

## SSLS100 - Plaque circulaire encastrée soumise à une pression uniforme

---

### Résumé :

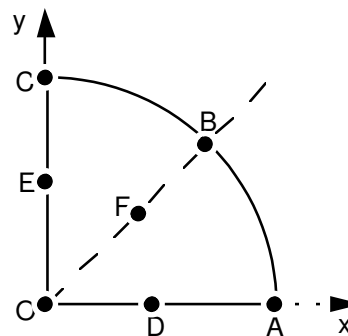
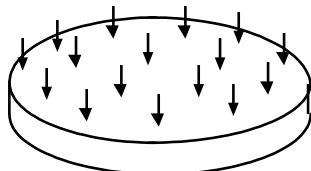
Ce problème permet une comparaison des solutions obtenues avec différents éléments de plaque en élasticité linéaire :

- modèles de **Love-Kirchhoff** (plaque dite mince) :
  - maille surfacique triangulaire (TRIA3) DKT,
  - maille surfacique quadrangulaire (QUAD4) DKQ,
  - maille linéique (SEG3) COQUE\_AXIS,
- modèles de **Mindlin-Reissner** (plaque dite épaisse) :
  - maille surfacique triangulaire (TRIA3) DST,
  - maille surfacique quadrangulaire (QUAD4) DSQ,
  - maille linéique (SEG3) COQUE\_AXIS,
- modèles de coques épaisse : COQUE\_3D (QUAD9 et TRIA7).

La même solution de référence est traitée avec trois formes de chargements : pression, pesanteur et force-coque. Les grandeurs observées sont : déplacements (translation/rotation), déformations et efforts généralisés.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



1/4 de plaque

Rayon  $R = 1 \text{ m}$   
Epaisseur  $t = 0.1 \text{ m}$

Coordonnées des points :

	<i>O</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>x</i>	0.	1.	$1/\sqrt{2}$	0.	0.5	0.	0.4
<i>y</i>	0.	0.	$1/\sqrt{2}$	1.	0.	0.5	0.4
<i>z</i>	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.

### 1.2 Propriétés de matériaux

$E = 1 \text{ Pa}$  Module d'Young  
 $\nu = 0.3$  Coefficient de poisson  
 $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$  Masse volumique

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement sur le bord de la plaque :

en tous les points  $P$  tels que  $OP = R$  :  $u = v = w = 0$ ,  $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$ .

FORCE_COQUE	Pression uniforme	$P = 1 \text{ N/m}^2$
FORCE_COQUE	Charge répartie normale	$F3 = -1 \text{ N/m}^2$
PESANTEUR	$g = 10 \text{ m/s}^2$ suivant $Z$ d'où	$FZ = \rho g t = -1 \text{ N/m}^2$

Ces trois chargements conduisent à la même solution.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Deux solutions de référence sont utilisables, pour le calcul de la déformée :

- la théorie de LOVE-KIRCHHOFF, couramment utilisée pour les plaques dites "minces", que l'on retiendra pour les modélisations A, B, C, D, E et I,
- la théorie de MINDLIN-REISSNER, incluant les effets du cisaillement pour les plaques dites "épaisses", que l'on retiendra pour les modélisations F, G, H et J.

En tout point distant de  $r$  du centre de la plaque ( $r \leq R$ ), la flèche s'exprime :

$$w(r) = -\frac{P R^4}{64D} \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} + \varphi \right] \quad \text{avec} \quad D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\text{avec } \varphi = 0 \text{ (LOVE - KIRCHHOFF) ou } \varphi = \frac{16}{5} \left[ \frac{t}{R} \right]^2 \frac{1}{1-\nu} \text{ (REISSNER).}$$

Pour le calcul des moments les deux théories conduisent aux mêmes expressions :

$$M_{rr}(r) = \frac{P R^2}{16} (3+\nu) \left[ \frac{r}{R} \right]^2 - (1+\nu) \quad M_{\theta\theta}(r) = \frac{P R^2}{16} (1+3\nu) \left[ \frac{r}{R} \right]^2 - (1+\nu)$$

Au centre de la plaque :

$$w(0) = -\frac{P R^4}{64D} \text{ (LOVE - KIRCHHOFF) ou } w(0) = -\frac{P R^4}{64D} (1+\varphi) \text{ (REISSNER)}$$

$$M_{rr}(0) = M_{\theta\theta}(0) = -\frac{P R^2}{16} (1+\nu)$$

#### Remarque :

Code\_Aster calcule les moments aux nœuds de chaque élément fini dans le repère de référence défini par la normale extérieure et les axes de référence définis sur la coque (voir AFFE\_CARA\_ELEM).

La valeur du moment  $M_{xx}$  (ou  $M_{yy}$ ) en un nœud appartenant à plusieurs éléments finis peut être considéré comme étant la moyenne des valeurs calculées sur les éléments qui ont ce nœud en commun. Cette moyenne peut être obtenue par la procédure POST\_RELEVE.

$$\text{Pour chaque nœud, on a : } (M_{rr} + M_{\theta\theta}) = (M_{xx} + M_{yy}) = Sm$$

$$\text{pour le point O} \quad M_{xx} = M_{yy} = M_{rr} = M_{\theta\theta}$$

$$\text{pour les points A et D} \quad M_{xx} = M_{rr} \text{ et } M_{yy} = M_{\theta\theta}$$

$$\text{pour les points C et E} \quad M_{xx} = M_{\theta\theta} \text{ et } M_{yy} = M_{rr}$$

$$\text{pour les points B et F} \quad M_{xx} = M_{yy} = (M_{rr} + M_{\theta\theta}) / 2$$

### 2.2 Résultats de référence

Flèche et moments aux points O, A, B, C, D, E, F. Extraction des valeurs moyennes des composantes  $M_{xx}$  et  $M_{yy}$  du champ 'EFGE\_ELNO'.

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

## 2.4 Références bibliographiques

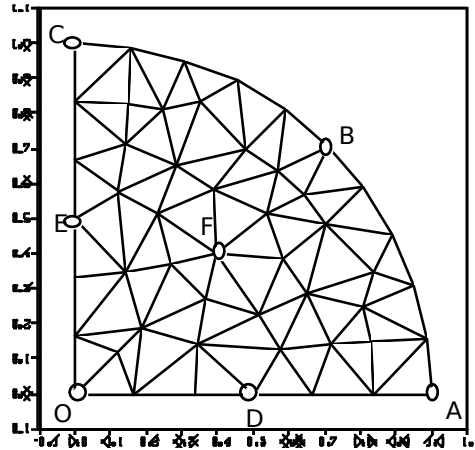
- 1) TIMOSHENKO et WOINOWSKY-KRIEGER. Plaques et coques. Edition Béranger, (1961).
- 2) BATOZ et DHATT. Modélisation des structures par éléments finis. Coques. Presses Univ. Laval, 1992.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)

Nombre de couche : COQUE\_NCOU = 3



Conditions limites :		DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',	DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
		DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OA[	(GROUP_NO= 'OA',	DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OC[	(GROUP_NO= 'OC',	DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O',	DX= 0., DY= 0.,
		DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)

Point O	mailles : M30, M33
Point A	mailles : M76
Point B	mailles : M39, M40, M51
Point C	mailles : M1
Point D	mailles : M55, M56, M65
Point E	mailles : M8, M17, M18
Point F	mailles : M34, M35, M37, M41, M46, M47, M48

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 50

Nombre de mailles et types : 76 TRIA3

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-170.6251	1.0
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9766	0.75
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9766	0.75
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-78.897	0.5

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	3.0
A	$M_{rr}$	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	2.0
B	$M_{rr}$	0.08125	5.0
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	5.0
C	$M_{rr}$	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	2.0
D	$M_{rr}$	-0.02969	7.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	3.5
E	$M_{rr}$	-0.02969	7.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	3.5
F	$M_{rr}$	-0.02925	3.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.02925	4.5

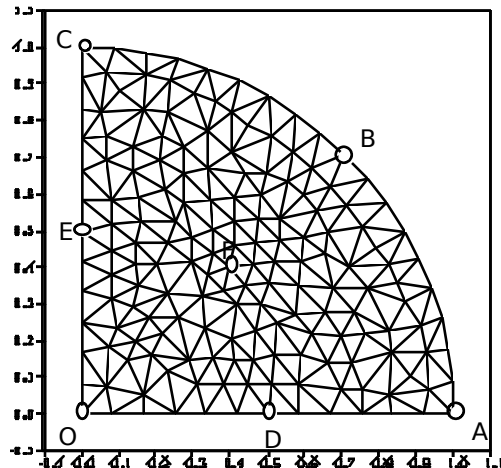
On teste également :

- la continuité des champs EPSI\_ELGA et EPSI\_ELNO entre les couches (tests de non-régression).  
En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1,
- la distribution en volume de la composante SIYY (tests de non-régression) des champs SIEF\_ELGA et SIGM\_ELNO ainsi que le volume de la plaque circulaire.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :		DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',	DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
		DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OA[	(GROUP_NO= 'OA',	DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OC[	(GROUP_NO= 'OC',	DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O',	DX= 0., DY= 0.,
		DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)

Point O	mailles : M
Point A	
Point B	
Point C	
Point D	
Point E	

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170  
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-170.6251	0.5
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9766	0.5
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9766	0.5
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-78.897	0.5

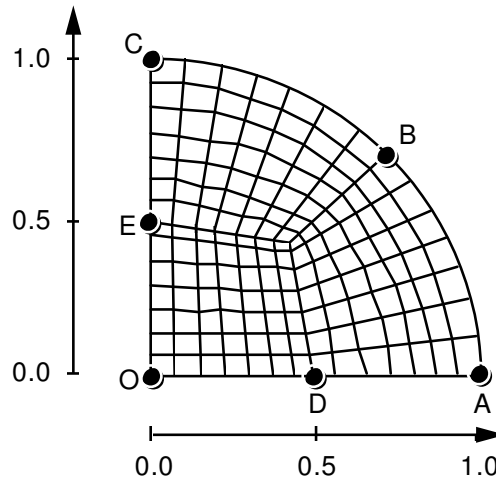
Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	1.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	1.0
A	$M_{rr}$	0.125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	9.0
B	$M_{rr}$	0.08125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	3.0
C	$M_{rr}$	0.125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	9.0
D	$M_{rr}$	-0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	2.0
E	$M_{rr}$	-0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	2.5
F	$M_{rr}$	-0.02925	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.02925	2.5



## 5 Modélisation E

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque  $DKQ$  (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	
en tous les nœuds de l'arc ABC	DDL_IMPO (GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.) DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0., DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)

Point O	mailles : M1
Point A	mailles : M147
Point B	mailles : M98 M111
Point C	mailles : M14
Point D	mailles : M85 M99
Point E	mailles : M7 M8
Point F	mailles : M91 M92 M105

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169  
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

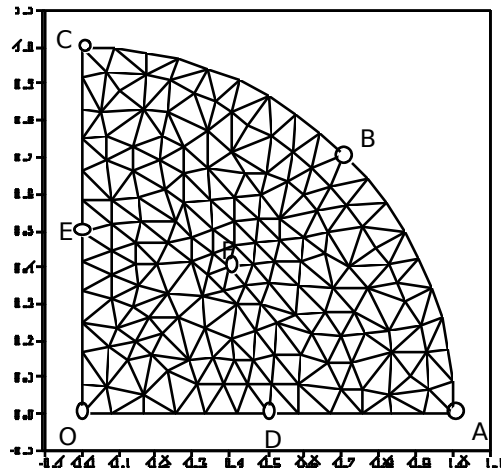
Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-170.6251	0.5
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9766	0.5
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9766	0.5
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-78.897	0.5

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	0.5
A	$M_{rr}$	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	0.5
B	$M_{rr}$	0.08125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	0.5
C	$M_{rr}$	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	0.5
D	$M_{rr}$	-0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	3.5
E	$M_{rr}$	-0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	3.5
F	$M_{rr}$	-0.02925	1.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.02925	1.0

## 6 Modélisation F

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.) DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment ]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0., DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)

Point O	mailles : M1 M2
Point A	mailles : M248 M255
Point B	mailles : M292 M293 M296
Point C	mailles : M74 M75
Point D	mailles : M76 M108 M109
Point E	mailles : M34 M40 M41
Point F	mailles : M122 M123 M124 M148 M152 M153

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170  
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.419	1.0
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	1.0
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	1.0
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-84.198	1.0

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	1.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	2.0
A	$M_{rr}$	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	23.0
B	$M_{rr}$	0.08125	2.5
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	2.5
C	$M_{rr}$	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	23.0
D	$M_{rr}$	-0.05156	1.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	5.0
E	$M_{rr}$	-0.02969	5.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	1.0
F	$M_{rr}$	-0.02925	1.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.02925	1.5

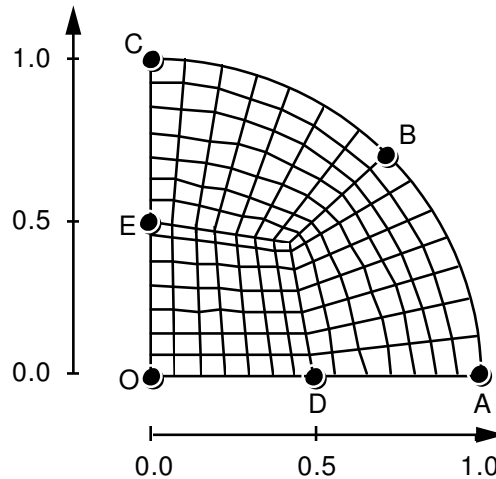
## 6.4 Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

## 7 Modélisation G

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DSQ (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :  
en tous les nœuds de l'arc ABC

```
DDL_IMPO
(GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

en tous les nœuds du segment ]OA[  
en tous les nœuds du segment ]OC[  
au nœud O

```
(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0.,
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

Point O	mailles : M1
Point A	mailles : M147
Point B	mailles : M98 M111
Point C	mailles : M14
Point D	mailles : M85 M99
Point E	mailles : M7 M8
Point F	mailles : M91 M92 M105

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169  
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.419	0.3
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.3
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.3
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-84.198	0.3

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	0.5
A	$M_{rr}$	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	11.0
B	$M_{rr}$	0.08125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	2.0
C	$M_{rr}$	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	10.0
D	$M_{rr}$	-0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	1.5
E	$M_{rr}$	-0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	1.5
F	$M_{rr}$	-0.02925	18.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.02925	18.0

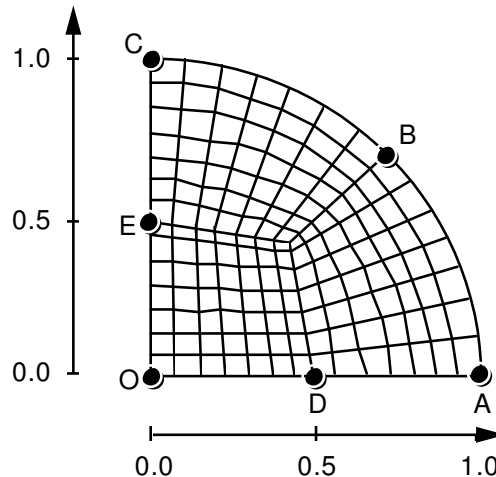
## 7.4 Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

## 8 Modélisation H

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque Q4G (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :  
en tous les nœuds de l'arc ABC

```
DDL_IMPO
(GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

en tous les nœuds du segment ]OA[  
en tous les nœuds du segment ]OC[  
au nœud O

```
(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0.,
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

Point O	mailles : M1
Point A	mailles : M147
Point B	mailles : M98 M111
Point C	mailles : M14
Point D	mailles : M85 M99
Point E	mailles : M7 M8
Point F	mailles : M91 M92 M105

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169

Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

## 8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.419	0.4
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.4
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.4
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-84.198	0.4

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	0.1
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	0.1
A	$M_{rr}$	0.125	11.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	11.0
B	$M_{rr}$	0.08125	11.0
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	11.0
C	$M_{rr}$	0.125	11.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	11.0
D	$M_{rr}$	-0.02969	0.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	1.5
E	$M_{rr}$	-0.02969	0.5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	1.5
F	$M_{rr}$	-0.02925	1.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.02925	1.0

## 8.4 Contenu du fichier résultats

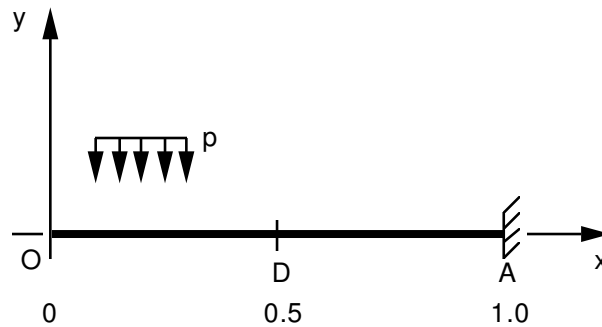
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.



## 9 Modélisation I

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque axisymétrique SEG3, en théorie de Love-Kirchhoff: on ne considère pas de modification de métrique, le coefficient  $A\_CIS$  vaut  $10^6$ .



Conditions limites :

```
DDL_IMPO=( _F  
(NOEUD= 'A', DX: 0.,DY: 0.,DRZ: 0.)  
(NOEUD= 'O', DRZ: 0.))
```

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
Nombre de mailles et types : 10 SEG3

## 9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-170.6251	0.6
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-95.9765	1.0
D rotation $\beta(r)$	'ANALYTIQUE'	255.940	0.6

Point	Maille	Composante	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
D	IJK	$K^{rr}$	'ANALYTIQUE'	170.625	66.
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5
	KLM	$K^{rr}$	'ANALYTIQUE'	170.625	60
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5

Point	Maille	Composante	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	STU	$M^{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.08125	0.5
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.08125	0.5
A	ABC	$M^{rr}$	'ANALYTIQUE'	0.125	15.0
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	15.0
D	IJK	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.05156	6.0
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.05156	6.0

### Remarques :

On constate les bons résultats obtenus, sauf sur  $K^{rr}$  et  $M^{rr}$ , qui font intervenir des dérivées d'ordre supérieur moins bien calculées par l'élément.

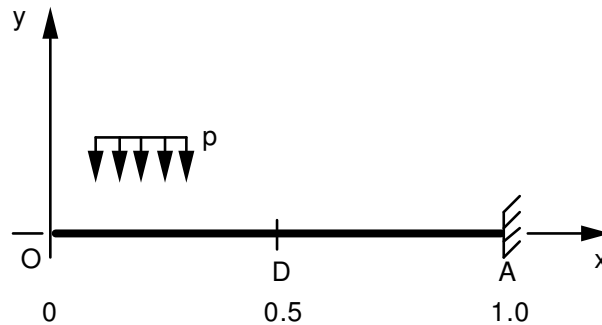
## 9.4 Contenu du fichier résultats

Déplacements, déformations et efforts généralisés et contraintes aux nœuds.

## 10 Modélisation J

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque axisymétrique SEG3, en théorie de Mindlin-Reissner: on ne considère pas de modification de métrique, le coefficient A\_CIS vaut 5/6 .



Conditions limites :

```
DDL_IMPO=( _F  
            (NOEUD= 'A',      DX= 0.,DY= 0.,DRZ= 0.)  
            (NOEUD= 'O',  
            DRZ= 0.))
```

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
Nombre de mailles et types : 10 SEG3

## 10.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.424	0.5
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.827	0.5
D rotation $\beta(r)$	'ANALYTIQUE'	255.940	0.5

Point	Maille	Composante	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
D	IJK	$K^{rr}$	'ANALYTIQUE'	170.625	5.
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5
	KLM	$K^{rr}$	'ANALYTIQUE'	170.625	5.
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5

Point	Maille	Composante	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	STU	$M^{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.08125	1.
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.08125	1.
A	ABC	$M^{rr}$	'ANALYTIQUE'	0.125	2.
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	2.
A	IJK	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.05156	0.5
	KLM	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.05156	0.7

### Remarques :

On constate les bons résultats obtenus, sauf sur  $K^{rr}$  et  $M^{rr}$ , qui font intervenir des dérivées d'ordre supérieur moins bien calculées par l'élément.

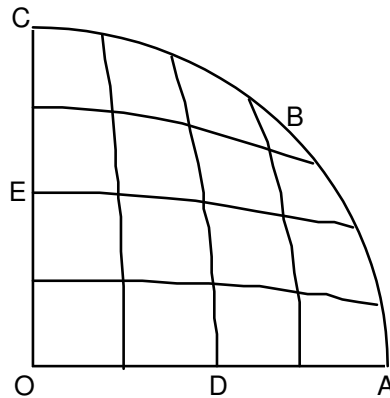
## 10.4 Contenu du fichier résultats

Déplacements, déformations et efforts généralisés et contraintes aux nœuds.

## 11 Modélisation K

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Elément de coque COQUE\_3D MEC3QU9H  
Nombre de couche : COQUE\_NCOU = 3



Conditions limites :

```

                                DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc (GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
ABC                          DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
segment ]OA]                 (GROUP_NO= 'OA',  DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
segment ]OC]                 (GROUP_NO= 'OC',  DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O                     (GROUP_NO= 'O',   DX= 0., DY= 0.,
                                DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
    
```

Noms des nœuds :

Point O	mailles : M1	Point A	mailles : M21
Point B	mailles : M25	Point C	mailles : M5
Point D	mailles : M11	Point E	mailles : M3

### 11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 96  
Nombre de mailles et types : 25 QUAD9

## 11.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence REISSNER	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.419	0.5
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.5
E flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.5

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M^{rr}$	-0.08125	2.9
	$M^{\theta\theta}$	-0.08125	2.9
A	$M^{rr}$	0.125	2.0
	$M^{\theta\theta}$	0.0375	2.0
C	$M^{rr}$	+0.125	1.0
	$M^{\theta\theta}$	+0.0375	5.0
D	$M^{rr}$	-0.02969	1.0
	$M^{\theta\theta}$	-0.05156	2.0
E	$M^{rr}$	-0.02969	1.0
	$M^{\theta\theta}$	-0.05156	2.0

## Remarques :

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure `POST_RELEVE` :

- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes  $M_{xx}$  et  $M_{yy}$  ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGA\_ELNO', et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$  et  $M_{rr}$ ,  $M_{\theta\theta}$  données page 3.

## Contenu du fichier résultats

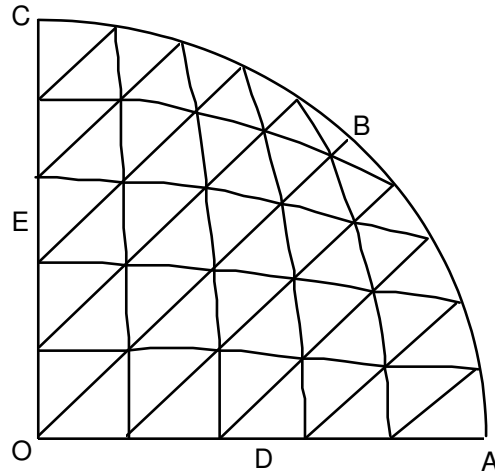
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

On teste également la continuité des champs `EPSI_ELGA` et `EPSI_ELNO` entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1.

## 12 Modélisation L

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE\_3D MEC3TR7H  
Nombre de couche : COQUE\_NCOU = 3



Conditions limites :

```

                                DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC (GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
                                DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
segment ]OA]                   (GROUP_NO= 'OA',  DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
segment ]OC]                   (GROUP_NO= 'OC',  DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O                       (GROUP_NO= 'O'   DX= 0., DY= 0.,
                                DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
    
```

Noms des nœuds :

Point O	mailles : M1 et M2	Point A	mailles : M41
Point B	mailles : M49 et M50	Point C	mailles : M10
Point D	mailles : M21	Point E	mailles : M6

### 12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121  
Nombre de mailles et types : 50 TRIA7

## 12.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence REISSNER	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.419	0.5
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.5
E flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	0.5

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M^{rr}$	-0.08125	2.9
	$M^{\theta\theta}$	-0.08125	2.9
A	$M^{rr}$	0.125	1.7
	$M^{\theta\theta}$	0.0375	0.3
C	$M^{rr}$	+0.125	2.0
	$M^{\theta\theta}$	+0.0375	2.0
D	$M^{rr}$	-0.02969	3.0
	$M^{\theta\theta}$	-0.05156	1.0
E	$M^{rr}$	-0.02969	3.0
	$M^{\theta\theta}$	-0.05156	1.0

## Remarques :

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure `POST_RELEVE` :

- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes  $M_{xx}$  et  $M_{yy}$  ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE\_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre  $M_{xx}$  ,  $M_{yy}$  et  $M_{rr}$  ,  $M_{\theta\theta}$  données page 3.

## Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

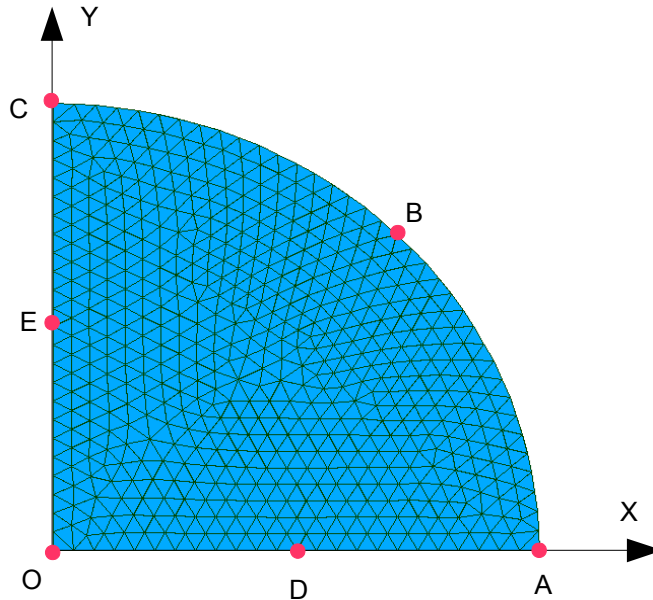
On teste également la continuité des champs `EPSI_ELGA` et `EPSI_ELNO` entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1.



## 13 Modélisation M

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque T3G (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :

en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.) DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)	DDL_IMPO
en tous les nœuds du segment ]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)	
en tous les nœuds du segment ]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)	
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0., DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)	

Point O	mailles : M31
Point A	mailles : M19
Point B	mailles : M10 M100 M54
Point C	mailles : M1
Point D	mailles : M71 M113 M25
Point E	mailles : M37 M123 M86

### 13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 561  
Nombre de mailles et types : 1036 TRIA3

## 13.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-178.419	0.5
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	1.0
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-101.82	1.0

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	$M_{rr}$	-0.08125	1.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.08125	1.0
A	$M_{rr}$	0.125	7.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	7.0
B	$M_{rr}$	0.08125	8.0
	$M_{\theta\theta}$	0.08125	8.0
C	$M_{rr}$	0.125	6.0
	$M_{\theta\theta}$	0.0375	6.5
D	$M_{rr}$	-0.02969	1.0
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	0.5
E	$M_{rr}$	-0.02969	0,5
	$M_{\theta\theta}$	-0.05156	1.

## 14 Synthèse des résultats

% des différences par rapport aux solutions de référence

Modé.	DKT		DKQ	DST	DSQ	Q4G
	A	B	E	F	G	H
Point	50 nœuds 76 TRIA3	170 nœuds 296 TRIA3	169 nœuds 147 QUAD4	170 nœuds 296 TRIA3	169 nœuds 147 QUAD4	169 nœuds 147 QUAD4
O $w(r)$	-0.76	+0.12	+0.22	+0.74	+0.19	-0.08
D $w(r)$	-0.23	+0.18	+0.23	+0.77	+0.19	-0.28
E $w(r)$	-0.25	+0.24	+0.23	+0.84	+0.19	-0.28
F $w(r)$	-0.32	+0.22	+0.20	+0.75	+0.14	-0.34

Modé.	Q4G
	M
Point	561 nœuds - 1036 TRIA3
O $w(r)$	+0.176
D $w(r)$	+0.225
E $w(r)$	+0.225
F $w(r)$	-

Modé.	COQU_AXIS		MEC3QU9H	MEC3TR7H
	I	J	K	L
Point	Love-Kirchhoff 21 nœuds 10 SEG3	Reissner	96 nœuds 25 QUAD9	121 nœuds 50 TRIA7
O $w(r)$	+0.51	0.03	-0.16	-0.13
D $w(r)$	+0.28	0.05	-0.029	-0.35
E $w(r)$	-	-	-0.029	-0.35
F $w(r)$	-	+0.22	-	-

Modé.	DKT		DKQ	DST	DSQ	Q4G
	A	B	E	F	G	H
Point	50 nœuds 76 TRIA3	170 nœuds 296 TRIA3	169 nœuds 147 QUAD4	170 nœuds 296 TRIA3	169 nœuds 147 QUAD4	169 nœuds 147 QUAD4
O $Sm/2$	-1.15	+0.19	+0.46	+1.04	-0.33	-0.07
A $Sm/2$	+0.81	+4.02	+0.49	+5.26	+3.79	-10.73
B $Sm/2$	+4.58	+2.64	+0.20	+2.02	+1.69	-10.95
C $Sm/2$	+0.75	+4.13	+0.45	+5.34	+3.64	-10.69
D $Sm/2$	+4.55	+1.99	+2.71	+2.07	+0.40	+0.74
E $Sm/2$	+4.55	+2.19	+2.71	+2.29	+0.40	+0.74
F $Sm/2$	+1.71	+2.05	-0.79	+1.19	+17.80	-0.94

Modé.	Q4G
	M
Point	561 nœuds - 1036 TRIA3
O $Sm/2$	+0.265
A $Sm/2$	+1.65
B $Sm/2$	+4.95
C $Sm/2$	+1.73
D $Sm/2$	+5.18
E $Sm/2$	+5.50
F $Sm/2$	+4.07

Modé.	COQU_AXIS		MEC3QU9H	MEC3TR7H
	I Love-Kirchhoff 21 nœuds 10 SEG3	J Reissner	K 96 nœuds 25 QUAD9	L 121 nœuds 50 TRIA7
O <i>Sm</i> / 2	+0.18	+0.62	2.67	2.89
A <i>Sm</i> / 2	+14.2	-1.01	-1.45	-1.33
B <i>Sm</i> / 2	-	-	-	-
C <i>Sm</i> / 2	-	-	-1.46	-1.32
D <i>Sm</i> / 2	+0.84	-0.85	1.08	-1.23
E <i>Sm</i> / 2	-	-	0.95	-1.23
F <i>Sm</i> / 2	-	-	-	-

**Remarque :**

Concernant les efforts, le calcul direct aux nœuds conduit à des écarts en plusieurs nœuds, notamment au point F en *DSQ* et sur le bord *ABC* en *Q4G*.