

## SSLV311 - Murakami 9.39. Fissure en quart d'ellipse au coin d'un disque épais en rotation

---

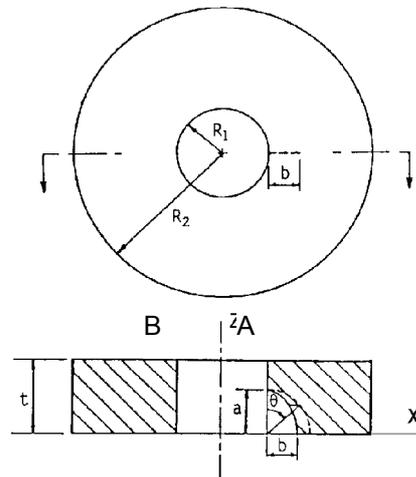
### Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version en mécanique de la rupture.

Domaine d'application :	Mécanique de la rupture linéaire
Type d'analyse :	Statique
Type de comportement :	Élastique linéaire isotrope
Type de modèle :	Tridimensionnel
Nombre de modélisations :	1
Objectif :	Test de base en tridimensionnel pour les matériaux élastiques isotropes, en domaine limité dans trois directions, en présence d'un chargement volumique.
Paramètres explorés :	-
Paramètres fixes :	Rapports $a/t$ , $b/a$ , $R_2/R_1$ , $t/R_1$
Précision des résultats :	Écart quadratique moyen de 3% avec la solution de référence analytique

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Rayon interne :	$R_1 = 0,1 \text{ m}$
Rayon externe :	$R_2 = 0,6 \text{ m}$
Épaisseur :	$t = 0,2 \text{ m}$
Demi grand axe :	$a = 0,05 \text{ m}$
Demi petit axe :	$b = 0,0125 \text{ m}$

### 1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young	$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0,3$
Masse volumique	$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargement

Le modèle sera limité à la partie du disque épais située dans le demi-espace  $Y \geq 0$ , le plan de la fissure verticale étant un plan de symétrie.

En l'absence de nœuds sur l'axe de révolution, un mode rigide sera bloqué par une relation linéaire entre degrés de liberté.

$$\text{Soit les points : } A(R_1, 0, t) \qquad B(-R_1, 0, t)$$

Blocage de la translation en  $X$  :  $UX(A) + UX(B) = 0$

Blocage de la translation en  $Y$  :  $UY = 0$  dans le plan  $XOZ$ , à l'exception des lèvres de la fissure.

Blocage de la translation en  $Z$  :  $UZ(A) = 0$

Blocage de la rotation autour de  $OX$  : assuré par la condition aux limites de symétrie dans le plan  $XOZ$

Blocage de la rotation autour de  $OY$  :  $UZ(B) = 0$

Blocage de la rotation autour de  $OZ$  : assuré par la condition aux limites de symétrie dans le plan  $XOZ$

Chargement : vitesse angulaire stationnaire  $\omega = 500 \text{ rad/s}$

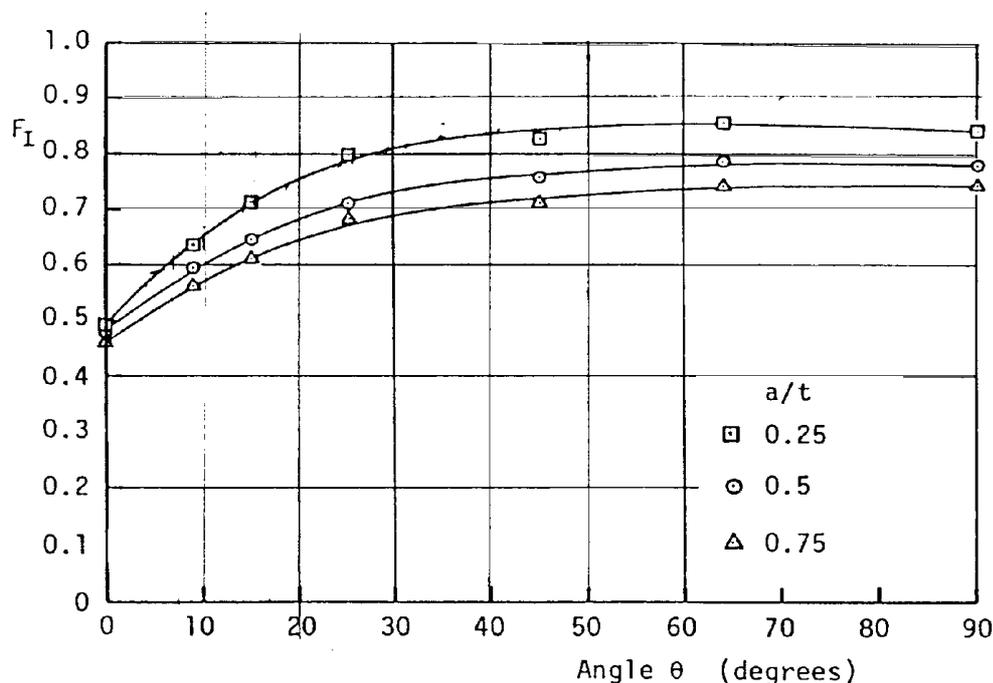
## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans [bib1], une solution de référence est donnée, basée sur une méthode d'équation intégrale de frontière. La valeur du facteur d'intensité de contraintes en mode I est alors :

$$K_I = \frac{3+\nu}{4} \cdot \rho \omega^2 \left( R_2^2 + \frac{1-\nu}{3+\nu} R_1^2 \right) \cdot \sqrt{\pi b} \cdot F_I$$

où le facteur de correction géométrique est donné, en fonction de l'angle paramétrique de l'ellipse  $\theta$ , à la figure ci-dessous.



Le rapport  $a/t$  choisi correspond à la courbe supérieure (carrés).

L'écart maximum entre les points marqués et la courbe étant de 2%, l'erreur de lecture sur la courbe est inférieure à l'erreur maximum annoncée (5%).

Cependant, nous n'utilisons pas cette référence car elle semble erronée.

Nous utilisons comme référence les résultats numériques issus de calcul avec le logiciel ANSYS.

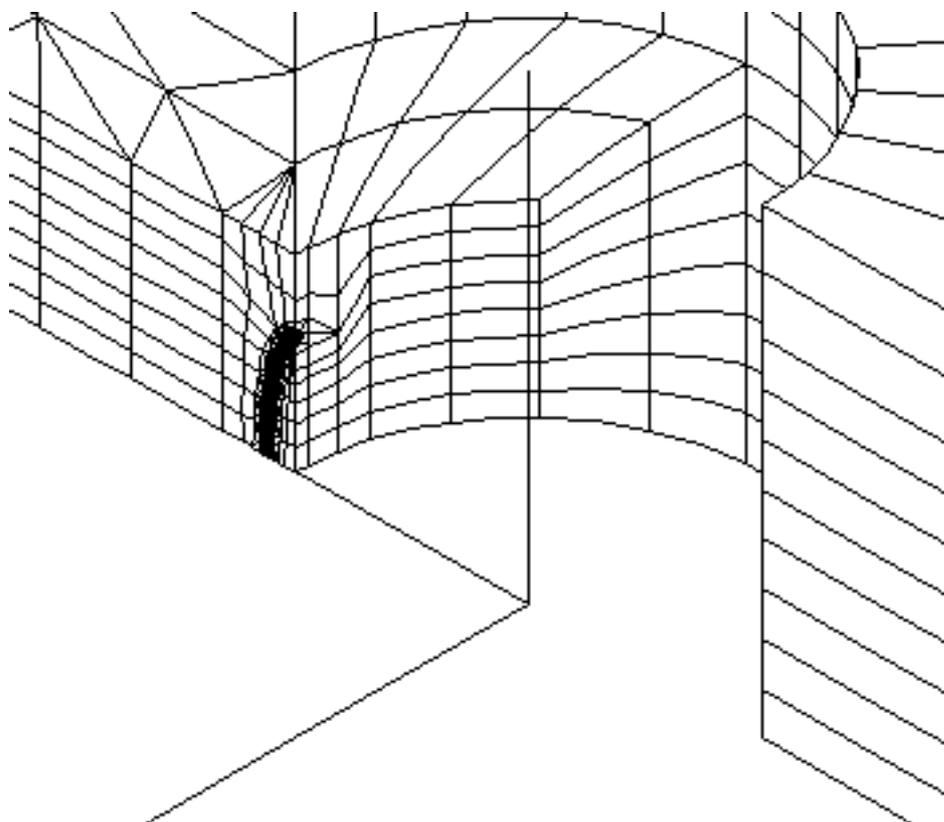
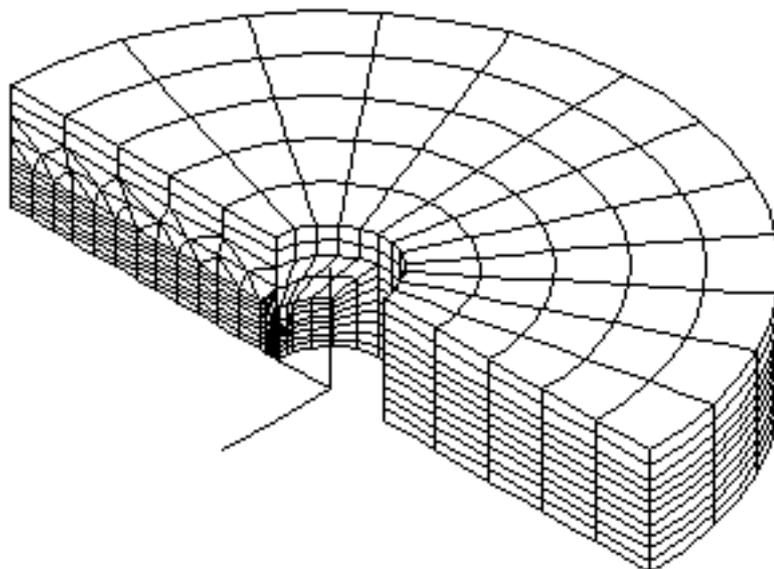
### 2.2 Incertitude sur la solution

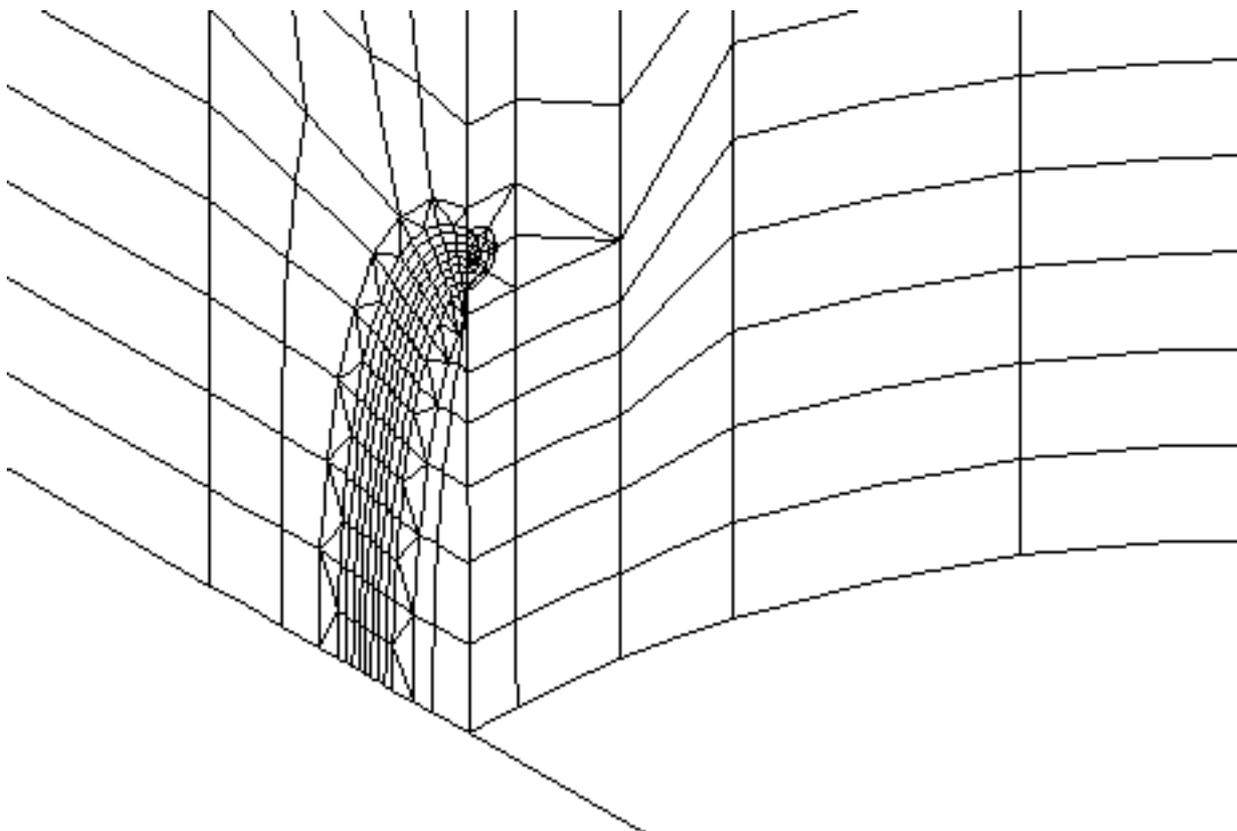
### 2.3 Références bibliographiques

- 1) Y. MURAKAMI : Stress Intensity Factors Handbook, case 9.39, pages 786-791. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation





## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage initial est constitué de 8890 nœuds et 2203 éléments, dont 1264 éléments *CU20* et 939 éléments *PR15*.

## 3.3 Fonctionnalités testées

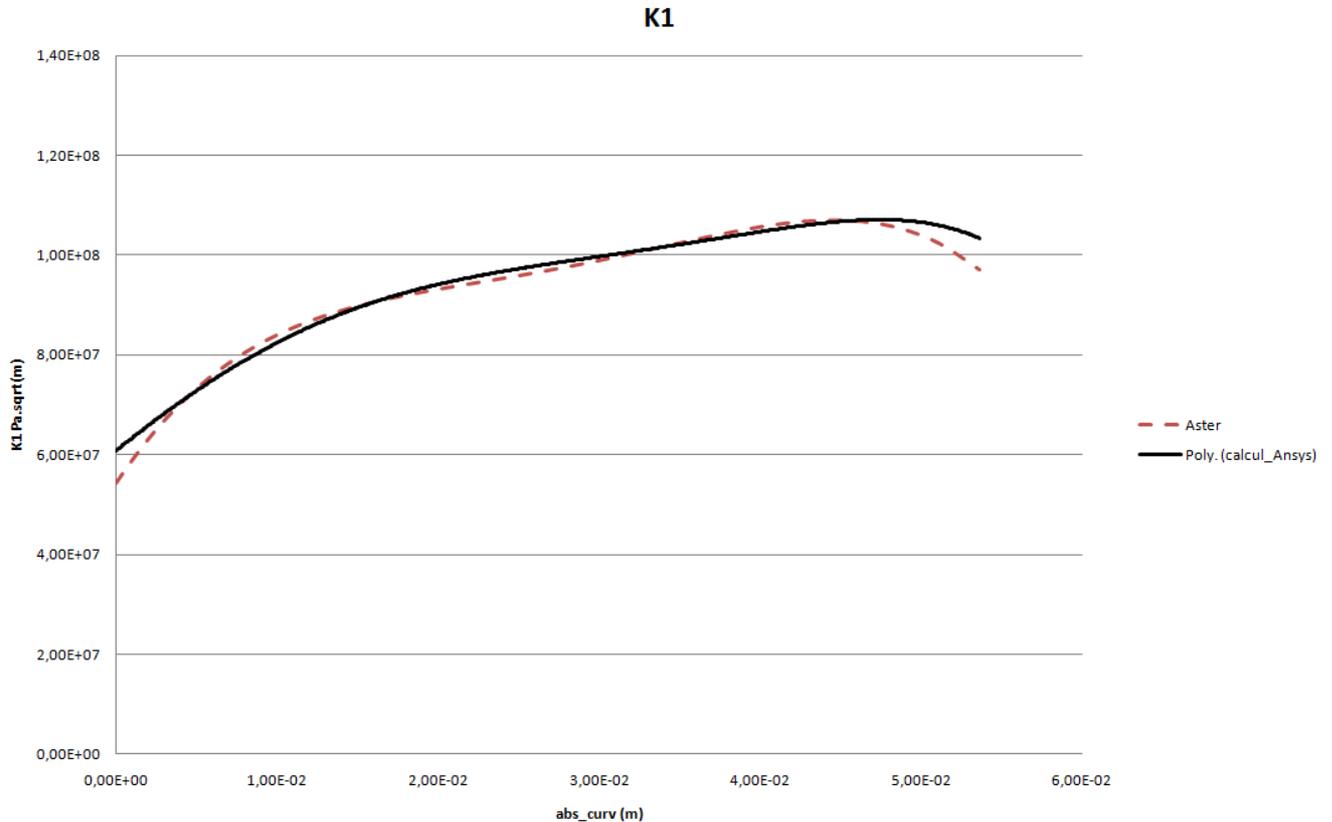
Calcul des facteurs d'intensité des contraintes locaux, en tous les nœuds du fond de fissure, par la méthode *THETA*.

Les facteurs d'intensité des contraintes locaux sont calculés sur une couronne de rayon inférieur  $R_{inf} = 0,00075\text{ m}$  et de rayon supérieur  $R_{sup} = 0,0025\text{ m}$ .

## 3.4 Valeurs testées et résultats de la modélisation A

Identification	Référence ( $\text{Pa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ )	Aster ( $\text{Pa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ )	% différence
$K_I, s = 0$ (point 1)	6,09E+007	5,50E+007	9,7
$K_I, s = 5,34881\text{e-}3$ (point 8)	7,35E+007	7,44E+007	1,2
$K_I, s = 3,44482\text{e-}2$ (point 25)	1,02E+008	1,02E+008	0,1
$K_I, s = 5,36143\text{e-}2$ (point 33)	1,03E+008	9,70E+007	6,1

L'écart moyen est inférieur à 2%.



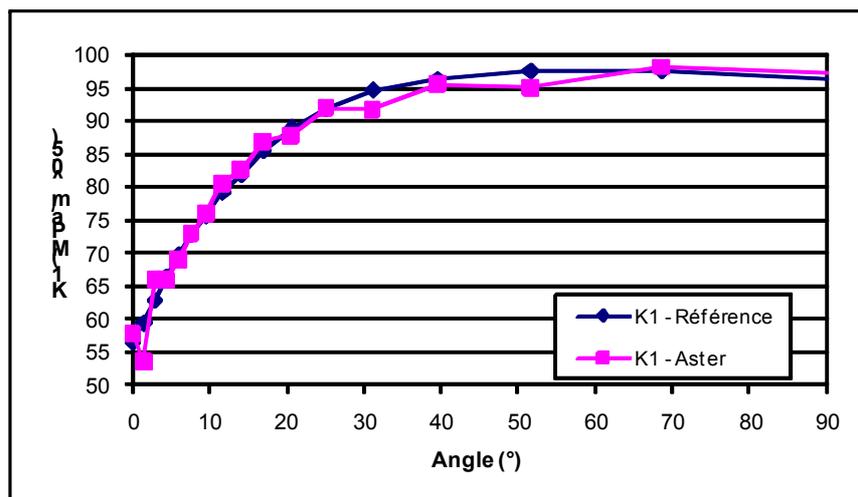
### 3.5 Valeurs testées et résultats de la modélisation A avec un maillage linéaire et comme Référence la solution Murakami

Identification	Référence ( Pa. $\sqrt{m}$ )	Aster ( Pa. $\sqrt{m}$ )	% différence
$K_I$ , $\theta$ = 0 degrés	5,657E+07	5,789E+07	-2,33
$K_I$ , $\theta$ = 1,4 degrés	5,945E+07	5,360E+07	9,84
$K_I$ , $\theta$ = 2,8 degrés	6,292E+07	6,596E+07	-4,84
$K_I$ , $\theta$ = 4,3 degrés	6,638E+07	6,606E+07	0,48
$K_I$ , $\theta$ = 5,9 degrés	6,984E+07	6,902E+07	1,18
$K_I$ , $\theta$ = 7,6 degrés	7,273E+07	7,289E+07	-0,22
$K_I$ , $\theta$ = 9,5 degrés	7,562E+07	7,597E+07	-0,47
$K_I$ , $\theta$ = 11,6 degrés	7,908E+07	8,053E+07	-1,83
$K_I$ , $\theta$ = 14,4 degrés	8,197E+07	8,261E+07	-0,78
$K_I$ , $\theta$ = 16,9 degrés	8,543E+07	8,695E+07	-1,78
$K_I$ , $\theta$ = 20,5 degrés	8,889E+07	8,785E+07	1,17
$K_I$ , $\theta$ = 25,1 degrés	9,178E+07	9,190E+07	-0,13
$K_I$ , $\theta$ = 31,1 degrés	9,466E+07	9,173E+07	3,09
$K_I$ , $\theta$ = 39,5 degrés	9,640E+07	9,562E+07	0,81
$K_I$ , $\theta$ = 51,5 degrés	9,755E+07	9,510E+07	2,51

$K_I, \theta = 68,5$ degrés	9,755E+07	9,824E+07	-0,71
$K_I, \theta = 90$ degrés	9,640E+07	9,720E+07	-0,83

Les angles paramétriques des valeurs testées correspondent à la position des 17 points du fond de fissure. La figure ci-dessous permet de comparer le résultat du calcul avec la solution de référence. L'écart quadratique moyen est très satisfaisant :

$$\text{Écart quadratique moyen} = \varepsilon = \sqrt{\frac{\int_{\Gamma} (K_I^{ref} - K_I^{aster})^2 ds}{\int_{\Gamma} (K_I^{ref})^2 ds}} = 3.11\%$$



**Remarque :**

Le chargement volumique est introduit ici à l'aide du mot clé `FORCE_INTERNE` (commande `AFFE_CHAR_MECA`) et de `FORMULE`. Les résultats sont équivalents si on utilise le mot clé `ROTATION`.

## 4 Synthèse des résultats

---

Les résultats fournis par *Code\_Aster* sont satisfaisants par rapport à ceux d'ANSYS.  
Par contre, on ne comprend pas pourquoi l'écart est significatif avec la solution Murakami.