

SSLS10 – Tore sous pression interne uniforme

Résumé :

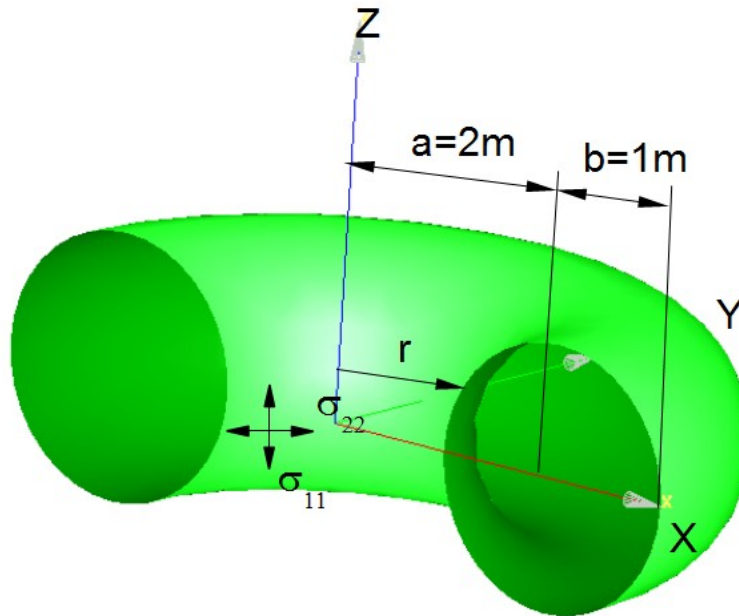
L'objectif de ce test est de valider le calcul des déplacements, et des contraintes dans tore soumis a une pression interne uniforme.

Modélisations :

- Modélisation *A* : DKT avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *B* : DST avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *C* : Q4G avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *D* : COQUE_3D avec des mailles QUAD9/TRIA7

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Epaisseur : $h=0,02\text{ m}$

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope :

- $E=2,1 \times 10^{11} \text{ Pa}$
- $\nu=0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions libres

Chargement :

- Pression interne : $p=10^4 \text{ Pa}$

1.4 Conditions initiales

Néant

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence est une solution numérique [1].

Si $a - b \leq r < a + b$

- Déplacement : $\delta_r = \frac{pb}{2Eh}(r - \nu(r + a))$

- Contraintes : $\sigma_{11} = \frac{pb}{2h} \times \frac{r+a}{r}$ $\sigma_{22} = \frac{pb}{2h}$

Ces formules ne sont applicables qu'aux tores minces, tels que $\frac{b}{h} > 10$ et de rayon de courbure tel que

$$r \times \pi < 100 \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{avec } I_x = \text{moment d'inertie et } A = \text{aire de la section géométrique du tore}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

- Déplacements

Point	$DX (m)$
$r = a - b$	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7}$
$r = a + b$	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6}$

- Contraintes

Point	Contraintes (Pa)
$\forall r$	$\sigma_{22} = 2,5 \times 10^5$
$r = a - b$	$\sigma_{11} = 7.5 \times 10^5$
$r = a + b$	$\sigma_{11} = 4.17 \times 10^5$

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

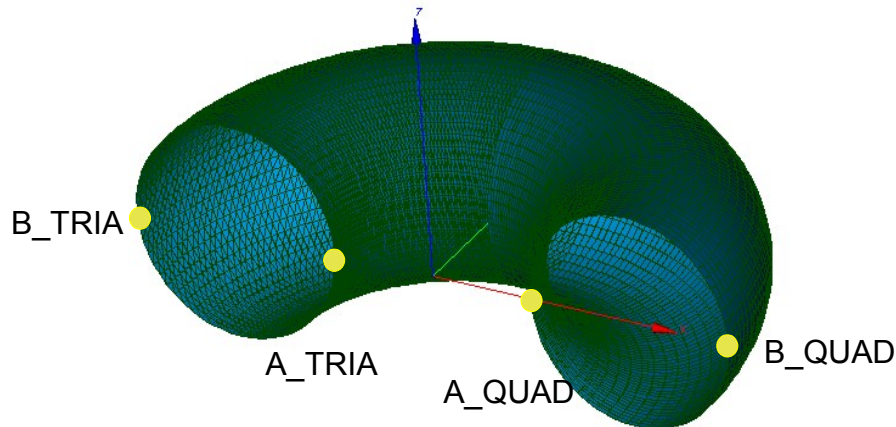
2.4 Références bibliographiques

- [1] Guide VPCS - Édition 1990.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT .



3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

3.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

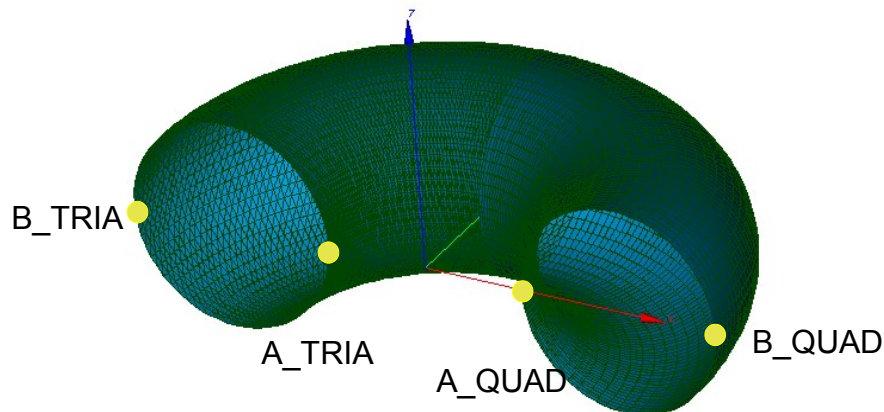
Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	$SIYY$	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST.



4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

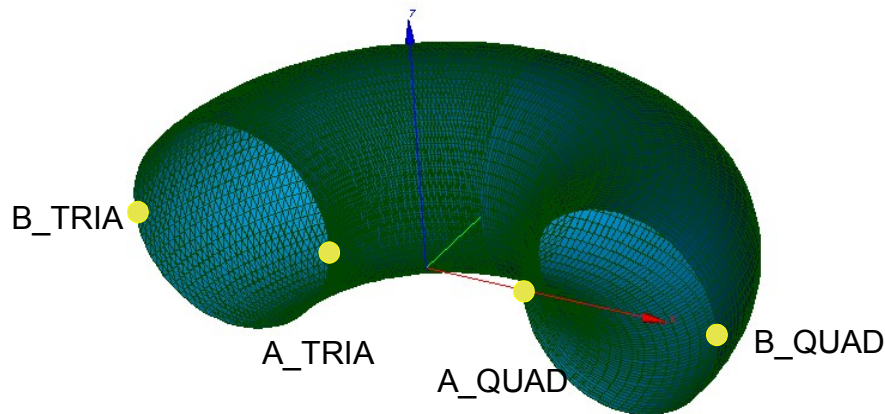
Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	$SIYY$	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G.



5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

5.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

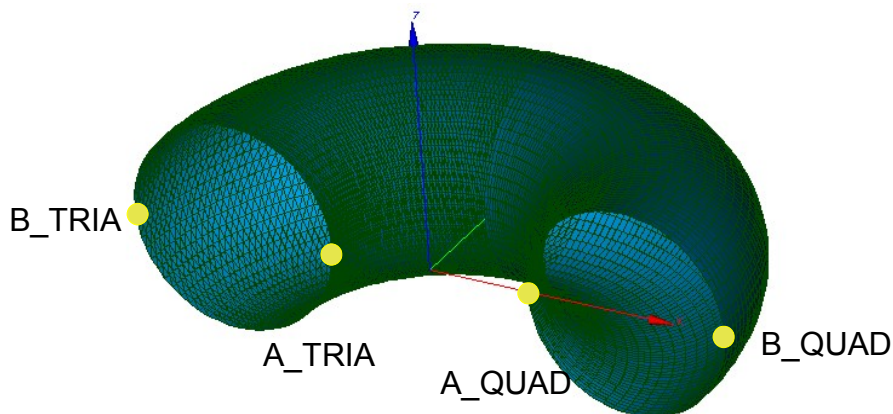
Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	$SIYY$	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation COQUE_3D.



6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 36120 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA7,
- 3600 mailles de type QUAD9.

6.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	0.1
A_TRIA		'ANALYTIQUE '	$7.5 \times 10^5 Pa$	16.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	0.1
B_TRIA		'ANALYTIQUE '	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.5

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	$SIYY$	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	0.5
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	46.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	0.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	5.0

7 Synthèse des résultats

Déplacements : quelque soit le type de maille utilisée (TRIA3, QUAD4) , les résultats obtenus pour les 4 modélisations (DKT, DST, Q4G et COQUE_3D) sont satisfaisants. Par rapport à la solution analytique, on observe un écart maximum de 5%.

Contraintes :

- Modélisations DKT, DST et Q4G : quelque soit le type de maille utilisée (TRIA3, QUAD4), les résultats obtenus sont correctes. Par rapport à la solution analytique, on observe un écart maximum de 12%. Ces modélisations utilisent des éléments à facette, en raffinant le maillage on devrait obtenir de meilleurs résultats.
- Modélisation COQUE_3D : la maille de type QUAD9 donne de très bons résultats, l'écart observé est de 0.1%. Par contre l'écart est important (46%) pour la maille de type TRIA7.