$u_y(B)$ (nœud $N75$)	ANALYTIQUE	-0,146142	1.0e-2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$u_y(C)$	(nœud $N131$)	ANALYTIQUE	-0,351823	1.0e-2
$u_y(D)$	(nœud $N141$)	ANALYTIQUE	-0,467654	1,5
$u_y(E)$	(nœud $N133$)	ANALYTIQUE	-0,467654	1.0e-2
$u_y(F)$	(nœud $N178$)	ANALYTIQUE	-0,467654	1.0e-2
$u_y(G)$	(nœud $N125$)	ANALYTIQUE	-0,467654	1,5
$u_y(H)$	(nœud $N179$)	ANALYTIQUE	-0,467654	1.0e-2

7.4 Remarques

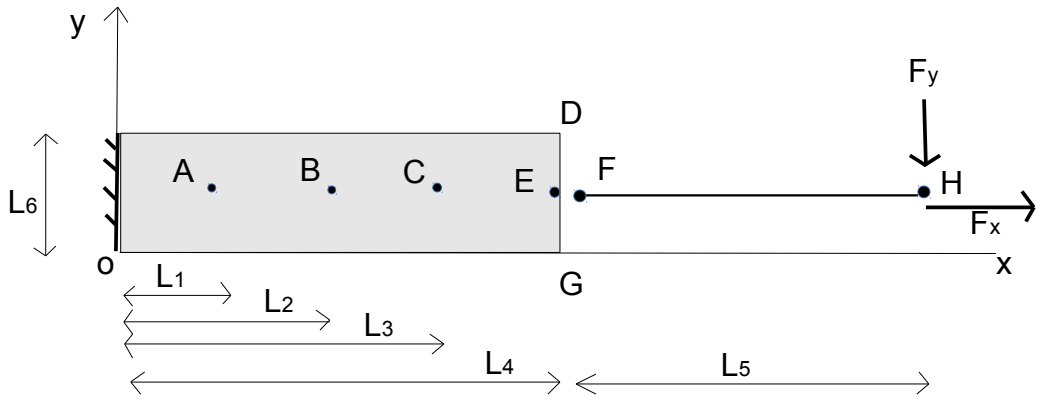
Les valeurs analytiques de déplacement sont celles de la modélisation G multipliées par le cosinus de 30 degrés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

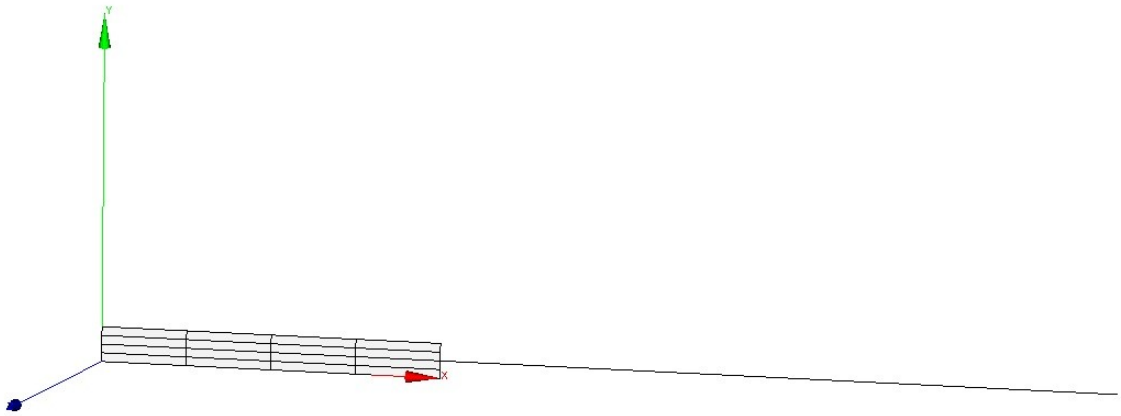
Modélisation mixte: C_PLAN , POU_D_E



$L_1 = 2,5$ $L_2 = 5$ $L_3 = 7,5$ $L_4 = 10$ $L_5 = 20$ $L_6 = 1$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 67
Nombre de mailles et types : 8 SEG3, 1 SEG2, 16 QUAD8 (=4 x 4)



8.3 Grandeurs testées et résultats

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
Charge 1 : *force* F_x			
$u_x(A)$ (nœud $N12$)	ANALYTIQUE	1,25	1.0e-6
$u_x(B)$ (nœud $N13$)	ANALYTIQUE	2,50	1.0e-6
$u_x(C)$ (nœud $N14$)	ANALYTIQUE	3,75	1.0e-6
$u_x(D)$ (nœud $N25$)	ANALYTIQUE	5,00	1.0e-6
$u_x(E)$ (nœud $N15$)	ANALYTIQUE	5,00	1.0e-6
$u_x(F)$ (nœud $N66$)	ANALYTIQUE	5,00	1.0e-6
$u_x(G)$ (nœud $N5$)	ANALYTIQUE	5,00	1.0e-6
$u_x(H)$ (nœud $N67$)	ANALYTIQUE	15,00	1.0e-6
Charge 2 : *force* F_y			
$u_y(A)$ (nœud $N12$)	ANALYTIQUE	-5.46875e-3	1.0e-2
$u_y(B)$ (nœud $N13$)	ANALYTIQUE	-2.125e-2	1.0e-2
$u_y(C)$ (nœud $N14$)	ANALYTIQUE	-4.640625e-2	1.0e-2
$u_y(D)$ (nœud $N25$)	ANALYTIQUE	-0,08	1.0e-2
$u_y(E)$ (nœud $N15$)	ANALYTIQUE	-0,08	1.0e-2
$u_y(F)$ (nœud $N66$)	ANALYTIQUE	-0,08	1.0e-2
$u_y(G)$ (nœud $N5$)	ANALYTIQUE	-0,08	1.0e-2
$u_y(H)$ (nœud $N67$)	ANALYTIQUE	-0,54	1.0e-3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

Les cas étudiés sont :

Modélisation	Liaisons
A : 3D, DKT et POU_D_E	LIAISON_GROUP
B : 3D, DKT, POU_D_E et DIS_TR	LIAISON_GROUP ; LIAISON_ELEM : 3D_POU, COQ_POU
C : 3D, COQUE_3D, POU_D_E et DIS_TR	LIAISON_GROUP ; LIAISON_ELEM : 3D_POU, COQ_POU
D : C_PLAN , 2D_DIS_TR	LIAISON_ELEM : 2D_POU
E : C_PLAN , 2D_DIS_TR	LIAISON_ELEM : 2D_POU
F : C_PLAN , POU_D_E	LIAISON_ELEM : 2D_POU

- Le maillage est très grossier en éléments $3D$ et plaque. Le test mérite une modélisation plus fine, étant donné que les résultats sont influencés par la façon de décrire les conditions d'encastrement en O. La modélisation A conduit à une erreur de 14% au maximum,
- cependant avec une bonne prise en compte de ces conditions, la solution est nettement meilleure (la modélisation B conduit à une erreur de 3% maximum).
- Les comparaisons des contraintes et efforts donnent de bons résultats (modélisation B). Pour l'élément de coque $1D$, les résultats sont très bons.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)