

---

## SDLL137 – Modification structurale d'une poutre

---

### Résumé

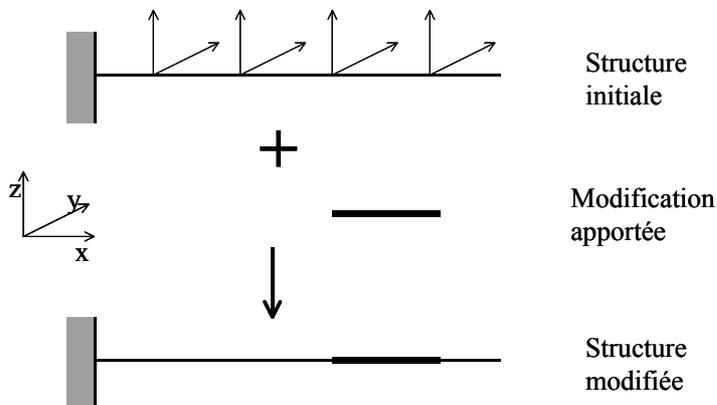
Ce cas test a pour but de valider la procédure et le calcul de modification structurale à partir des informations mesurées.

La méthode de modification structurale utilisée est basée sur l'exploitation conjointe de données mesurées et du modèle numérique de la modification apportée à la structure initiale. On se sert ensuite de la technique de sous-structuration pour le couplage des deux modèles.

Pour ce cas test, la mesure a été simulée numériquement et les résultats de référence sont obtenus par calcul direct sur la structure complète.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Sur le schéma ci-dessus, les points de mesure sur la structure initiale sont matérialisés par des flèches, dont la pointe indique la direction sensible du capteur. Ces points de mesure sont localisés aux abscisses  $0.2\text{ m}$ ,  $0.4\text{ m}$ ,  $0.6\text{ m}$  et  $0.8\text{ m}$  suivant les directions  $y$  et  $z$ . Les informations mesurées ne sont disponibles qu'en ces points de mesure.

La structure initiale est une poutre à section rectangulaire ( $9\text{ mm} \times 38\text{ mm}$ ) de longueur  $0.9\text{ m}$ .

La modification est une poutre supplémentaire, à section rectangulaire ( $9\text{ mm} \times 38\text{ mm}$ ), que l'on applique entre les coordonnées  $0.6\text{ m}$  et  $0.8\text{ m}$ .

### 1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young :  $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.3$

Masse volumique :  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

La poutre est encastree à l'une de ses extrémités (origine des axes) et libre à l'autre extrémité.

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

Il s'agit ici de coupler un modèle expérimental représentant la structure réelle et un modèle numérique de la modification que l'on souhaite apportée à la structure initiale selon la technique proposée par M. Corus [1]. Ce couplage se fait via un modèle "support" permettant de condenser la mesure aux interfaces entre la structure réelle et la modification. On assemble ensuite les deux modèles en utilisant la technique de sous-structuration. Une description plus détaillée de la procédure de modification utilisée est présentée dans [U2.07.03]. L'extension de cette technique sur des structures amortissantes a été étudiée par B. Groult [2].

Les données d'entrée du calcul sont : les modes propres identifiés de la structure initiale, le modèle numérique du "support" et le modèle numérique de la "modification".

On se propose de calculer les variations des deux premières fréquences propres de la poutre encastree-libre, suite à la modification apportée sur une portion de la poutre.

Le modèle "support" choisi pour ce cas test est un modèle numérique aux éléments finis de la poutre encastree-libre décrite dans le paragraphe précédent. Les deux premières fréquences propres de cette poutre sont :  $9.31 \text{ Hz}$  et  $39.32 \text{ Hz}$ .

La condensation des informations mesurées aux interfaces est obtenue en effectuant une expansion de la mesure par l'intermédiaire d'une base de projection préalablement choisie, définie sur ce modèle "support". La qualité du résultat dépend du choix de cette base de projection.

La mesure a été simulée numériquement à partir d'un calcul issu du modèle support. La modification a été modélisée numériquement par éléments finis.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On compare les deux premières fréquences propres de la structure modifiée aux fréquences propres obtenues par un calcul direct sur le modèle complet. Les deux premières fréquences propres de la structure modifiée sont :  $7.78 \text{ Hz}$  et  $32.85 \text{ Hz}$ .

On vérifie également le bon déroulement de la procédure de modification structurale en comparant le champ obtenu aux interfaces de la structure modifiée de deux manières différentes.

Le premier calcul correspond au calcul du champ aux interfaces sur le modèle couplé.

Le deuxième calcul correspond au calcul du champ aux interfaces par expansion statique du champ obtenu aux points mesure de la structure modifiée.

L'écart entre ces deux champs peut être évalué par le calcul de la somme des termes de la matrice de MAC (Modal Assurance Criterion) entre ces deux champs. Une matrice de MAC proche de la matrice identité indique que les deux vecteurs sont presque parallèles. On évalue également le critère IERI (Indicateur Energétique de Régularité d'Interface). Ce critère énergétique tend vers 0 si les deux champs sont très proches.

### 2.3 Incertitudes

La solution de référence sur les fréquences propres de la structure modifiée est obtenue par calcul direct sur la structure modifiée.

Nous considérons que la discrétisation choisie conduit à des résultats très proches de la solution analytique.

## 3 Modélisations a à d

---

Les 4 premières modélisations utilisent rigoureusement la méthode de modification structurale telle que proposée par M. Corus, à savoir que la structure de base est décrite sous forme modale (une base de modes propres étendus sur un modèle numérique simplifié) et la modification est décrite sous la forme d'un modèle physique. Les éléments de calculs mis en œuvre ici permettent de coupler les deux aspects.

Pour plus de détails, on se référera à la documentation U2.07.03 (section 3).

## 4 Modélisation e

---

La modélisation e met en œuvre le même calcul sous la forme d'un calcul classique par sous-structuration. La structure principale et la modification sont décrites sur base modale. L'assemblage des deux sous-structures se fait classiquement avec la commande DEFI\_MODELE\_GENE. Pour plus de précisions, on se reportera à la documentation U2.07.03 (section 4).

### 4.1 Référence bibliographique

- [1] M. Corus, Thèse ECP n° 2003-23, Amélioration des méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle.
- [2] B. Grout, Thèse ECP n° 2008-14, Extension d'une méthode de modification structurale pour la conception de dispositifs dissipatifs intégrant des matériaux viscoélastiques.

## 5 Modélisation A

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle "support" et la modification ont été modélisés par des éléments `POU_D_E`. La base de projection choisie pour l'expansion de l'information mesurée, correspond aux déformées statiques obtenues par application d'un chargement en chaque point de mesure suivant la direction sensible du capteur. Le modèle "mesure" a été construite à partir des cinq premiers modes identifiés de la structure initiale.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Modèle "support" :

Nombre et type de maille : 9 éléments de type `SEG2`.

Modèle "modification" :

Nombre et type de maille : 2 éléments de type `SEG2`.

### 5.3 Fonctionnalités testées

La procédure de modification structurale se déroule en plusieurs étapes. On teste le bon déroulement de cette procédure et les fonctionnalités suivantes :

`LIRE_RESU`, `PROJ_MESU_MODAL`, `MACR_ELEM_STAT`, `ASSE_MAILLAGE`, `DEPL_INTERNE`.

### 5.4 Grandeurs testées et résultats

On vérifie les valeurs des deux premières fréquences propres de la structure modifiée.

On vérifie également la somme des termes de la matrice de MAC (Modal Assurance Criterion) obtenue entre les déformées aux interfaces pour le modèle couplé et les déformées aux interfaces par expansion statique des déformées du modèle couplé obtenues aux points de mesure. Cet indicateur indique la pertinence de la reconstruction du champ aux interfaces.

Grandeur testée	Référence	Aster	Différence
$f1$	7.7807 Hz	7.7852 Hz	0.058 %
$f2$	32.852 Hz	32.845 Hz	0.022 %
MAC (Somme)	2	1.992	0.008

## 6 Modélisation B

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

C'est une modélisation identique à la modélisation A, mais cette fois-ci, on lance la procédure de modification via la macro-commande `CALC_ESSAI`. On utilise la méthode ES (Expansion Statique) pour le calcul de la base d'expansion.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Modèle "support" :

Nombre et type de maille : 9 éléments de type SEG2.

Modèle "modification" :

Nombre et type de maille : 2 éléments de type SEG2.

### 6.3 Fonctionnalités testées

La procédure de modification structurale se déroule en plusieurs étapes. On teste le bon déroulement de cette procédure et les fonctionnalités suivantes :

`LIRE_RESU`, `PROJ_MESU_MODAL`, `MACR_ELEM_STAT`, `ASSE_MAILLAGE`, `DEPL_INTERNE`,  
`MAC_MODES`, `CALC_ESSAI`.

### 6.4 Grandeurs testées et résultats

On vérifie les valeurs des deux premières fréquences propres de la structure modifiée.

On vérifie également la somme des termes de la matrice de MAC (Modal Assurance Criterion) obtenue entre les déformées aux interfaces pour le modèle couplé et les déformées aux interfaces par expansion statique des déformées du modèle couplé obtenues aux points de mesure. Cet indicateur indique la pertinence de la reconstruction du champ aux interfaces.

Grandeur testée	Référence	Aster	Différence
$f_1$	7.7807 Hz	7.7852 Hz	0.058 %
$f_2$	32.852 Hz	32.845 Hz	0.022 %
MAC (Somme)	2	1.99994	$6 \cdot 10^{-5}$

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, on rajoute un amortissement dans le modèle ( $AMOR\_ALPHA = 10^{-4}$ ,  $AMOR\_BETA = 1$ ). On lance la procédure de modification via la macro-commande `CALC_ESSAI`. On utilise la méthode LMME (Local Model Modeshapes Expansion) pour le calcul de la base d'expansion.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Modèle "support" :

Nombre et type de maille : 9 éléments de type `SEG2`.

Modèle "modification" :

Nombre et type de maille : 2 éléments de type `SEG2`.

### 7.3 Fonctionnalités testées

La procédure de modification structurale se déroule en plusieurs étapes. On teste le bon déroulement de cette procédure et les fonctionnalités suivantes :

`LIRE_RESU`, `PROJ_MESU_MODAL`, `MACR_ELEM_STAT`, `ASSE_MAILLAGE`, `DEPL_INTERNE`,  
`MAC_MODES`, `CALC_ESSAI`.

### 7.4 Grandeurs testées et résultats

On vérifie les valeurs des deux premières fréquences propres de la structure modifiée.

On vérifie également la somme des termes de la matrice de *MAC* (Modal Assurance Criterion) obtenue entre les déformées aux interfaces pour le modèle couplé et les déformées aux interfaces par expansion statique des déformées du modèle couplé obtenues aux points de mesure. Cet indicateur indique la pertinence de la reconstruction du champ aux interfaces. On calcule aussi le critère *IERI* pour les deux premiers modes de la structure.

Grandeur testée	Référence	Aster	Différence
$f1$	7.7807 Hz	7.7842 Hz	0.044 %
$f2$	32.852 Hz	32.848 Hz	0.009 %
<i>MAC</i> (Somme)	2	1.99994	$6 \cdot 10^{-5}$
<i>IERI</i> rigidité (1,1)	0	$4.60 \cdot 10^{-7}$	$4.60 \cdot 10^{-7}$
<i>IERI</i> masse (2,2)	0	$3.17 \cdot 10^{-12}$	$3.17 \cdot 10^{-12}$

## 8 Modélisation D

---

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation C. Cette fois-ci, on ne fait pas appel à la macro-commande `CALC_ESSAI`.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Modèle "support" :

Nombre et type de maille : 9 éléments de type `SEG2`.

Modèle "modification" :

Nombre et type de maille : 2 éléments de type `SEG2`.

### 8.3 Fonctionnalités testées

La procédure de modification structurale se déroule en plusieurs étapes. On teste le bon déroulement de cette procédure et les fonctionnalités suivantes :

`LIRE_RESU`, `PROJ_MESU_MODAL`, `MACR_ELEM_STAT`, `ASSE_MAILLAGE`, `DEPL_INTERNE`,  
`MAC_MODES`, `CALC_ESSAI`.

### 8.4 Grandeurs testées et résultats

On vérifie les valeurs des deux premières fréquences propres de la structure modifiée.

On vérifie également la somme des termes de la matrice de *MAC* (Modal Assurance Criterion) obtenue entre les déformées aux interfaces pour le modèle couplé et les déformées aux interfaces par expansion statique des déformées du modèle couplé obtenues aux points de mesure. Cet indicateur indique la pertinence de la reconstruction du champ aux interfaces. On calcule aussi le critère *IERI* pour les deux premiers modes de la structure.

Grandeur testée	Référence	Aster	Différence
$f1$	7.7807 Hz	7.7835 Hz	0.036 %
$f2$	32.852 Hz	32.848 Hz	0.01 %
<i>MAC</i> (Somme)	2	1.99994	$6 \cdot 10^{-5}$
<i>IERI</i> rigidité (1,1)	0	$4.92 \cdot 10^{-7}$	$4.92 \cdot 10^{-7}$
<i>IERI</i> masse (2,2)	0	$3.17 \cdot 10^{-12}$	$3.17 \cdot 10^{-12}$

## 9 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus dépendent des informations mesurées et de la base de projection choisie pour l'expansion de la mesure aux degrés de liberté interfaces. Ici, on a exploité les cinq premiers modes propres identifiés et la base d'expansion choisie étant des réponses statiques. Les résultats obtenus sont corrects.

Les incertitudes relatives sur les deux premières fréquences propres obtenues par la technique de modification structurale utilisée, sont inférieures à 1 % de la solution obtenue par calcul direct.

Les champs de déplacement aux interfaces du modèle couplé et le champ aux interfaces obtenu par expansion statique des champs aux points de mesure obtenus sur la structure modifiée sont très proches. La matrice de MAC associée est très proche de la matrice identité. Le critère IERI est également proche de 0 (modélisations C et D).