

## SSLL112 - Voûte circulaire sous pression uniforme

---

### Résumé :

Ce test permet de vérifier les efforts internes des éléments `POU_D_T` pour la modélisation d'une voûte circulaire.

Il permet notamment de se rendre compte du raffinement nécessaire pour obtenir des résultats corrects sur les composantes `VY` et `VZ` du champ d'effort.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

#### 1.1.1 Voûte circulaire

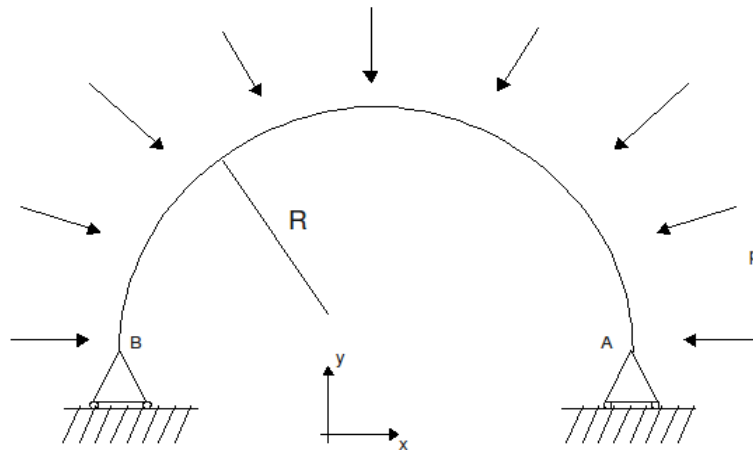


Figure 1.1.1-a : Voûte circulaire.

Rayon :  $R=1\text{ m}$

### 1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young :  $E=2.10^{11}\text{ Pa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu=0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargement

Condition aux limites :

$DX = DY = DZ = DRX = 0$  sur le point A

$DY = DZ = 0$  sur le point B

Chargement : Force répartie

$p=100\text{ N/m}$  sur AB

## 2 Solutions de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence

La poutre de la figure [Figure 1.1.1-a] vérifie les équations d'équilibre (problème plan).

$$V_y = \frac{dN}{d\theta}, \quad N + \frac{dV_y}{d\theta} = -pR, \quad \frac{dM}{d\theta} + RV_y = 0$$

(  $p$  : chargement réparti constant normal en tout point de la poutre).

$N(\theta)$ ,  $V_y(\theta)$ ,  $M_z(\theta)$  désignent les efforts (normal, tranchant et moment de flexion) en un point de la voûte exprimés dans le repère local.

Leur intégration avec les conditions limites :

$$V_y(0) = 0, \quad M_z(0) = 0$$

donnent :

$$V_y(\theta) = 0, \quad M(\theta) = 0, \quad N(\theta) = -pR$$

### 2.2 Résultats de référence

Efforts intérieurs pour  $\theta = 0^\circ, 6^\circ, 42^\circ$  et  $60^\circ$ .

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 2.4 Références bibliographiques

- [1] Rapport n° 2314/A de l'Institut Aérotechnique « Proposition et réalisation de nouveaux cas tests manquant à la validation des poutres ASTER »

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est composé de 450 éléments poutre droits de Timoshenko.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Il est constitué de 450 éléments POU\_D\_T.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Type d'effort	Référence	Précision (%)
$V_y(0^\circ)$	0.0000	0,4 (absolue)
$V_y(6^\circ)$	0.0000	0,01 (absolue)
$N(60^\circ)$	-1.000E+02	0.100 (relative)
$MFZ(42^\circ)$	0.0000	0,01 (absolue)

### 3.4 Variation du raffinement du maillage

Initialement, le maillage de ce test comportait 30 mailles modélisée en POU\_C\_T. Avec ce raffinement les résultats avec les éléments POU\_D\_T sont très bons sauf pour  $V_y(0^\circ)$  :

Type d'effort	Référence	Ecart (%)
$V_y(0^\circ)$	0.0000	5,23 (absolue)
$V_y(6^\circ)$	0.0000	1E-11 (absolue)
$N(60^\circ)$	-1.000E+02	1,3E-3 (relative)
$MFZ(42^\circ)$	0.0000	1E-12 (absolue)

Avec 450 mailles, on obtient seulement un écart de 0,34 sur  $V_y(0^\circ)$ .

## 4 Synthèse des résultats

---

L'effort normal dans la voûte (seul effort non nul) est calculé avec une bonne précision ( 0,1% ) pour la modélisation adoptée. On remarque cependant que la valeur de  $V_y(0^\circ)$  reste écartée de la référence malgré le raffinement important.