

## FORMA07 - Travaux pratiques de la formation « Utilisation avancée » : fissure circulaire en milieu infini

---

### Résumé :

Ce test 3D en quasi-statique, entre dans le cadre de la validation des post-traitements en mécanique de la rupture élastique linéaire. La structure comportant une fissure circulaire est mise en traction.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On s'intéresse à un cube soumis à un effort de traction comportant une fissure circulaire horizontale de rayon  $a = 2\text{ m}$ . On considèrera un cube de côté  $10a$ .

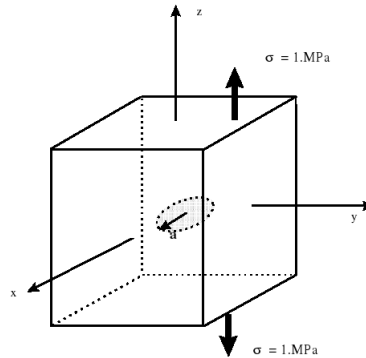


Figure 1.1-a: géométrie

### 1.2 Propriétés de matériaux

On considère un matériau homogène isotrope élastique linéaire dont les caractéristiques sont les suivantes :

- module d'Young  $E = 200\,000\text{ Mpa}$ ,
- coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$ .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

La structure est en traction ( $\sigma = 1\text{ MPa}$ ).

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode utilisée pour la solution de référence

Pour une fissure circulaire de rayon  $a$  dans un milieu infini, soumise à une traction uniforme  $\sigma$  suivant la normale au plan des lèvres, le taux de restitution d'énergie local  $G(s)$  est indépendant de l'abscisse curviligne le long du front de fissure  $s$  et s'exprime de la façon suivante[1] :

$$G(s) = \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} 4\sigma^2 a$$

Le facteur d'intensité de contrainte  $K_I(s)$  est donné par la formule d'Irwin :

$$G(s) = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_I^2, \text{ soit } K_I(s) = \frac{2\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}}$$

### 2.2 Résultats de référence

Avec les valeurs numériques de l'énoncé, on trouve :  $K_I = 1,5957\text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$  et  $G = 11,59\text{ J.m}^{-2}$ .

## 2.3 Références bibliographiques

- H. Tada, P. Paris, G. Irwin, The stress analysis of cracks handbook, 3<sup>rd</sup> edition, 2000

## 3 Modélisation A : FEM 3D

### 3.1 Déroutement du TP

#### 3.1.1 Maillage

Le maillage quadratique de la structure est fourni au format MED: `forma07a.mmed`. En prenant en compte certaines symétries du problème, seul un quart de la structure est représenté. On pourrait ne représenter qu'  $1/8^{\text{ème}}$  de la structure. Le maillage a été généré avec le logiciel GIBI, et des tores sont définis autour du fond de fissure :

- rayon du plus petit tore :  $0,12\text{ m}$ ,
- rayon du plus grand tore :  $0,53\text{ m}$ .

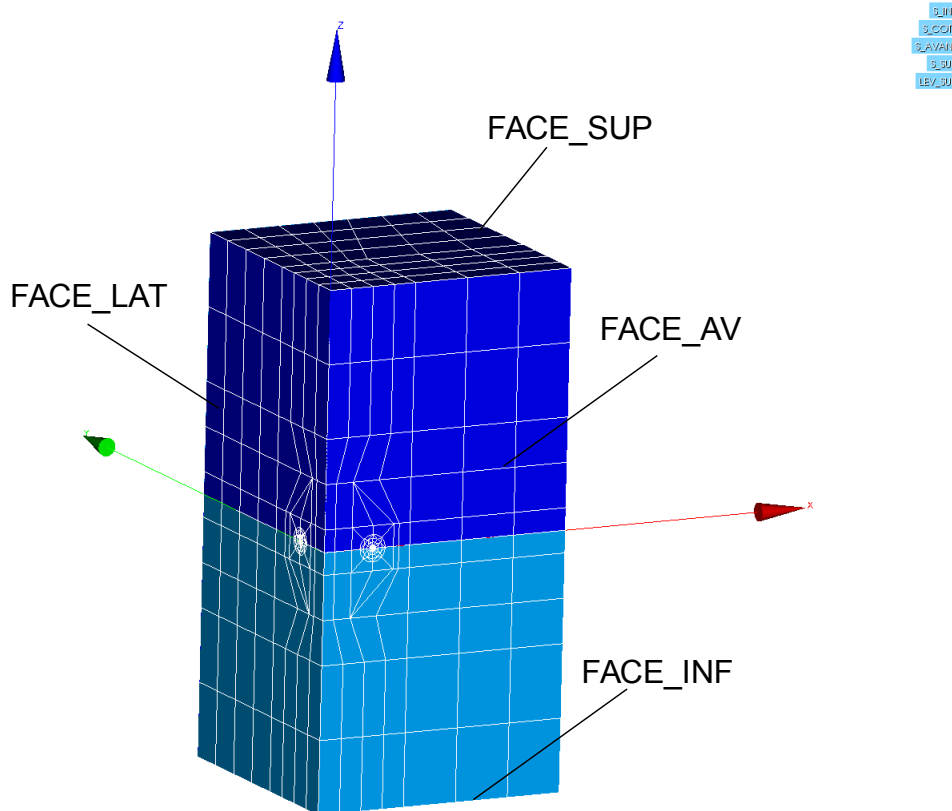


Figure 3.1.1-a: Maillage

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes.

#### 3.1.2 Création du fichier de commandes sans post-traitement de la rupture

Lancer Salome\_Meca, puis choisissez le module AsterStudy. Ajoutez les étapes suivantes à votre cas :

**Read a mesh (LIRE\_MALLAGE).** Sélectionnez le maillage `forma07a.mmed` et le format MED

**Modify a mesh (MODI\_MALLAGE).** Choisissez le maillage lu précédemment et sélectionnez le reuse. Sélectionnez l'action `ORIE_PEAU_3D` pour réorienter les normales aux faces vers l'extérieur du maillage (groupes d'éléments `FACE_AV`, `FACE_LAT`, `FACE_SUP`, `FACE_INF`, `LEV_INF` et `LEV_SUP`).

**Assign finite element (AFFE\_MODELE).** Choisissez le phénomène mécanique et la modélisation des milieux continus 3D (3D)

Définition et affectation du matériau: **Define a material (DEFI\_MATERIAU)** et **Assign a material**

<b>(AFFE_MATERIAU)</b>
Définition des conditions limites et chargements : <b>Assign mechanical load (AFFE_CHAR_MECA)</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Symétrie sur le plan de symétrie 'FACE_LAT' (Enforce DOF);</li> <li>• Symétrie sur le plan de symétrie 'FACE_AV' (Enforce DOF);</li> <li>• Blocage des modes rigides (Enforce DOF sur le GROUP_NO 'D');</li> <li>• Application de la traction sur 'FACE_SUP' et 'FACE_INF' (PRES_REP)</li> </ul>
Résolution du problème élastique : <b>Static mechanical analysis (MECA_STATIQUE)</b> ;
Pour visualisation avec Paravis : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcul du champ de contraintes extrapolé aux noeuds ( CALC_CHAMP, option ' CONTRAINTE ' avec le champ 'SIGM_NOEU ' )</li> <li>• Calcul du champ de contraintes équivalentes ( CALC_CHAMP, option ' CRITERES ' avec le champ 'SIEQ_NOEU ' )</li> </ul> Pour cela, on enrichira le concept issu de MECA_STATIQUE en reprenant le même nom de concept.
Impression des résultats au format MED : Results output (IMPR_RESU).
Visualiser les champs de déplacement et de contraintes obtenus dans Paravis

### 3.1.3 Post-traitement pour la rupture

Afin de séparer le calcul et le post-traitement, vous pouvez ajouter une nouvelle étape (New stage) à votre cas d'étude (Case).
<b>Définition du fond de fissure ( DEFI_FOND_FISS ).</b> Définir le fond de fissure dans DEFI_FOND_FISS à partir d u groupe de mailles du fond LFF et les lèvres LEV_INF et LEV_SUP.
<b>Calcul d u taux de restitution d'énergie avec CALC_G (OPTION='CALC_K_G') .</b> Compléter les informations sur le champ THETA : <ul style="list-style-type: none"> <li>• le fond de fissure FOND_FISS</li> <li>• les rayons de la couronne du champ theta ( R_INF , R_SUP ), à définir en fonction du maillage utilisé.</li> </ul> Imprimer les valeurs de G ( IMPR_TABLE ).
Calcule de K et G avec POST_K1_K2_K3 : <ul style="list-style-type: none"> <li>• renseigner le fond de fissure</li> <li>• renseigner le paramètre ABSC_CURV_MAXI</li> <li>• imprimer les résultats dans une table ( IMPR_TABLE )</li> </ul>
Tracer les valeurs de G et K1 issues de CALC_G et de POST_K1_K2_K3 en fonction de l'abscisse curviligne du front de fissure (colonne 'ABSC_CURV' ) dans un tableur.

### 3.1.4 Pour aller plus loin : Étude de l'influence du lissage 3D

Dans CALC\_G, renseigner le mot clé LISSAGE avec les mots clé LISSAGE\_G='LAGRANGE' et LISSAGE\_THETA='LAGRANGE'. Comparer les valeurs avec celles obtenues précédemment. Pour rappel, lorsque LISSAGE n'est pas renseigné, la valeur par défaut est LISSAGE\_G='LEGENDRE' et LISSAGE\_TEHTA='LEGENDRE'.

Dans un second temps, rajouter le mot clé NB\_POINT\_FOND= 5 au lissage de Lagrange puis observer les valeurs de G ou K1 le long du front. Comparer également les temps de calcul de CALC\_G avec et sans NB\_POINT\_FOND de renseigné.

## 3.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	% tolérance
----------------	-----------	-------------

$K_I$  de POST\_K1\_K2\_K3

1,5957 10<sup>6</sup>

0,8%

## 4 Modélisation B : X-FEM 3D

Le problème considéré est le même que celui étudié dans la partie II. Cependant, contrairement à la partie précédente où la fissure était maillée, on considère dans cette partie un maillage sain. La fissure n'est donc pas maillée. Pour cela, on utilise la méthode X-FEM.

### 4.1 Déroutement du TP

#### 4.1.1 Raffinement du maillage

L'objectif de cette première étape est d'utiliser HOMARD pour obtenir un maillage raffiné à partir d'un maillage sain relativement grossier.

Vous pouvez créer le maillage grossier avec Salomé (¼ de la structure est modélisée) ou utiliser celui fourni :

forma07b.mmed

Afin de réaliser le raffinement du maillage, il est nécessaire d'utiliser une boucle python. Le fichier de commande de cette partie n'est donc pas éditable graphiquement avec AsterStudy. On va donc utiliser le mode texte d'AsterStudy pour la première étape du calcul.

Lancez Salome-Meca puis choisissez AsterStudy. Allez dans les préférences (File → Preferences → AsterStudy) et décochez External editor. Créez une nouvelle étape pour votre calcul (New Stage) que vous pouvez renommer (Raffinement) si vous le souhaitez. Faites un clic gauche sur cette nouvelle étape et cliquez sur Edit. Une fenêtre apparaîtra sur la gauche et vous pourrez éditer votre fichier de commande.

Dans un premier temps, il va falloir calculer le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir le maillage raffiné.

Pour cela, il faut tout d'abord importer la bibliothèque math : `import math`

Renseignez les informations suivantes :

- Taille de maille dans la zone d'insertion de la fissure  $h_0$
- Taille de maille cible  $h_c$  ( $a/20$ .)

Calcul du nombre d'itérations pour atteindre  $h_c$  :

- $n = (\ln(h_0) + \ln(h_c)) / \ln(2)$
- $nb\_raff = E(n)$  (partie entière de  $n$  : `int(n)`)
- $nb\_iter = nb\_raff + 1$

Calcul de la taille finale des éléments proches du front de fissure :

- $h = h_0 / 2^{nb\_raff}$

Initialisez l'ensemble des vecteurs qui seront utilisés dans la boucle de raffinement :

- `MA = [None]*(nb_iter+1)` (Maillage)
- `CHERR = [None]*nb_iter` (Erreur)
- `FISS = [None]*nb_iter` (Fissure)

Lire le maillage au format MED (**LIRE\_MALLAGE**) : `MA[0] = LIRE_MALLAGE(UNITE=20, FORMAT='MED');`

Choisir le maillage forma07b.mmed qu'il faudra ajouter dans l'onglet **Data Files** sous l'unité 20.

Réalisez la boucle de raffinement :

`for i_raff in range(nb_raff) :`

- **Définition de la fissure**

```
FISS[i_raff]=DEFI_FISS_XFEM(MALLAGE=MA[i_raff],
                             TYPE_DISCONTINUE='FISSURE',
                             DEFI_FISS=_F(FORM_FISS='ELLIPSE',
                             DEMI_GRAND_AXE=a,
                             DEMI_PETIT_AXE=a,
                             CENTRE=(0,0,0),
                             VECT_X=(1.,0.,0.),
                             VECT_Y=(0.,1.,0.),),);
```

- **Calcul du critère de raffinement**  
CHERR[i\_raft]=RAFF\_XFEM(FISSURE=FISS[i\_raft],TYPE='ZONE',RAYON=r\_raft) avec  $r_{raft}=5 \cdot h$
- **Définition du type du maillage n+1 --> pour dire que MAILLAGE\_NP1 est un type 'maillage'**  
MA[i\_raft+1]=CO('MA\_%d' % (i\_raft+1))
- **Adaptation du maillage**  
MACR\_ADAP\_MAIL(ADAPTATION = 'RAFFINEMENT',  
CHAM\_GD = CHERR[i\_raft],  
CRIT\_RAFF\_ABS = 0.5,  
DIAM\_MIN = hc,  
MAILLAGE\_N = MA[i\_raft],  
MAILLAGE\_NP1 = MA[i\_raft+1],);

Pour visualiser le nouveau maillage, imprimez-le au format MED :  
IMPR\_RESU(FORMAT='MED',UNITE=80,RESU=\_F(MAILLAGE=MA[nb\_raft]));  
Choisir le maillage forma07b\_raft.mmed qu'il faudra ajouter dans l'onglet **Data Files** sous l'unité 80.

Si vous souhaitez passer cette étape, vous pouvez aussi utiliser directement le maillage raffiné fourni :

forma07b.41

Dans les maillages fournis (visualisez-les dans Salomé), les noms des groupes de mailles sont les suivants :

- groupe de nœuds : D,
- groupes de faces : FACE\_AV, FACE\_LAT, FACE\_SUP, FACE\_INF,
- groupe de volumes : CUBE.

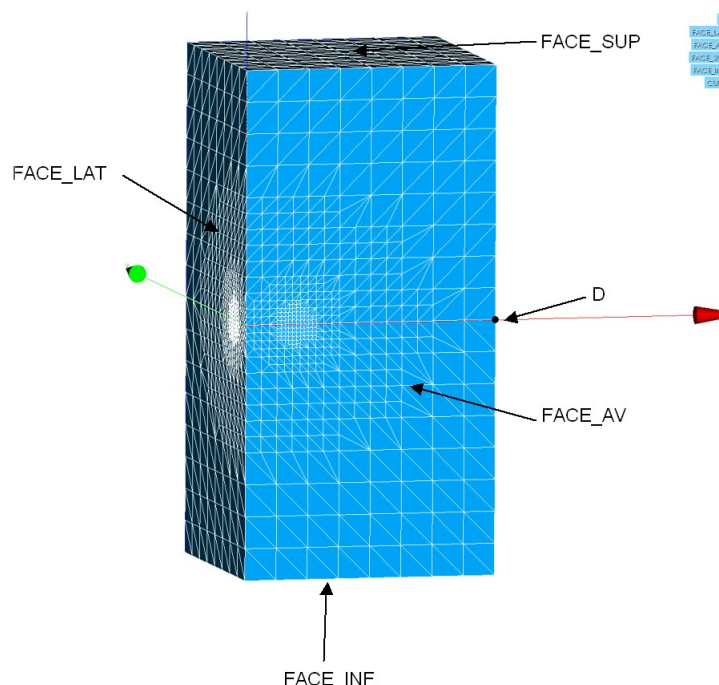


Figure 4.1.1-a: Groupes définis sur le maillage fourni

## 4.1.2 Création du fichier de commande sans post-traitement de la rupture

### a) Lecture du maillage sain raffiné et définition du modèle non enrichi

Lancez Salome-Meca, puis choisissez le module AsterStudy. Ajoutez les étapes suivantes à votre cas.

**Read a mesh (LIRE\_MAILLAGE).** Sélectionnez le maillage raffiné que vous avez créé et le format MED

**Modify a mesh (MODI\_MAILLAGE).** Choisissez le maillage lu précédemment et sélectionnez le reuse. Sélectionnez l'action ORIE\_PEAU\_3D pour réorienter les normales aux faces vers l'extérieur du maillage (groupes d'éléments FACE\_AV, FACE\_LAT, FACE\_SUP, FACE\_INF)

**Assign finite element (AFFE\_MODELE).** Choisissez le phénomène mécanique et la modélisation des milieux continus 3D

## b) Définition de la fissure et des éléments X-FEM

Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Définition de la fissure **DEFI\_FISS\_XFEM**. Utilisez de préférence le catalogue des fissures (FORM\_FISS='ELLIPSE')

Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Modification du modèle pour prendre en compte les éléments X-FEM (**MODI\_MODELE\_XFEM**)

## c) Définition du matériau, des conditions et résolution du problème mécanique

Définition et affectation du matériau: **Define a material (DEFI\_MATERIAU)** et **Assign a material (AFFE\_MATERIAU)**

Définition des conditions limites et chargements sur le modèle enrichi. **Assign mechanical load (AFFE\_CHAR\_MECA)** :

- Symétrie sur le plan de symétrie 'FACE\_LAT' (**Enforce DOF**) ;
- Symétrie sur le plan de symétrie 'FACE\_AV' (**Enforce DOF**) ;
- Blocage des modes rigides (**Enforce DOF** sur 'D')
- Application de la traction sur 'FACE\_SUP' et 'FACE\_INF' (**PRES\_REP**)

Résolution du problème élastique : **Static mechanical analysis (MECA\_STATIQUE)** avec le modèle enrichi

## d) Post-traitement des déplacements et des contraintes avec X-FEM et visualisation avec Paravis

Afin de séparer le calcul et le post-traitement, vous pouvez ajouter une nouvelle étape (New stage) à votre cas d'étude (Case).

Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Création d'un maillage de visualisation (**POST\_MAIL\_XFEM**)

Dans l'onglet **Finite Element** : Création d'un modèle pour la visualisation (**AFFE\_MODELE**) sur le maillage créé pour la visualisation

Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Création d'un champ de résultats sur le maillage de visualisation X-FEM (**POST\_CHAM\_XFEM**)

Pour visualisation avec Paravis :

- Calcul du champ de contraintes extrapolé aux noeuds ( **CALC\_CHAMP**, option ' **CONTRAINTE** ' avec le champ 'SIGM\_NOEU ' )
- Calcul du champ de contraintes équivalentes ( **CALC\_CHAMP**, option ' **CRITERES** ' avec le champ 'SIEQ\_NOEU' )

Pour cela, on enrichira le concept issu de **POST\_CHAM\_XFEM** en reprenant le même nom de concept.

Impression des résultats au format MED : **Results output (IMPR\_RESU)**.

## 4.1.3 Ajout des étapes de post traitement en mécanique de la rupture



Pour le post-traitement de la rupture vous pouvez également ajouter une nouvelle étape (New stage) à votre cas d'étude en cours.

Pour l'ensemble des étapes suivantes, il faudra aller dans l'onglet **Fracture and Fatigue**.

## a) Calcul de G avec CALC\_G

Calculer le taux de restitution d'énergie G et les facteurs d'intensité des contraintes avec **CALC\_G** (OPTION='CALC\_K\_G') et le lissage de Legendre de degré 5.

Utiliser le résultat du calcul statique à ne pas confondre avec le résultat créé pour la visualisation avec **POST\_CHAM\_XFEM** (RESULTAT).

Compléter les informations sur le champ **THETA** :

- le fond de fissure **FISSURE**
- les rayons de la couronne du champ theta ( **R\_INF** , **R\_SUP** ), à définir en fonction du maillage utilisé.

Imprimer les valeurs de la table G ( **IMPR\_TABLE** dans l'onglet **Output** ).

## b) Calcul de K et G avec POST\_K1\_K2\_K3

Calculer K et G avec **POST\_K1\_K2\_K3** :

- utiliser le résultat du **MECA\_STATIQUE** (RESULTAT)
- renseigner la fissure
- renseigner le paramètre **ABSC\_CURV\_MAXI**
- imprimer les résultats dans une table.

Comparez les résultats à la solution analytique. Comparez les temps entre les 2 commandes.

Essayer le lissage **LAGRANGE**. Qu'observe t-on ?

Afin d'améliorer les résultats, essayer la répartition uniforme de  $n$  points le long du fond de fissure (**CALC\_G/THETA/NB\_POINT\_FOND**) avec diverses valeurs de  $n$ .

Autres pistes : raffinement / enrichissement sur plusieurs couches.

## 4.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	% tolérance
$K_I$ de <b>POST_K1_K2_K3</b>	1,5957 10 <sup>6</sup>	1%