SSLS138 – Sollicitation d'une membrane

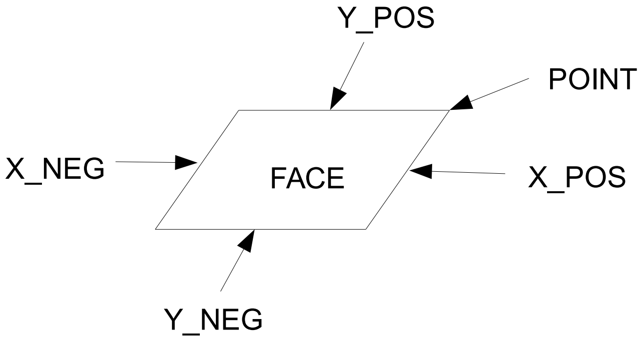
Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le comportement d'une membrane élastique anisotrope pour plusieurs modes de sollicitation, ainsi que le calcul des déformations et des contraintes dans la membrane. On valide l'ensemble des éléments de membrane disponibles.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un carré de $1\,m$ de côté, représenté ci-dessous :



1.2 Propriétés du matériau

Le carré présente un comportement de membrane anisotrope, caractérisé par les coefficients suivants (les coefficients non mentionnés sont nuls) :

$$\begin{cases} M_{LLLL}=3 \\ M_{TTTT}=3 \\ M_{LLTT}=1 \\ M_{LTLT}=2 \end{cases}$$

Ces coefficients sont définis dans un repère tourné de 90° autour de l'axe (Oz) .

1.3 Conditions aux limites et chargements

On effectue deux calculs, correspondant à une sollicitation de traction et une sollicitation de cisaillement de la membrane. Les conditions limite correspondantes sont indiquées ci-dessous :

- **Sollicitation de traction**

$$\begin{cases} u_Z=0 \ \text{ sur } \ \text{FACE} \\ u_X=0 \ \text{ sur } \ \text{X\_NEG} \\ u_Y=0 \ \text{ sur } \ \text{Y\_NEG} \\ F_X=1 \ \text{ sur } \ \text{X\_POS} \end{cases}$$

- **Sollicitation de cisaillement**

$$\begin{cases} u_Z=0 \text{ sur FACE} \\ u_Y=0 \text{ sur X\_NEG} \\ u_X=0 \text{ sur Y\_NEG} \\ u_X=u_Y \text{ sur POINT} \\ F_Y=1 \text{ sur X\_POS} \\ F_X=1 \text{ sur Y\_POS} \end{cases}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Dans les deux modes de sollicitation, la membrane est en état de contrainte uniforme. On peut donc calculer analytiquement la solution de ce problème dans les deux cas.

- **Sollicitation de traction**

Dans le cas d'une sollicitation de traction simple, on démontre simplement que, dans le repère global :

$$\begin{cases} \varepsilon_{XX} = F_X \dfrac{M_{LLLL}}{\left(M_{TTTT} M_{LLLL} - M_{LLTT}^2\right)} \\ \varepsilon_{YY} = -F_X \dfrac{M_{LLTT}}{\left(M_{TTTT} M_{LLLL} - M_{LLTT}^2\right)} \\ \varepsilon_{XY} = 0 \end{cases}$$

- **Sollicitation de cisaillement**

Dans le cas d'une sollicitation de cisaillement, on démontre que, dans le repère global :

$$\begin{cases} \varepsilon_{XX} = 0 \\ \varepsilon_{YY} = 0 \\ \varepsilon_{XY} = \dfrac{\sigma_{XY}}{M_{LTLT}} \end{cases}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste le déplacement, la contrainte et la déformation au sommet $POINT$. Les grandeurs testées sont résumées dans le tableau ci-dessous, pour les deux modes de sollicitation.

Grandeur	Composante	Traction simple	Cisaillement	Tolérance
Déplacement	DX	3/8	1/2	1.E-6
	DY	-1/8	1/2	1.E-6
Déformations membranaires (repère local)	EXX	-1/8	0	1.E-6
	EYY	3/8	0	1.E-6
	EXY	0	$\sqrt{2}/2$	1.E-6
Contraintes membranaires (repère local)	NXX	0	0	1.E-6
	NYY	1	0	1.E-6
	NXY	0	$\sqrt{2}$	1.E-6

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage

La modélisation A est basée sur un maillage de 52 triangles linéaires (TRIA3).
Dans cette modélisation, le repère local de la membrane est défini de quatre manières différentes dans AFFE_CARA_ELEM : en utilisant VECT_1 / VECT_2 / ANGL_REP_1 et ANGL_REP_2

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques du maillage

La modélisation B est basée sur un maillage de 25 quadrangles linéaires (QUAD4).

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques du maillage

La modélisation C est basée sur un maillage de 52 triangles quadratiques (TRIA6).

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques du maillage

La modélisation C est basée sur un maillage de 25 quadrangles quadratiques (QUAD8).

7 Synthèse des résultats

Ce test valide le comportement d'une membrane anisotrope, ainsi que le calcul des déformations membranaires et des contraintes membranaires.