

## SSLS108 - Coque hélicoïdale sous charges concentrées

---

### Résumé :

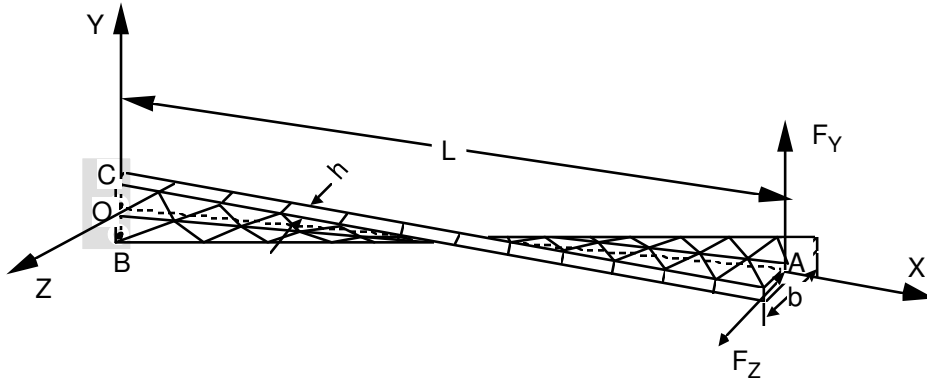
Ce test en élasticité linéaire est très sévère de par sa géométrie (coque gauche). Il permet de montrer l'influence du gauchissement sur les performances des éléments de coques.

Il comporte 14 modélisations permettant de tester les éléments COQUE\_3D, SHB, DKT, DST et Q4G pour différents supports géométriques.

Les valeurs de référence sont des résultats de calcul fournis dans la littérature, on vérifie le déplacement en un point de la structure.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



La coque est d'épaisseur  $0.32\text{ m}$ , de longueur  $12\text{ m}$  et de largeur  $1.1\text{ m}$ .

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 29.10^6 \text{ Pa}$$

$$\nu = 0.22$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrée sur le côté  $OBC$  :  $u=v=w=0$ ,  $\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$

Deux cas de charge qui correspondent à des charges concentrées au point  $A$  :

- Force parallèle à l'axe  $Z$  :  $F_z = 1\text{ N}$
- Force parallèle à l'axe  $Y$  :  $F_y = 1\text{ N}$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence [1] est une solution fondée sur la théorie des poutres (non-déformation de la section transversale), incluant ou non les effets du cisaillement transverse.

### 2.2 Résultats de référence

Déplacement du point  $A$  suivant  $Y$ .

Déplacement du point  $A$  suivant  $Z$ .

Chargement ( $N$ )	Référence ( $m$ )
$F_Y=0$	$DY = 1.72 \times 10^{-3}$
$F_Z=1$	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$
$F_Y=1$	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$
$F_Z=0$	$DZ = 1.72 \times 10^{-3}$

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution semi-analytique.

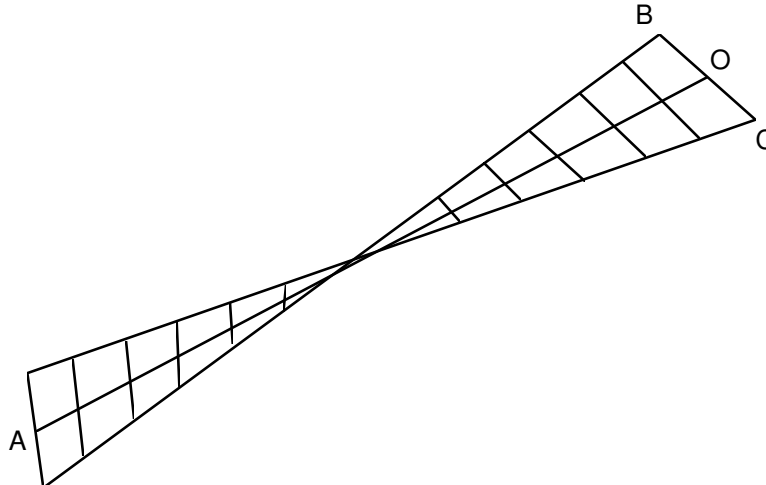
### 2.4 Références bibliographiques

- [1] J. L. Batoz and G. Dhatt, « Modélisation des structures par éléments finis Volume.3: Coques », éditions HERMES. Paris , France, 1992.
- [2] HAMMADI Fodil : 'Formulation et évaluation d'éléments finis a continuité  $C^0$  de la géométrie pour l'analyse linéaire et non-linéaire des coques" Thèse de docteur, UTC, juin 1998

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE\_3D



Découpage :

2 selon la largeur, 12 selon la longueur  
24 mailles QUAD9, épaisseur :  $h = 0.32$

Noms des nœuds :

Point <i>O</i>	<i>N06</i>
Point <i>B</i>	<i>N01</i>
Point <i>C</i>	<i>N02</i>
Point <i>A</i>	<i>N032</i>

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125  
Nombre de mailles et types : 24 QUAD9

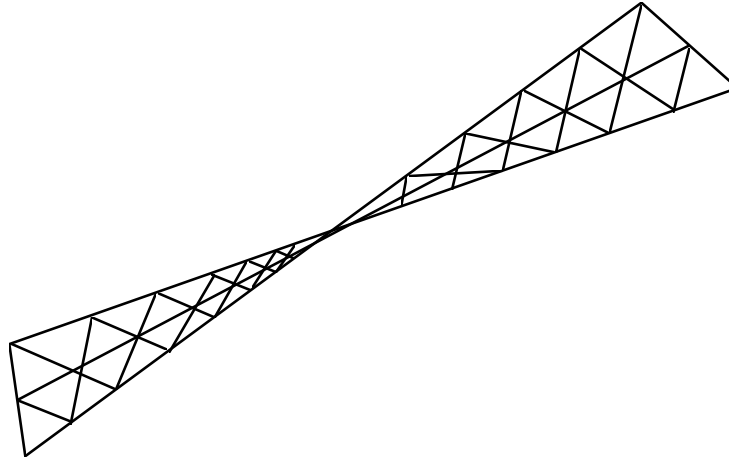
### 3.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z = 1 \text{ N}$	<i>A</i>	déplacement $V$ ( <i>m</i> )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( <i>m</i> )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y = 1 \text{ N}$	<i>A</i>	déplacement $V$ ( <i>m</i> )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( <i>m</i> )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE\_3D



Découpage :

2 selon la largeur, 12 selon la longueur  
48 mailles TRIA7, épaisseur :  $h=0.32$

Noms des nœuds :

Point *O*                    *N06*  
Point *B*                    *N01*  
Point *C*                    *N02*  
Point *A*                    *N032*

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 173  
Nombre de mailles et types : 48 TRIA7

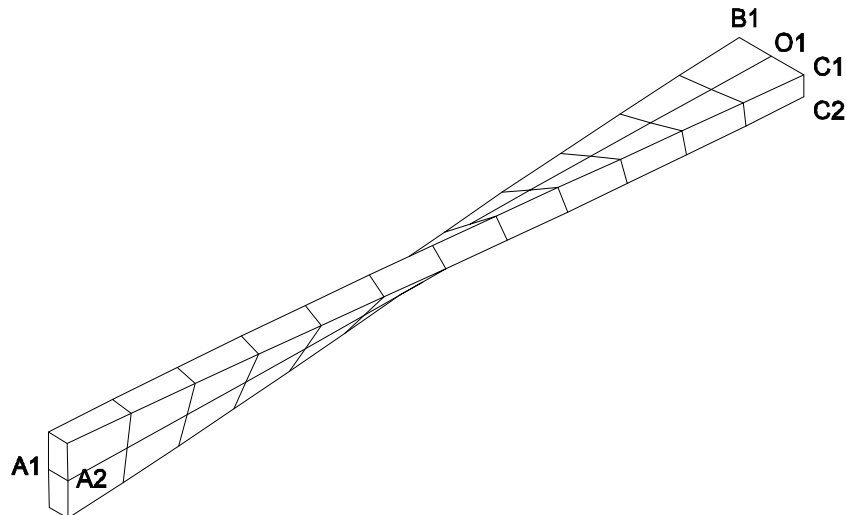
### 4.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z=1\text{ N}$	<i>A</i>	déplacement $V$ ( <i>m</i> )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( <i>m</i> )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y=1\text{ N}$	<i>A</i>	déplacement $V$ ( <i>m</i> )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( <i>m</i> )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB8



Découpage :

2 selon la largeur, 12 selon la longueur  
24 mailles HEXA8, épaisseur :  $h = 0.32$

Noms des nœuds :

Point O1 N03 Point O2 N05  
Point B1 N04 Point B2 N06  
Point C1 N01 Point C2 N02  
Point A1 N78 Point A2 N75

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 78  
Nombre de mailles et types : 24 HEXA8

### 5.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z = 1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y = 1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

### 5.4 Remarques

Une modélisation 3D sur le même maillage (mailles HEXA8) fait apparaître un blocage : les résultats sont très éloignés de la référence. Par exemple, pour le cas de charge 1, on obtient :

Point	Grandeur en unité	Référence	Aster
<i>A1</i> et <i>A2</i>	déplacement $V$ ( $m$ )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$	$-7.5 \cdot 10^{-4}$
	déplacement $W$ ( $m$ )	$5.42 \cdot 10^{-3}$	$5.408 \cdot 10^{-3}$

Ce blocage n'apparaît plus avec des mailles quadratiques `HEXA20`, puisque l'on obtient alors :

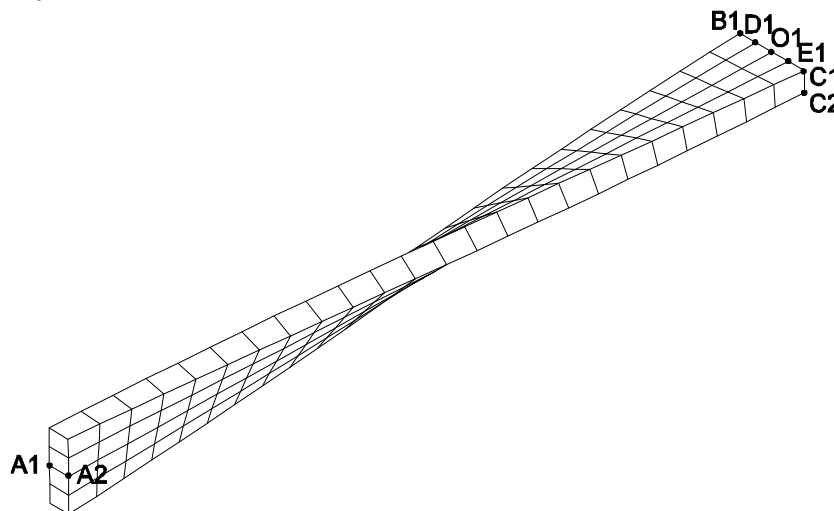
Point	Grandeur en unité	Référence	Aster
<i>A1</i> et <i>A2</i>	déplacement $V$ ( $m$ )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$	$-1.729 \cdot 10^{-3}$
	déplacement $W$ ( $m$ )	$5.42 \cdot 10^{-3}$	$5.43 \cdot 10^{-3}$

La modélisation `SHB` permet d'éviter tout blocage numérique, à un coût (en temps CPU) similaire à celui d'un maillage `HEXA8`.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB8



Découpage :

4 selon la largeur, 24 selon la longueur  
96 mailles HEXA8, épaisseur :  $h=0.32$

Noms des nœuds :

Point <i>O1</i>	<i>N245</i>	Point <i>O2</i>	<i>N249</i>
Point <i>B1</i>	<i>N224</i>	Point <i>B2</i>	<i>N226</i>
Point <i>C1</i>	<i>N239</i>	Point <i>C2</i>	<i>N241</i>
Point <i>D1</i>	<i>N236</i>	Point <i>D2</i>	<i>N238</i>
Point <i>E1</i>	<i>N250</i>	Point <i>E2</i>	<i>N246</i>
Point <i>A1</i>	<i>N05</i>	Point <i>A2</i>	<i>N06</i>

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 250  
Nombre de mailles et types : 96 HEXA8

### 6.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z=1\text{ N}$	<i>A1</i> et <i>A2</i>	déplacement $V$ ( <i>m</i> )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( <i>m</i> )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y=1\text{ N}$	<i>A1</i> et <i>A2</i>	déplacement $V$ ( <i>m</i> )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( <i>m</i> )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

### 6.4 Remarques



Une modélisation 3D sur le même maillage (mailles `HEXA8`) fait apparaître un blocage : même avec un maillage à 96 éléments. Les résultats restent très éloignés de la référence. Par exemple, pour le cas de charge 1, on obtient :

Point	Grandeur en unité	Référence	Aster
<i>A1</i> et <i>A2</i>	déplacement $V$ ( $m$ )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$	$-2.49 \cdot 10^{-4}$
	déplacement $W$ ( $m$ )	$5.42 \cdot 10^{-3}$	$1.12 \cdot 10^{-3}$

Ce blocage n'apparaît plus avec des mailles quadratiques `HEXA20`, puisque l'on obtient alors :

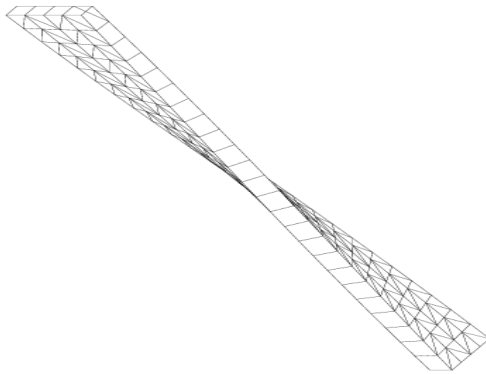
Point	Grandeur en unité	Référence	Aster
<i>A1</i> et <i>A2</i>	déplacement $V$ ( $m$ )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$	$-1.735 \cdot 10^{-3}$
	déplacement $W$ ( $m$ )	$5.42 \cdot 10^{-3}$	$5.438 \cdot 10^{-3}$

Avec des `HEXA20`, la convergence est bien meilleure. La modélisation `SHB` permet d'éviter tout blocage numérique, à un coût (en temps CPU) similaire à celui d'un maillage `HEXA8`.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB6



Découpage :

4 selon la largeur, 24 selon la longueur  
192 mailles PENTA6, épaisseur :  $h=0.32$

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 250  
Nombre de mailles et types : 192 PENTA6

### 7.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z = 1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y = 1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

### 7.4 Remarques

Une modélisation 3D sur le même maillage (mailles PENTA6) fait apparaître un blocage : les résultats sont très éloignés de la référence. Par exemple, pour le cas de charge 1, on obtient :

Point	Grandeur en unité	Référence	Aster
A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$	$-7.84 \cdot 10^{-4}$

---

déplacement $W$ ( m )	5.42 10 <sup>-3</sup>	2.63 10 <sup>-3</sup>
-----------------------	-----------------------	-----------------------

---

Ce blocage n'apparaît plus avec des mailles quadratiques PENTA15, puisque l'on obtient alors :

---

Point	Grandeur en unité	Référence	Aster
$A1$ et $A2$	déplacement $V$ ( m )	-1.72 10 <sup>-3</sup>	-1.72 10 <sup>-3</sup>
	déplacement $W$ ( m )	5.42 10 <sup>-3</sup>	5.43 10 <sup>-3</sup>

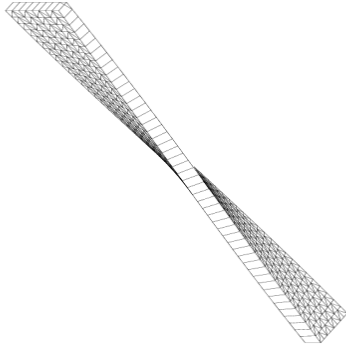
---

La modélisation SHB6 permet d'éviter tout blocage numérique, à un coût (en temps CPU) similaire à celui d'un maillage PENTA6.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB6



Découpage :

8 selon la largeur, 48 selon la longueur  
768 mailles PENTA6, épaisseur :  $h=0.32$

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 882  
Nombre de mailles et types : 768 PENTA6

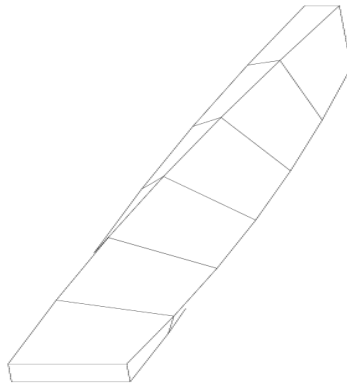
### 8.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z = 1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y = 1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB20



Découpage :

1 selon la largeur, 6 selon la longueur  
6 mailles HEXA20, épaisseur :  $h=0.32$

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 80  
Nombre de mailles et types : 6 HEXA20

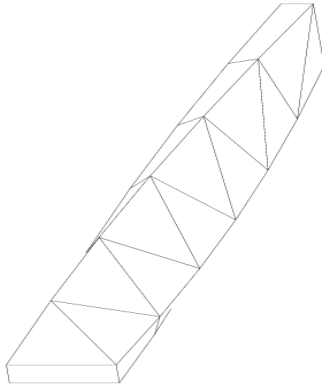
### 9.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z=1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y=1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB15



Découpage :

1 selon la largeur, 6 selon la longueur  
12 mailles PENTA15, épaisseur :  $h=0.32$

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 92  
Nombre de mailles et types : 12 PENTA15

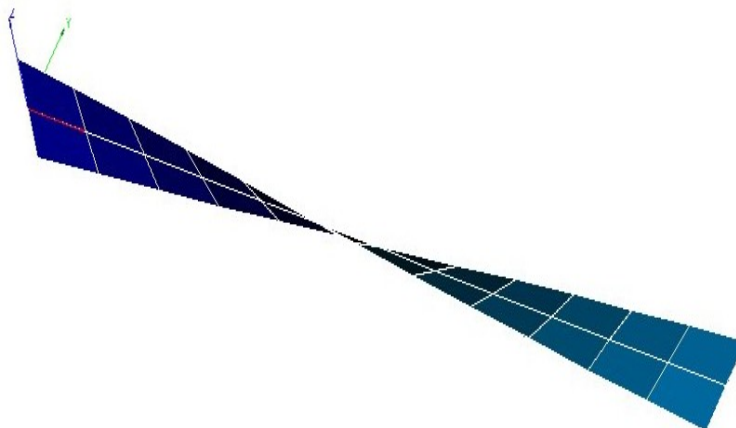
### 10.3 Valeurs testées

Cas de charges	Point	Grandeur en unité	Référence
$F_z=1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$5.42 \cdot 10^{-3}$
$F_y=1\text{ N}$	A1 et A2	déplacement $V$ ( m )	$1.75 \cdot 10^{-3}$
		déplacement $W$ ( m )	$-1.72 \cdot 10^{-3}$

## 11 Modélisation I

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT ( QUAD4 ). On teste dans cette modélisation COEF\_RIGI\_DRZ négatif. Dans ce cas, le ddl DRZ a un sens physique de « drilling rotation » ou rotation autour de la normale.



### 11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 24 mailles QUAD4.

### 11.3 Grandeurs testées et résultats

Chargement ( N )	Identification		Type de référence	Valeur de référence ( m )	Tolérance (%)
	Point	Grandeur			
$F_Y=1$ $F_Z=0$	A	DY	'SOURCE_EXTERNE'	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$	48.0
$F_Y=0$ $F_Z=1$		DZ	'SOURCE_EXTERNE'	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$	62.5

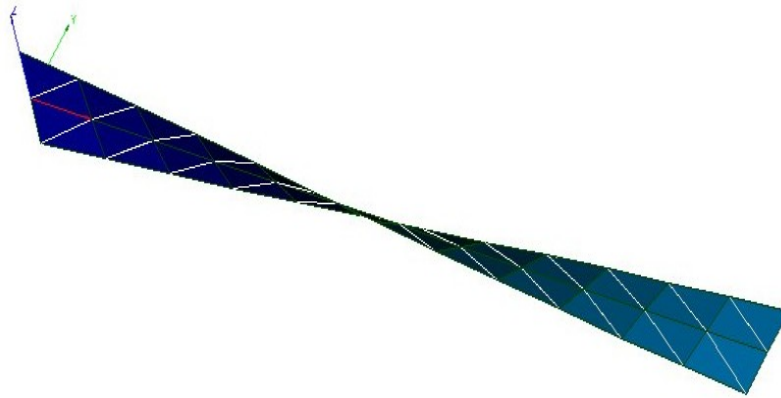
### 11.4 Remarques

Sous l'effet des grands déplacements subis par la structure, les mailles QUAD4 deviennent de plus en plus gauches au cours du calcul. Les hypothèses de la modélisation DKT ne sont alors plus respectées.

## 12 Modélisation J

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT (TRIA3).



### 12.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 48 mailles TRIA3.

### 12.3 Grandeurs testées et résultats

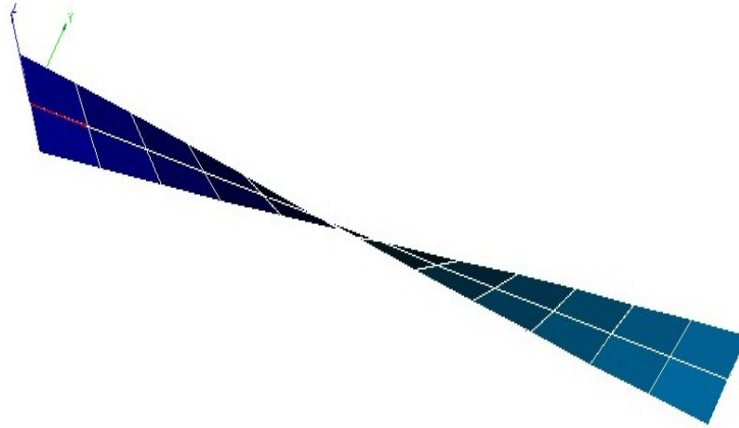
Chargement ( $N$ )	Identification		Type de référence	Valeur de référence ( $m$ )	Tolérance (%)
	Point	Grandeur			
$F_y=1$ $F_z=0$	A	DY	'SOURCE_EXTERNE'	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$	17.0
$F_y=0$ $F_z=1$		DZ	'SOURCE_EXTERNE'	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$	2.5



## 13 Modélisation K

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST ( QUAD4 ).



### 13.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 24 mailles QUAD4.

### 13.3 Grandeurs testées et résultats

Chargement ( $N$ )	Identification		Type de référence	Valeur de référence ( $m$ )	Tolérance (%)
	Point	Grandeur			
$F_y=1$ $F_z=0$	A	DY	'SOURCE_EXTERNE'	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$	48.0
$F_y=0$ $F_z=1$		DZ	'SOURCE_EXTERNE'	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$	62.5

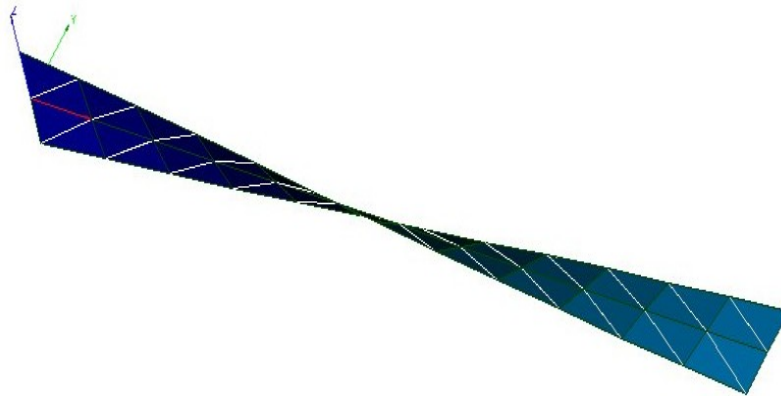
### 13.4 Remarques

Sous l'effet des grands déplacements subis par la structure, les mailles QUAD4 deviennent de plus en plus gauches au cours du calcul. Les hypothèses de la modélisation DKT ne sont alors plus respectées.

## 14 Modélisation L

### 14.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST (TRIA3).



### 14.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 48 mailles TRIA3.

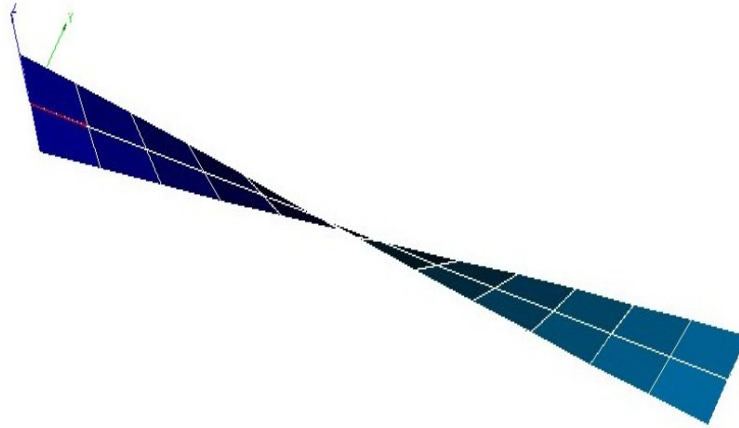
### 14.3 Grandeurs testées et résultats

Chargement ( $N$ )	Identification		Type de référence	Valeur de référence ( $m$ )	Tolérance (%)
	Point	Grandeur			
$F_Y=1$ $F_Z=0$	A	DY	'SOURCE_EXTERNE'	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$	15.0
$F_Y=0$ $F_Z=1$		DZ	'SOURCE_EXTERNE'	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$	1.5

## 15 Modélisation M

### 15.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G ( QUAD4 ).



### 15.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 24 mailles QUAD4.

### 15.3 Grandeurs testées et résultats

Chargement ( $N$ )	Identification		Type de référence	Valeur de référence ( $m$ )	Tolérance (%)
	Point	Grandeur			
$F_y=1$ $F_z=0$	A	DY	'SOURCE_EXTERNE'	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$	48.0
$F_y=0$ $F_z=1$		DZ	'SOURCE_EXTERNE'	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$	62.5

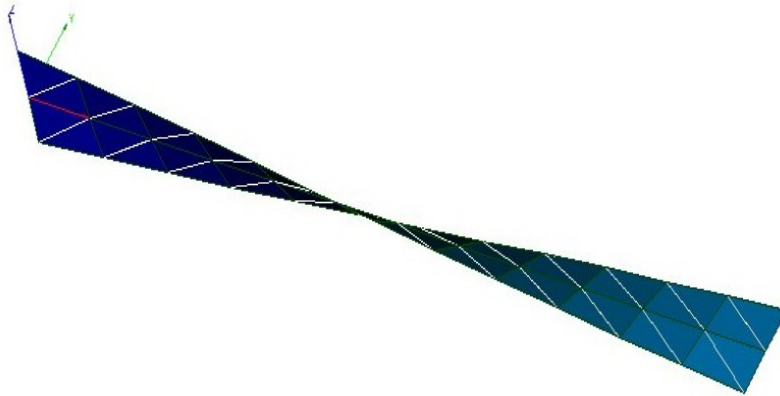
### 15.4 Remarques

Sous l'effet des grands déplacements subis par la structure, les mailles QUAD4 deviennent de plus en plus gauches au cours du calcul. Les hypothèses de la modélisation DKT ne sont alors plus respectées.

## 16 Modélisation N

### 16.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G (TRIA3).



### 16.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 48 mailles TRIA3.

### 16.3 Grandeurs testées et résultats

Chargement ( $N$ )	Identification		Type de référence	Valeur de référence ( $m$ )	Tolérance (%)
	Point	Grandeur			
$F_y=1$ $F_z=0$	A	DY	'SOURCE_EXTERNE'	$DY = 1.754 \times 10^{-3}$	11.0
$F_y=0$ $F_z=1$		DZ	'SOURCE_EXTERNE'	$DZ = 5.424 \times 10^{-3}$	6.0

## 17 Synthèse des résultats

---

Ce test est très sévère de par la géométrie de la coque qui est gauche.

Les éléments `COQUE_3D` donnent de très bons résultats (inférieurs à 0.5%) avec peu de nœuds (modélisation A et B).

Pour les modélisations `SHB`, les éléments `SHB8` donnent la même précision avec un peu plus de nœuds (modélisation D). Ils restent très bons pour un maillage plus grossier (modélisation C). Par contre, les éléments `SHB6` nécessitent un maillage beaucoup plus fin pour converger (modélisation F). Sur un maillage plus grossier (modélisation E), les résultats sont médiocres. Néanmoins ces éléments sont très utiles pour pouvoir mailler une géométrie quelconque avec des `SHB` linéaires.

Les éléments quadratiques `SHB20` et `SHB15` donnent de bons résultats avec peu de nœuds.

S'agissant des modélisations de type plaque (`DKT`, `DST`, `Q4G`), on observe que le type de maille utilisé a une forte influence sur les résultats :

- les mailles `TRIA3` donnent de bons résultats (environ 10 % d'erreur), un maillage plus fin améliore de plus sensiblement ces derniers ;
- les mailles `QUAD4` donnent en revanche des résultats très éloignés de la solution de référence. La formulation des éléments de plaque fait en effet l'hypothèse de facettes planes, celle-ci n'est plus vérifiée sur ce test en présence de grands déplacements.