

## SDLS502 - Plaque carrée « solide » simplement supportée

---

### Résumé :

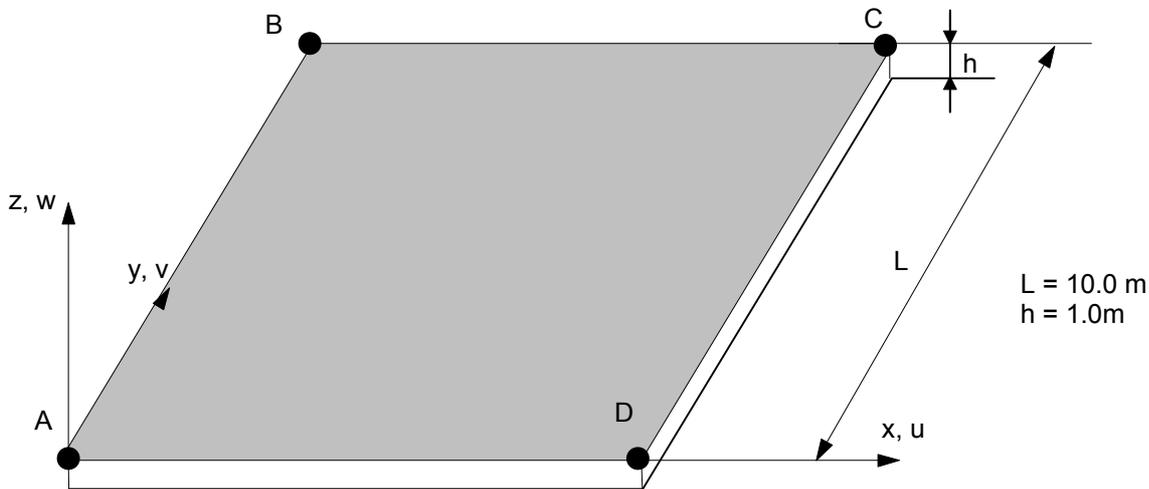
Ce test représente un calcul en analyse modale dynamique d'une plaque carrée épaisse simplement supportée. Ce test permet de valider :

- les modélisations éléments finis DST, DKT, COQUE\_3D avec des mailles QUAD4 et TRIA3, QUAD8 et TRIA6, et 3D avec des mailles HEXA20,
- la prise en compte de la rigidité en cisaillement transverse.

Les fréquences et les modes obtenus sont comparés à une solution de référence, proposée par NAFEMS, obtenue avec un calcul éléments finis de type volumique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E = 2.10^{11}$  Pa Module d'Young  
 $\nu = 0.3$  Coefficient de poisson  
 $\rho = 8000. kg/m^3$  Masse volumique

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Plaque simplement supportée sur son contour.

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet

## 2 Solution de référence

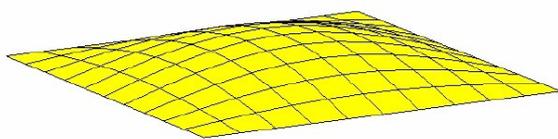
### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

la solution de référence proposée par NAFEMS [bib1] a été obtenue à partir un calcul éléments finis 3D avec des éléments briques à 20 nœuds et avec un maillage  $4 \times 4$  (plan  $xy$ ) et 1 élément suivant l'épaisseur.

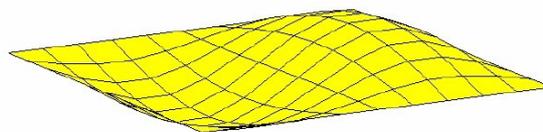
### 2.2 Résultats de référence

7 premières fréquences non nulles et les modes propres associés, les trois premiers modes sont ceux de corps rigides :

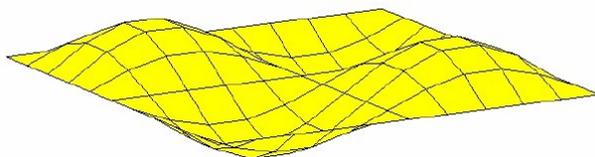
- Fréquence (mode 4 hors plan) : 44.762 *hz*
- Fréquence (modes 5 & 6 hors plan) : 110.52 *hz*
- Fréquence (mode 7 hors plan) : 169.08 *hz*
- Fréquence (Mode 8 dans le plan) : 193.93 *hz*
- Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan) : 206.64 *hz*



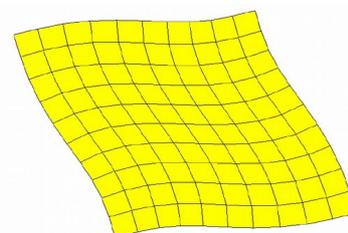
mode 4 hors plan



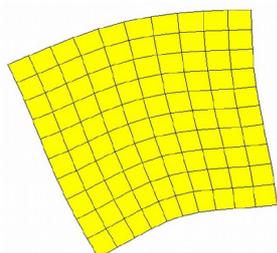
mode 5&6 hors plan



mode 7 hors plan



mode 8 dans le plan



mode 9&10 dans le plan

### 2.3 Incertitudes sur la solution

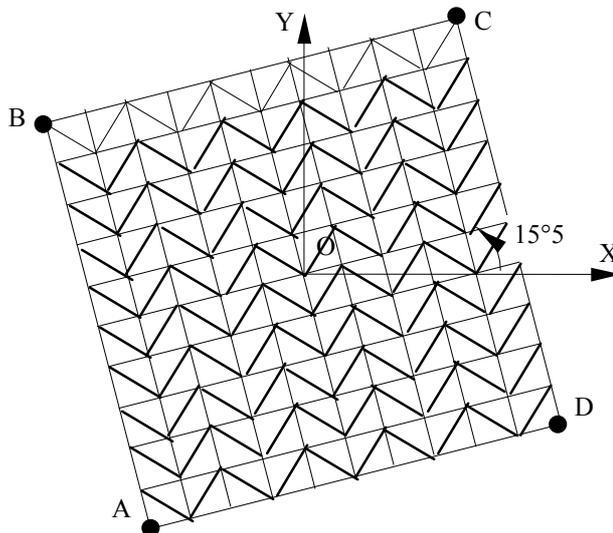
< 2% pour un maillage identique à celui du [§2.1], c'est-à-dire avec peu d'éléments.

### 2.4 Références bibliographiques

1. NAFEMS : The standard NAFEMS Benchmarks, TNSB, Rev. 3, 5 octobre 1990.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (TRIA3)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w = 0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	44.989	0.507
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	107.608 107.880	-2.634 -2.388
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	165.454	-2.144
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	196.089	1.114
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	211.658 212.000	2.428 2.594

## 3.4 Remarques

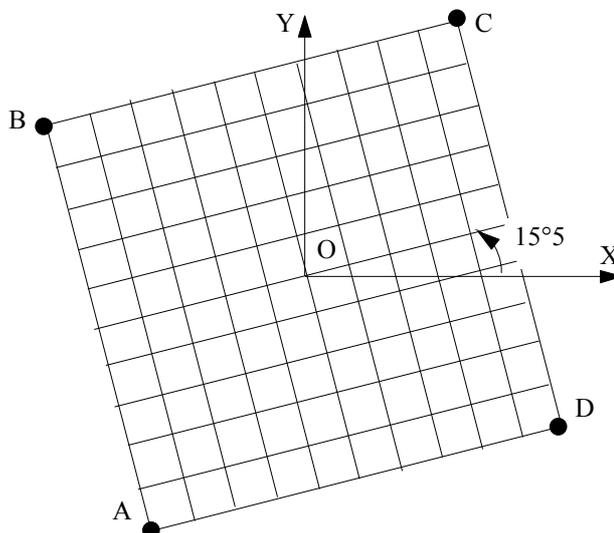
- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ces modes sont les modes 6 et 7 de *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	44,98
2	107.61
3	107.88
4	165.45
5	196.09
6	202.80
7	203.54
8	211.66
9	212.00
10	222.53
11	254.74
12	255.62
13	264.73
14	289.85

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan  $Z=2.3$
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	44.64	-0.273
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	108.04 108.26	-2.247 -2.041
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	162.86	-3.681
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	195.70	0.912
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	208.89 208.89	1.088

## 4.4 Remarques

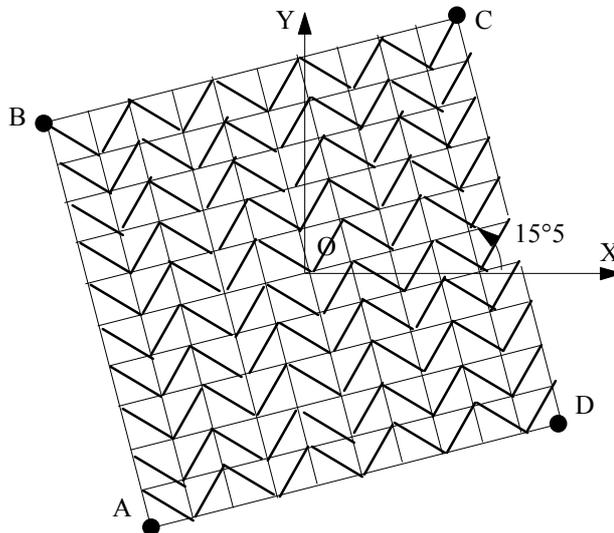
- Dans Code\_Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par Code\_Aster.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ces modes sont les modes 6 et 7 de Code\_Aster.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence ( Hz )
1	44.64
2	108.04
3	108.26
4	162.86
5	195.70
6	203.97
7	206.08
8	208.89
9	208.89
10	220.92
11	248.12
12	250.10
13	252.49
14	289.79

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA6)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w = 0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	47.358	5.799
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	118.029 118.059	6.795 6.822
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	187.504	10.897
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	196.089	1.114
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	211.658 212.000	2.428 2.594

## 5.4 Remarques

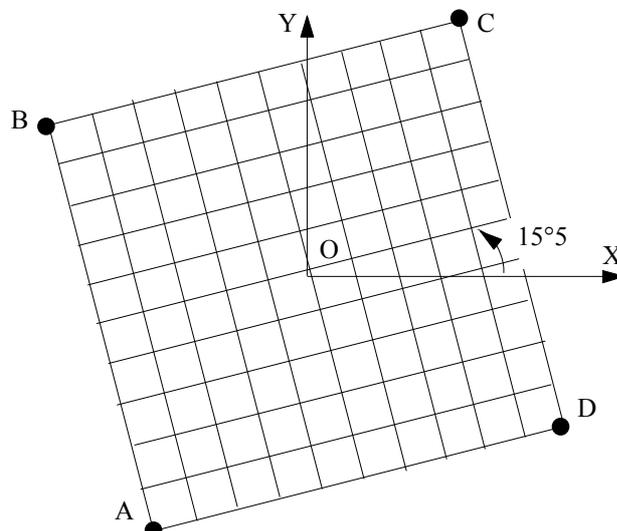
- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par le *Code\_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion après le mode 11 de référence (mode 8 du *Code\_Aster*), de la même forme que ceux apparus dans la modélisation DST entre les modes 8 et 9 de référence (modes 6 et 7 du *Code\_Aster*).

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	47.358
2	118.03
3	118.06
4	187.50
5	196.09
6	211.66
7	212.00
8	222.53
9	235.41
10	235.56
11	264.73
12	289.85
13	302.84
14	303.15

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan  $Z=2.3$
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	47.182	5.408
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	117.463	6.283
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	184.746	9.266
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	195.699	0.912
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	208.887	1.088

## 6.4 Remarques

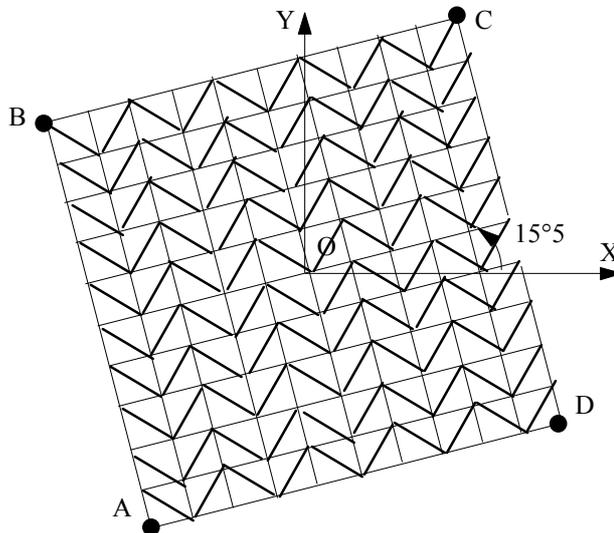
- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion après le mode 11 de référence (mode 8 de *Code\_Aster*), de la même forme que ceux apparus dans la modélisation `DST` entre les modes 8 et 9 de référence (modes 6 et 7 de *Code\_Aster*).

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	47.183
2	117.46
3	117.46
4	184.75
5	195.70
6	208.89
7	208.89
8	220.92
9	234.74
10	234.74
11	252.49
12	289.79
13	297.27
14	297.27

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE\_3D (TRIA6)

- La plaque est située dans le plan  $Z=2.3$
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 200 TRIA6

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	43.867	2.00
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	106.058 106.066	-4.037 -4.029
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	160.010	-5.305
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	193.600	-0.170
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	206.209 206.211	0.208 0.207

## 7.4 Remarques

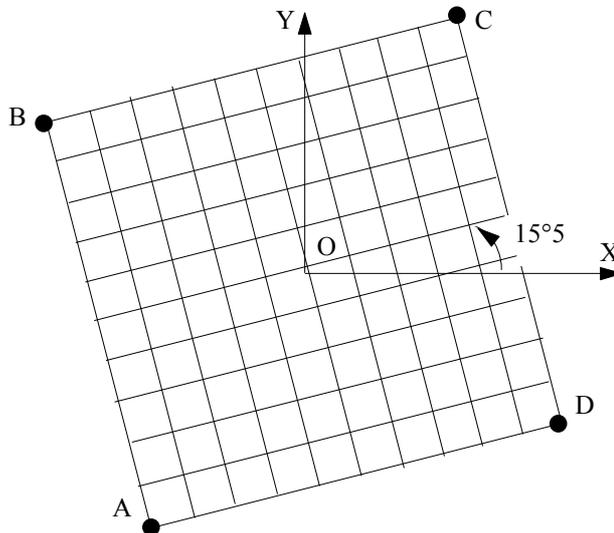
- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 de *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence ( Hz )
1	43,867
2	106.06
3	106.07
4	160.11
5	186,72
6	193.60
7	199.76
8	200.23
9	206.21
10	206.21
11	219.28
12	245.91
13	245.94
14	249.27

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE\_3D (QUAD8)

- La plaque est située dans le plan  $Z=2.3$
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 100 QUAD8

### 8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	43.870	-1.993
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	106.041	-4.052
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	160.055	-5.337
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	193.588	-0.176
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	206.192	-0.216

## 8.4 Remarques

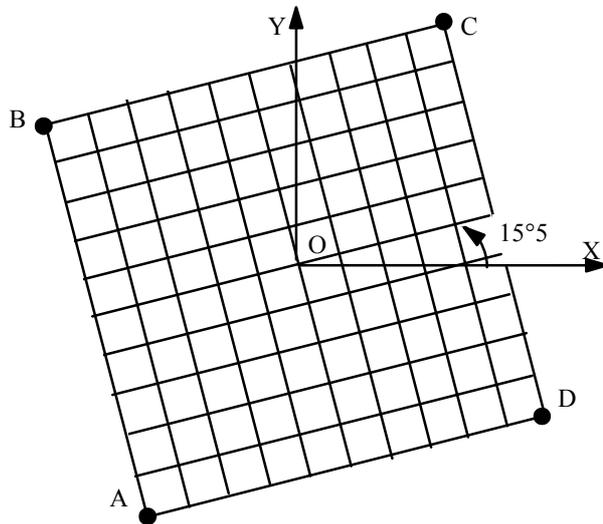
- Dans *Code\_Aster*, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 de *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence ( Hz )
1	43.87
2	106.04
3	106.04
4	160.06
5	193.59
6	199.64
7	200.13
8	206.19
9	206.19
10	219.26
11	245.68
12	245.68
13	249.20
14	287.99

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

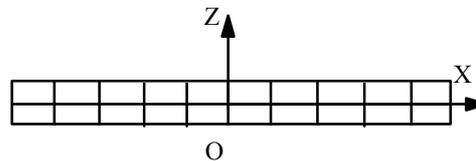


Modélisation 3D (HEXA20)

- Le plan moyen de la plaque est situé dans le plan  $Z=2.3$
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$



### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1266  
Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	43.862	-2.009
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	105.953	-4.132
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	159.749	-5.518
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	193.590	-0.175
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	199.410	-3.498
			199.903	-3.260

## 9.4 Remarques

- Dans *Code\_Aster*, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 du *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence ( Hz )
1	43.86
2	105.95
3	105.95
4	159.75
5	193.59
6	199.41
7	199.90
8	206.16
9	206.16
10	219.27
11	245.07
12	245.07
13	249.13
14	287.75

## 10 Synthèse des résultats

---

Compte tenu de la nature de la solution numérique (éléments finis volumiques), les résultats obtenus sont satisfaisants pour les :

- modélisation A et B (DST) l'écart maximum est de moins de 4% pour les 5 premiers modes,
- modélisation E et F (COQUE\_3D), l'écart maximum est d'environ 5% pour les 5 premiers modes,
- modélisation G (3D), l'écart maximum est d'environ 5% pour les 5 premiers modes,
- les modes de référence 5 et 6 hors plan présentent des symétrie différentes de celles rencontrées dans les modélisations E, F et G, mais elles sont équivalentes car il s'agit de recombinaisons modales.

Les modélisations C et D (DKT) sont moins satisfaisantes avec des écarts relatifs atteignant 10% sur le mode 7 hors plan, ceci est dû à la non prise en compte du cisaillement transverse pour cette plaque relativement épaisse.

De plus on observe l'apparition de modes de flexion et membrane pour toutes ces modélisations, y compris la modélisation 3D volumique G. Lorsque l'on raffine suffisamment les maillages, cette tendance se confirme et les écarts relatifs régressent. Le calcul 3D a par ailleurs montré qu'en deçà d'un maillage  $6 \times 6$  dans le plan ( $XY$ ), les modes de flexion et membrane n'étaient pas détectés.