

## SDLX02 - Tuyauterie : Problème de Hovgaard. Analyse spectrale

---

### Résumé :

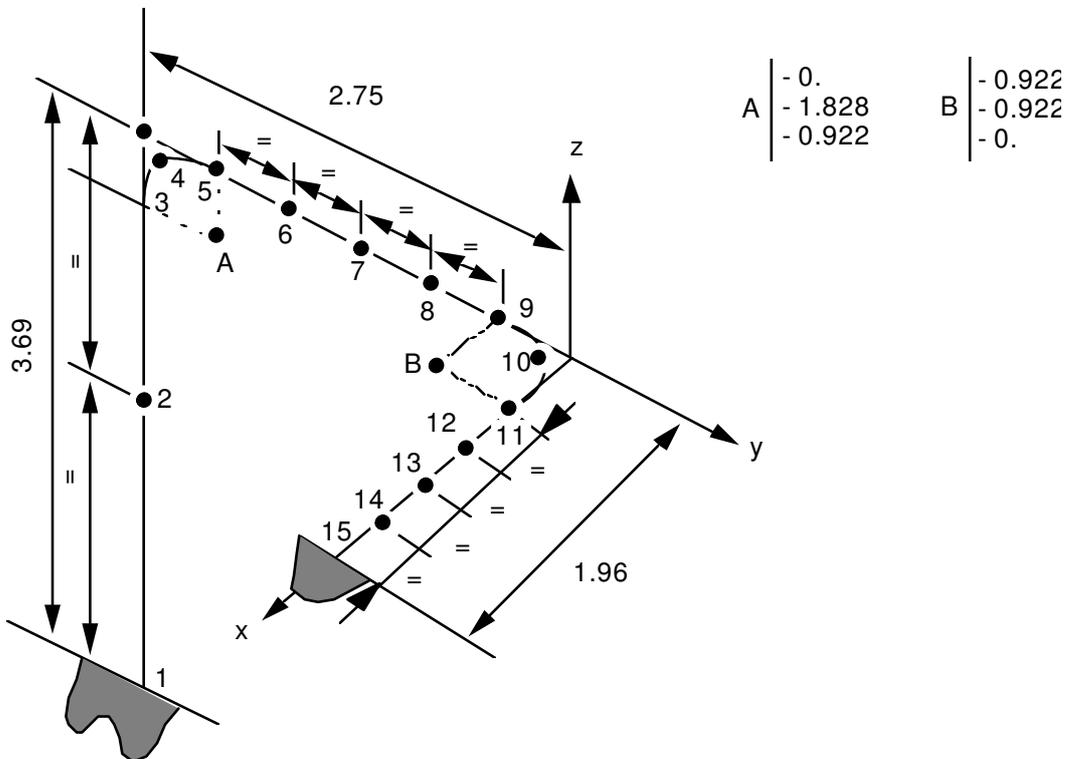
Le problème tridimensionnel consiste *primo*, à chercher les modes de vibration d'une structure mécanique composée d'une poutre courbe encastrée-encastrée (problème de Hovgaard), *secundo*, d'analyser la réponse de cette structure soumise à un spectre d'accélération. Ce test de mécanique des structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéique (structure assemblée) ayant un comportement linéaire. Il comprend trois modélisations.

Par l'intermédiaire de ce problème, on teste l'élément de poutre de Timoshenko (poutre droite) en flexion, le calcul des modes propres par la méthode de Lanczos, le calcul des modes statiques et le calcul d'une réponse spectrale d'une structure soumise à un spectre d'accélération (on teste aussi l'interpolation de spectre).

Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats de référence (compilation de résultats obtenus par d'autres progiciels).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



- diamètre extérieur du tuyau : 0.185 m
- épaisseur du tuyau : 6.12 m
- rayon de courbure des coudes : 0.922 m

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 1.658 E + 11 Pa \quad \nu = 0.3 \quad \rho = 13404.106 kg / m^3 \text{ (tuyau plein d'eau)}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Points 1 et 15 encastrés ( $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$ ).

Chargement : sans objet pour l'analyse modale.

Pour l'analyse spectrale : définition d'un spectre d'accélération aux appuis pour un amortissement de 2% .

| Fréquence ( Hz )                     | 1   | 10 | 30 | 100 | 10000 |
|--------------------------------------|-----|----|----|-----|-------|
| Accélération ( g )<br>suivant x et y | 0.2 | 2. | 2. | 0.2 | 0.2   |
| Accélération ( g )<br>suivant z      | 0.1 | 1. | 1. | 0.1 | 0.1   |

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Moyennes de codes : Poux, ADL, TITUS-T.

Guide de validation des Progiciels de calcul de structures - AFNOR - 1990 (pour le calcul modal). Les valeurs fournies dans la fiche sont sous estimées et ont été corrigées par la suite en 1992. Cependant, elles ont été conservées pour les calculs avec matrice de masse diagonale.

### 2.2 Résultats de référence

Calcul modal : 9 premières fréquences propres.  
déplacement des nœuds  $N3$   $N5$  et  $N7$ ,  $N9$ ,  $N11$  .  
Réponse spectrale : Réaction d'appuis aux nœuds  $N1$ ,  $N15$  .  
Efforts généralisés des nœuds  $N3$ ,  $N7$ ,  $N11$  .

### 2.3 Incertitude sur la solution

De l'ordre de 1% sur les 5 premiers modes.

Entre 1 et 2,5% pour les modes 6 à 9.

### 2.4 Références bibliographiques

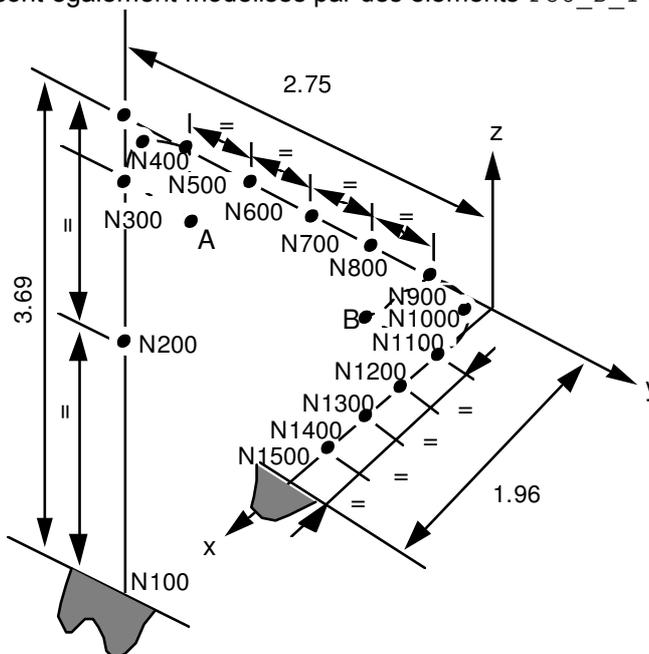
- 1) Guide VPCS AFNOR Technique - 1990
- 2) W. HOVGAARD "Stress in three dimensionnel pipe bens", Trans of ASME vol. 57, FSP 75-12 P 401-416.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les éléments droits sont modélisés par des éléments POU\_D\_T.

Les éléments courbes sont également modélisés par des éléments POU\_D\_T (20 éléments par coude).



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 51      Nombre de mailles et types : 50 POU\_D\_T (10 pour les parties droites)

### 3.3 Remarques

Les modes sont normés de la façon suivante : plus grande composante (degré de liberté de translation ou rotation) à un.

La réponse globale s'obtient par combinaison quadratique des directions des excitations.

### 3.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquences de la structure (matrice de masse complète).

| Fréquences propres | Référence |
|--------------------|-----------|
| Mode 1             | 10.39     |
| 2                  | 20.02     |
| 3                  | 25.45     |
| 4                  | 48.32     |
| 5                  | 52.60     |
| 6                  | 84.81     |
| 7                  | 87.16     |
| 8                  | 129.31    |
| 9                  | 131.69    |

Fréquences de la structure (matrice de masse diagonale).

| Fréquences propres | Référence |
|--------------------|-----------|
| 1                  | 10.18     |
| 2                  | 19.54     |
| 3                  | 25.47     |
| 4                  | 48.09     |
| 5                  | 52.86     |
| 6                  | 75.94     |
| 7                  | 80.11     |
| 8                  | 122.34    |
| 9                  | 123.15    |

Réponse spectrale : on ne tient pas compte de la correction des fréquences dues à l'amortissement (option CORR\_FREQ à non dans l'opérateur COMB\_SISM\_MODAL)

Déplacement

| Identification |        |    | Référence              |
|----------------|--------|----|------------------------|
| DEPL           | N 300  | DX | 4.847 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DY | 2.192 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DZ | 2.735 10 <sup>-6</sup> |
|                | N 500  | DX | 4.808 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DY | 2.914 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DZ | 6.507 10 <sup>-4</sup> |
|                | N 700  | DX | 3.588 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DY | 2.914 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DZ | 8.599 10 <sup>-4</sup> |
|                | N 900  | DX | 2.342 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DY | 2.913 10 <sup>-3</sup> |
|                |        | DZ | 1.027 10 <sup>-3</sup> |
|                | N 1100 | DX | 3.009 10 <sup>-6</sup> |
|                |        | DY | 9.375 10 <sup>-4</sup> |
|                |        | DZ | 3.364 10 <sup>-4</sup> |

Réaction nodale

| Identification |        |     | Référence |
|----------------|--------|-----|-----------|
| REAC           | N 100  | DX  | 2132.0    |
|                |        | DY  | 1241.0    |
|                |        | DZ  | 564.6     |
|                |        | DRX | 2352.0    |
|                |        | DRY | 4746.0    |
|                |        | DRZ | 937.3     |
|                | N 1500 | DX  | 1653.0    |
|                |        | DY  | 3354.0    |
|                |        | DZ  | 893.7     |
|                |        | DRX | 170.8     |
|                |        | DRY | 1668.0    |
|                |        | DRZ | 4903.0    |

Efforts généralisés

| Identification |       | Référence |        |
|----------------|-------|-----------|--------|
| EFGE           | N 300 | N         | 559.9  |
|                |       | VY        | 430.8  |
|                |       | VZ        | 914.9  |
|                |       | MT        | 932.5  |
|                |       | MFY       | 587.3  |
| N700           |       | MFZ       | 620.4  |
|                |       | N         | 162.5  |
|                |       | VY        | 1367.0 |
|                |       | VZ        | 225.4  |
|                |       | MT        | 170.6  |
|                |       | MFY       | 924.7  |
|                | MFZ   | 2150.0    |        |

Réponse spectrale : on tient compte de la correction des fréquences dues à l'amortissement (option CORR\_FREQ à oui dans l'opérateur COMB\_SISM\_MODAL)

Déplacement et Réaction nodale

| Identification |     | Type de référence | Référence              | Tolérance |
|----------------|-----|-------------------|------------------------|-----------|
| DEPL           | N3  | DX                | 4.847 10 <sup>-3</sup> | 7,3E-3    |
|                |     | DY                | 2.192 10 <sup>-3</sup> | 3,5E-3    |
|                | N7  | DX                | 3.588 10               | 4,4E-3    |
|                |     | DY                | 2.914 10 <sup>-3</sup> | 3,5E-3    |
|                |     | DRY               | 1.436 10               | 1,0E-2    |
| REAC_NODA      | N1  | DX                | 2132.                  | 8,0E-3    |
|                |     | DY                | 1241.                  | 1,0E-2    |
|                |     | DZ                | 564.6                  | 3,5E-2    |
|                | N15 | DRX               | 170.8                  | 2,5E-2    |
|                |     | DRY               | 1668                   | 1,5E-2    |
|                |     | DRZ               | 4903.0                 | 8,1E-3    |

On teste ensuite la commande COMB\_SISM\_MODAL en multi-appuis avec excitation tridimensionnel en dupliquant le précédent calcul mono-appui. Il s'agit de tests informatiques.

Le premier calcul valide la combinaison suivante :

- MULTI\_APPUI='CORRELE' + EXCIT/TRI\_SPEC

Les mêmes excitations sont imposées aux deux appuis afin de coller au calcul mono-appui.

Déplacement et Réaction nodale

| Identification |     | Type de référence | Référence              | Tolérance |
|----------------|-----|-------------------|------------------------|-----------|
| DEPL           | N3  | DX                | 4.847 10 <sup>-3</sup> | 7,5 E-3   |
|                |     | DY                | 2.192 10 <sup>-3</sup> | 4,1 E-3   |
|                | N7  | DX                | 3.588 10               | 4,8E-3    |
|                |     | DY                | 2.914 10 <sup>-3</sup> | 3,7 E-3   |
|                |     | DRY               | 1.436 10               | 1,1E-2    |
| REAC_NODA      | N1  | DX                | 2132.                  | 2,0E-3    |
|                |     | DY                | 1241.                  | 2,0E-3    |
|                |     | DZ                | 564.6                  | 3,0 E-2   |
|                | N15 | DRX               | 170.8                  | 3,1 E-2   |
|                |     | DRY               | 1668                   | 5,0 E-2   |
|                |     | DRZ               | 4903.0                 | 8,6E-3    |

Enfin, on valide la combinaison suivante :

- MULTI\_APPUI='DECORRELE' + EXCIT/TRI\_SPEC

On précise que mettre la même excitation aux différents appuis n'est pas une bonne pratique du multi-appui décorrélé, mais le but du présent test est uniquement de vérifier que les choses fonctionnent informatiquement. Il s'agit d'un test de non-régression.

Déplacement et Réaction nodale

| Identification      | Type de référence | Référence      | Tolérance |
|---------------------|-------------------|----------------|-----------|
| DEPL <i>N3</i>      | DX                | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DY                | NON_REGRESSION | -         |
| <i>N7</i>           | DX                | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DY                | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DRY               | NON_REGRESSION | -         |
| REAC_NODA <i>N1</i> | DX                | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DY                | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DZ                | NON_REGRESSION | -         |
| <i>N15</i>          | DRX               | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DRY               | NON_REGRESSION | -         |
|                     | DRZ               | NON_REGRESSION | -         |

## 3.5 Remarques

Valeurs du spectre (interpolation).

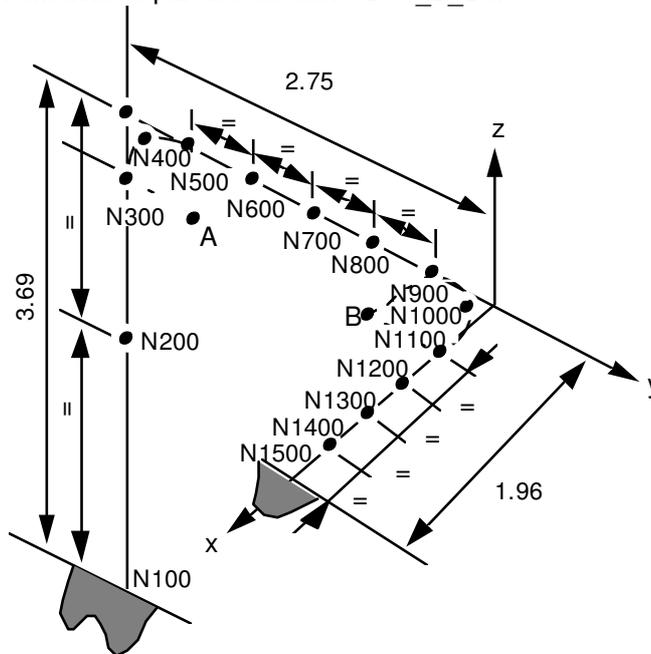
| Mode                                      | 1, 2, 3 | 4       | 5       | 6       | 7       | 8, 9   |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| Accélération suivant <i>x</i> et <i>y</i> | 19.620  | 8.06148 | 6.72586 | 3.38994 | 3.04168 | 1.9620 |
| Accélération suivant <i>z</i>             | 9.810   | 4.03074 | 3.36293 | 1.69497 | 1.52084 | 0.9810 |

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Les éléments courbes sont modélisés par des éléments POU\_D\_T (20 éléments par coude).

Les éléments droits sont modélisés par des éléments POU\_D\_TG.



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 51      Nombre de mailles et types : 10 POU\_D\_TG  
40 POU\_D\_T

### 4.3 Remarques

Les modes sont normés de la façon suivante : plus grande composante (degré de liberté de translation ou rotation) à 1.

### 4.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquences de la structure (matrice de masse complète).

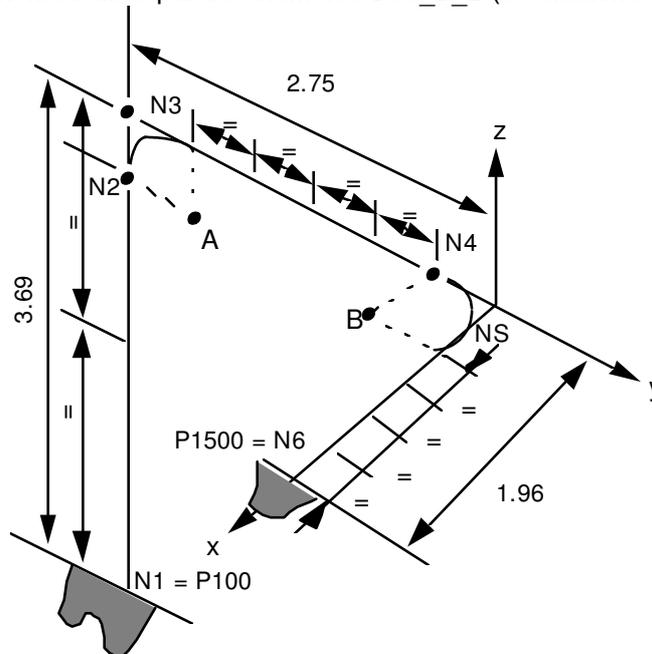
| Fréquence propres | Référence |
|-------------------|-----------|
| Mode 1            | 10.39     |
| 2                 | 20.02     |
| 3                 | 25.45     |
| 4                 | 48.32     |
| 5                 | 52.60     |
| 6                 | 84.81     |
| 7                 | 87.16     |
| 8                 | 129.31    |
| 9                 | 131.69    |

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Les éléments courbes sont modélisés par des éléments POU\_D\_T (10 éléments par coude).

Les éléments droits sont modélisés par des éléments POU\_D\_E (10 éléments par poutre droite).



### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 51      Nombre de mailles et types : 30 POU\_D\_E  
 20 POU\_C\_T

### 5.3 Remarques

Les modes sont normés de la façon suivante : plus grande composante (degré de liberté de translation ou rotation) à 1 .

### 5.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquences de la structure (matrice de masse complète).

| Fréquence propres | Référence |
|-------------------|-----------|
| Mode 1            | 10.39     |
| 2                 | 20.02     |
| 3                 | 25.45     |
| 4                 | 48.32     |
| 5                 | 52.60     |
| 6                 | 84.81     |
| 7                 | 87.16     |
| 8                 | 129.31    |

Fréquences de la structure (matrice de masse diagonale).

| Référence |
|-----------|
| 10.39     |
| 20.02     |
| 25.45     |
| 48.32     |
| 52.60     |
| 84.81     |
| 87.16     |
| 129.31    |

## 6 Synthèse des résultats et remarques générales

---

### **Calcul modal :**

Les résultats sont conformes à la fiche de validation.

En raffinant le maillage (modélisation C) on obtient des résultats corrects.

### **Réponse spectrale :**

Les résultats sont plutôt conformes aux résultats de référence, l'erreur est de l'ordre du centième dans la plupart des tests.