
SSLL118 – Poutre encastree soumise à des déplacements définis dans un repère local

Résumé :

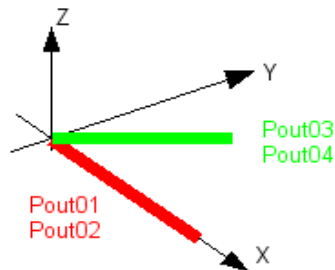
Ce cas test permet de valider l'option `DDL_POUTRE` de la commande `AFFE_CHAR_MECA`, qui permet d'imposer des déplacements définis dans un repère local lié à la poutre.

Les conditions sur les degrés de liberté $(dx, dy, dz, drx, dry, drz)$ exprimés dans le repère local sont traduites en conditions sur les degrés de liberté $(DX, DY, DZ, DRX, DRY, DRZ)$ exprimés dans le repère global.

Ce cas test permet notamment de valider le fait, qu'imposer un déplacement nul dans un repère local est correctement traduit dans le repère global.

1 Problèmes de référence

1.1 Géométrie



Il y a 4 poutres de longueur L modélisées avec des `POU_D_E`.

Pout01 , *Pout02* : elles sont suivant l'axe global X .

Pout03 , *Pout04* : leur axe est dans la direction $(1.0, 1.0, 0.0)$.

1.2 Propriétés du matériau

Caractéristiques du matériau

$$E = 2.0E11\text{Pa} \quad \nu = 0.30$$

1.3 Caractéristiques géométriques

Toutes les poutres ont la même section rectangulaire :

$$HY = 0.2 \quad HZ = 0.1$$

La longueur des poutres est de 2m .

1.4 Conditions aux limites et chargements

Toutes les poutres sont encastées à l'origine : nœuds $N1$, $N2$, $N3$, $N4$.

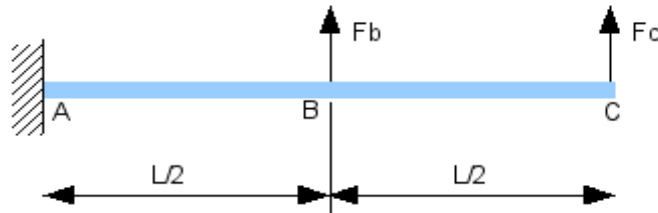
Un déplacement est imposé à l'autre extrémité : nœuds NA , NB , NC , ND .

Un effort peut être imposé au nœud milieu : nœuds IA , IB , IC , ID .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence utilise les résultats ci-dessous :



δ_c et δ_b représentent le déplacement aux points C et B .

$$EI \cdot \delta_c = \frac{F_c \cdot L}{3} + \frac{5 \cdot F_b \cdot L^3}{48} \quad [1]$$

$$EI \cdot \delta_b = \frac{5 \cdot F_c \cdot L^3}{47} + \frac{F_b \cdot L^3}{24} \quad [2]$$

$$\text{La réaction d'appui } F_a = -F_c - F_b \quad [3]$$

Les conditions aux limites qui sont utilisées lors de la validation sont : un déplacement en C : δ_c et un éventuel effort en B : F_b . La résolution des équations [1], [2], [3] donnent les expressions suivantes :

$$\delta_b = \frac{7 \cdot F_b \cdot L^3}{768 \cdot EI} + \frac{5 \cdot \delta_c}{16}$$

$$F_c = \frac{3 \cdot \delta_c \cdot EI}{L^3} - \frac{5 \cdot F_b}{16}$$

$$F_a = -\frac{3 \cdot \delta_c \cdot EI}{L^3} - \frac{11 \cdot F_b}{16}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les calculs réalisés sur les 4 poutres diffèrent soit par des conditions aux limites imposées à leurs nœuds B et C , soit par une définition différente du repère local. Les conditions aux limites imposées en déplacement ou en effort permettent de déterminer les solutions théoriques des différents cas envisagés.

Caractéristiques de la poutre :

$$3 \cdot EI_y = 10E+07 \text{ N.m}^2 \quad 3 \cdot EI_z = 4.0E+07 \text{ N.m}^2$$

Nom de la poutre : *Pout01*

Données :

$$\text{VECT_Y} : (-0.0 \ 1.0 \ 0.0)$$

$$\delta_y \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 2.0E-03 \text{ m}$$

$$\delta_z \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 1.0E-03 \text{ m}$$

Résultats théoriques :

$$FY \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3 \cdot \delta_y \cdot EI_z}{L^3}$$

$$FZ \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3 \cdot \delta z \cdot EIy}{L^3}$$

Nom de la poutre : *Pout02*

Données :

$$\text{VECT_Y} : (-0.0 \ 0.0 \ 1.0)$$

$$\delta y \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 2.0E-03 \text{ m}$$

$$\delta z \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 1.0E-03 \text{ m}$$

Résultats théoriques :

$$FY \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{3 \cdot \delta z \cdot EIz}{L^3}$$

$$FZ \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3 \cdot \delta y \cdot EIy}{L^3}$$

Nom de la poutre : *Pout03*

Données :

$$\text{VECT_Y} : (-1.0 \ 1.0 \ 0.0)$$

$$\delta y \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 2.0E-03 \text{ m}$$

$$\delta z \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 1.0E-03 \text{ m}$$

Résultats théoriques :

$$FX \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3\sqrt{2} \cdot \delta y \cdot EIz}{2 \cdot L^3}$$

$$FY \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{3\sqrt{2} \cdot \delta y \cdot EIz}{2 \cdot L^3}$$

$$FZ \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3 \cdot \delta z \cdot EIy}{L^3}$$

Nom de la poutre : *Pout04*

Données :

$$\text{VECT_Y} : (-1.0 \ 1.0 \ 0.0)$$

$$\delta y \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 2.0E-03 \text{ m}$$

$$\delta z \text{ en } C \text{ (dans le repère local)} : 0$$

$$FZ \text{ en } B \text{ (dans le repère global)} : 1000.0$$

Résultats théoriques :

$$FX \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3\sqrt{2} \cdot \delta y \cdot EIz}{2 \cdot L^3}$$

$$FY \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-3\sqrt{2} \cdot \delta y \cdot EIz}{2 \cdot L^3}$$

$$FZ \text{ en } A \text{ (dans le repère global)} : \frac{-11 \cdot Fb}{16}$$

$$DZ \text{ en } B \text{ (dans le repère global)} : \frac{7 \cdot Fb \cdot L^3}{768 \cdot EI}$$

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage et de la modélisation

Nombre de nœuds : 12
Nombre de SEG2 : 8
Nombre de groupe de mailles : 4

Les poutres sont modélisées avec des POU_D_E.

3.2 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont les réactions à l'encastrement et le déplacement du nœud *ID*.

| Poutre | Type du champ | Composante | Nœud | Valeurs de Référence | Erreur Relative |
|---------------|---------------|------------|-----------|----------------------|-----------------|
| <i>Pout01</i> | FORC_NODA | DY | <i>N1</i> | -10000.0 | 0.0 % |
| | | DZ | <i>N1</i> | -1250.0 | 0.0 % |
| <i>Pout02</i> | FORC_NODA | DY | <i>N2</i> | 5000.0 | 0.0 % |
| | | DZ | <i>N2</i> | -2500.0 | 0.0 % |
| <i>Pout03</i> | FORC_NODA | DX | <i>N3</i> | 7071.0678 | 1.34E-05 % |
| | | DY | <i>N3</i> | -7071.0678 | 1.34E-05 % |
| | | DZ | <i>N3</i> | -1250.0 | 1.32E-05 % |
| <i>Pout04</i> | FORC_NODA | DX | <i>N4</i> | 7071.0678 | 1.34E-05 % |
| | | DY | <i>N4</i> | -7071.0678 | 1.34E-05 % |
| | | DZ | <i>N4</i> | -687.5 | 5.79E-06 % |
| | DEPL | DZ | <i>ID</i> | 2.1875E-05 | -1.93E-05 % |

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques du maillage et de la modélisation

Nombre de nœuds : 16
 Nombre de SEG2 : 12
 Nombre de groupe de mailles : 6

Les poutres sont modélisées avec des POU_D_E.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont les réactions à l'encastrement et le déplacement du nœud *ID*.

| Poutre | Type du champ | Composante | Nœud | Type de Référence | Valeurs de Référence | Tolérance |
|---------------|---------------|------------|-----------|-------------------|----------------------|-----------|
| <i>Pout01</i> | FORC_NODA | DY | <i>N1</i> | 'ANALYTIQUE' | -10000.0 | 0,1 % |
| | | DZ | <i>N1</i> | 'ANALYTIQUE' | -1250.0 | 0,1 % |
| <i>Pout02</i> | FORC_NODA | DY | <i>N2</i> | 'ANALYTIQUE' | 5000.0 | 0,1 % |
| | | DZ | <i>N2</i> | 'ANALYTIQUE' | -2500.0 | 0,1 % |
| <i>Pout03</i> | FORC_NODA | DX | <i>N3</i> | 'ANALYTIQUE' | 7071.0678 | 0,1 % |
| | | DY | <i>N3</i> | 'ANALYTIQUE' | -7071.0678 | 0,1 % |
| | | DZ | <i>N3</i> | 'ANALYTIQUE' | 1250.0 | 0,1 % |
| <i>Pout04</i> | FORC_NODA | DX | <i>N4</i> | 'ANALYTIQUE' | 7071.0678 | 0,1 % |
| | | DY | <i>N4</i> | 'ANALYTIQUE' | -7071.0678 | 0,1 % |
| | | DZ | <i>N4</i> | 'ANALYTIQUE' | -687.5 | 0,1 % |
| | DEPL | DZ | <i>ID</i> | 'ANALYTIQUE' | 2.1875E-05 | 0,1 % |

4.3 Remarques

Cette modélisation permet de valider DDL_POUTRE de la commande AFFE_CHAR_MECA avec le mot-clé MAILLE/GROUP_MA, les poutres *Pout01*, *Pout02*, *Pout03*, *Pout04* ont été allongées de 1m.

Le lieu d'application des conditions aux limites et des chargements n'a pas changé.

5 Synthèse des résultats

Ce cas test permet de valider l'utilisation de `DDL_POUTRE` de la commande `AFFE_CHAR_MECA`. On valide notamment le fait qu'imposer un déplacement nul dans un repère local est bien traduit dans le repère global.