

---

## SDLL11 - Anneau circulaire mince libre-libre

---

### Résumé :

Ce cas-test permet de tester les fréquences et les modes de vibration d'un anneau circulaire en libre-libre.

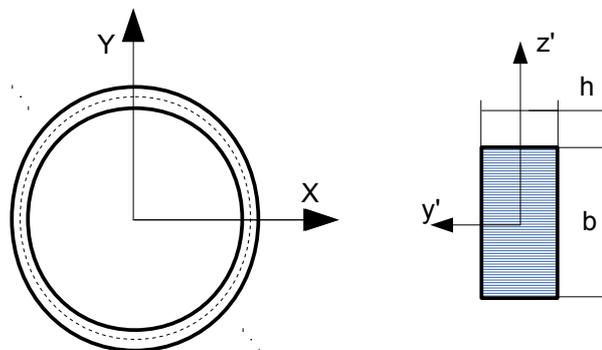
Huit modélisations sont effectuées, pour chacune d'entre elle on précise la modélisation et le type de maille testées.

La méthode de recherche des fréquences propres utilisée est la méthode de SORENSSEN pour les modélisations  $A, B, C, D, E, F, G$ , et la méthode de LANCZOS pour la modélisation  $I$ .

- Modélisations 3D
  - Modélisation  $A$  : maille HEXA20
  - Modélisation  $B$  : maille HEXA8
  - Modélisation  $C$  : maille PENTA15
  - Modélisation  $D$  : maille TETRA10
- Modélisation POU\_D\_T
  - Modélisation  $E$  : maille SEG2
- Modélisations 2D
  - Modélisation  $F$  : maille QUAD8
  - Modélisation  $G$  : maille QUAD8
  - Modélisation  $I$  : maille QUAD8

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Dimension en (m)

- Rayon de courbure moyen  $R=0.1\text{m}$
- Epaisseur:  $h=0.005\text{m}$
- Largeur:  $b=0.010\text{m}$  (plan perpendiculaire)
- Aire:  $A=5\times 10^{-5}\text{m}^2$
- Moment d'inertie :  $I_z=1.042\times 10^{-10}\text{m}^4$   $I_y=4.167\times 10^{-10}\text{m}^4$
- Moment de torsion:  $J=2.859\times 10^{-10}\text{m}^4$

### 1.2 Propriétés du matériau

- Elastique
  - $E=7.2\times 10^{10}\text{Pa}$  Module d'Young
  - $\nu=0.3$  Coefficient de poisson
  - $\rho=2700\text{kg/m}^3$  Masse volumique

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Déplacements : tous les points de l'anneau sont libres
- Chargement : aucun

## 2 Solution de référence

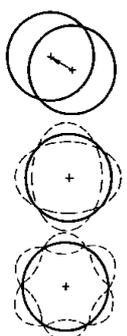
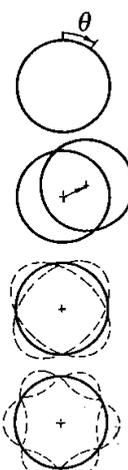
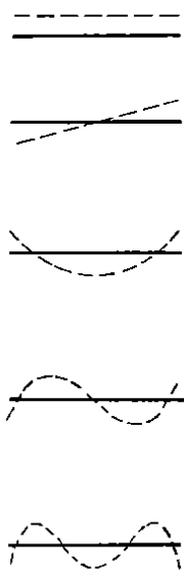
### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Modes de vibration dans le plan  
Pour ces modes de vibration, l'équation de flexion des poutres courbes de V. Boussinesq (1883), sans extension de la fibre neutre conduit à :

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left( \frac{i^2(i^2-1)^2}{i^2+1} \times \frac{EI_z}{\rho AR^4} \right)} \quad i=0,1,2,\dots$$

La solution de référence est établie pour des arcs minces tels que  $\alpha R \geq 100 \sqrt{\left( \frac{I_z}{A} \right)}$  avec  $\alpha$ , angle au centre en radians.

- Modes de vibration hors plan  
Pour les modes de vibrations transverses avec section rectangulaire, la solution a été établie à partir du résultats de deux codes de calculs, utilisant des formulations différentes.

Modes propres dans le plan (coordonnées polaires $(i, \theta)$ )		Modes propres hors plan
<p>Symétriques</p> $u'_i = i \cos(i\theta)$ $v'_i = \sin(i\theta)$ $\theta'_i = -\frac{1-i^2}{R} \sin(i\theta)$	<p>Antisymétriques</p> $u'_i = i \sin(i\theta)$ $v'_i = -\cos(i\theta)$ $\theta'_i = -\frac{1-i^2}{R} \cos(i\theta)$	
		
<p><math>i=0</math> Rotation d'ensemble</p> <p><math>i=1</math> translation d'ensemble</p> <p><math>i=2</math></p> <p><math>i=3</math></p>		<p><math>i=0</math></p> <p><math>i=1</math></p> <p><math>i=2</math></p> <p><math>i=3</math></p> <p><math>i=4</math></p>

### 2.2 Grandeur de référence

- FREQ** : fréquence

## 2.3 Grandeur et résultat de référence

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)
		<i>i</i>	ordre	
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36
		3	6,7	900.46
		4	8,9	1726.55
		5	10,11	2792.21
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.
		3	6,7	1590.
		4	8,9	3184.

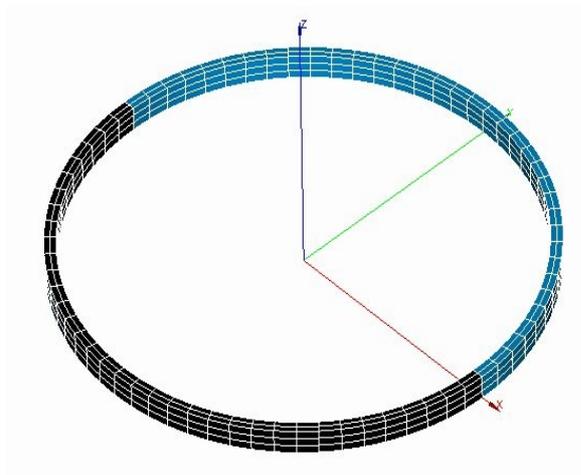
## 2.4 Références bibliographiques

- [1] Guide de Validation des Progiciels de Calculs des Structures: SFM, AFNOR technique, ISBN: 2-12-486611-7

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation A

- Modélisation 3D



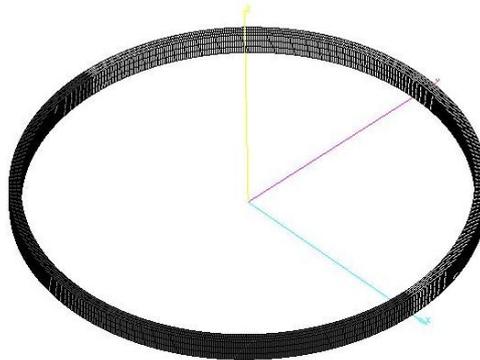
Nombre de nœuds 2952  
Nombre de mailles 432 HEXA20

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.3
		4	8,9	1726.55	0.5
		5	10,11	2792.21	0.8
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.7
		3	6,7	1590.	1.4
		4	8,9	3184.	2.3

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation B



Modélisation 3D :

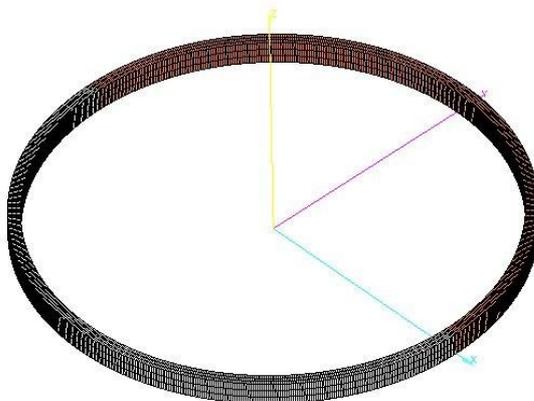
Nombre de nœuds 12800  
Nombre de mailles 7200 HEXA8

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.8
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.35
		5	10,11	2792.21	1.
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	1.7
		3	6,7	1590.	0.4
		4	8,9	3184.	0.8

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation C



Modélisation 3D :

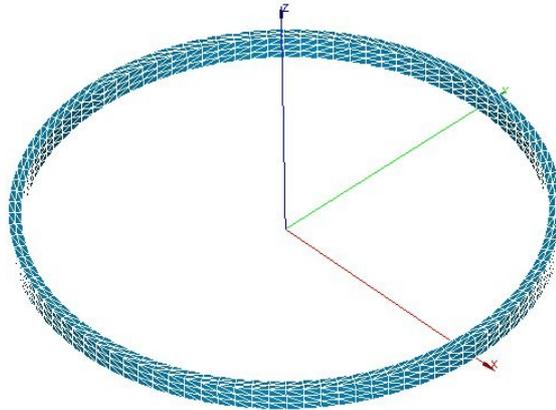
Nombre de nœuds 3528  
Nombre de mailles 864 PENTA15

### 5.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.2
		4	8,9	1726.55	0.35
		5	10,11	2792.21	0.6
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.7
		3	6,7	1590.	1.4
		4	8,9	3184.	2.3

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation D



Modélisation 3D :

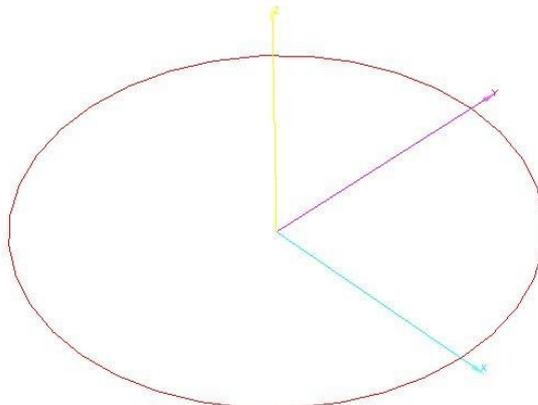
Nombre de nœuds 5824  
Nombre de mailles 2728 TETRA10

### 6.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		i	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.2
		4	8,9	1726.55	0.4
		5	10,11	2792.21	0.7
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.25
		3	6,7	1590.	1.1
		4	8,9	3184.	2.0

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation POU\_D\_T :

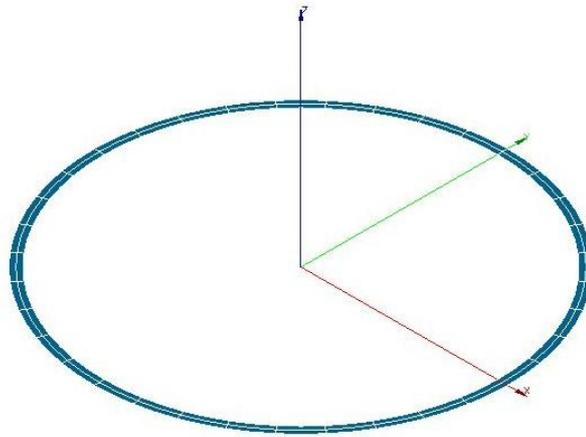
Nombre de nœuds 72  
Nombre de mailles 72 SEG2

### 7.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.25
		3	6,7	900.46	0.6
		4	8,9	1726.55	1.1
		5	10,11	2792.21	1.7
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.85
		3	6,7	1590.	1.5
		4	8,9	3184.	2.4

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation F



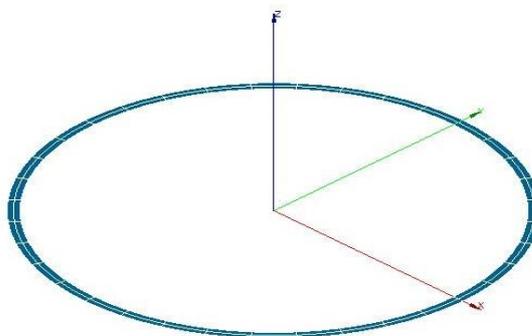
Modélisation D\_PLAN :  
 Nombre de nœuds 288  
 Nombre de mailles 72 QUAD8

### 8.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation G



Modélisation C\_PLAN :

Nombre de nœuds 293

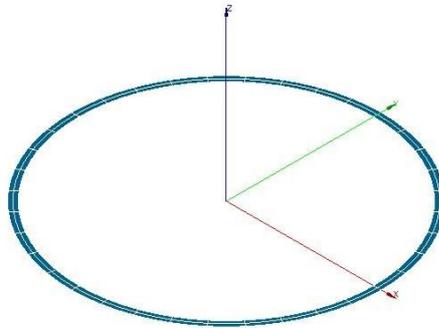
Nombre de mailles 72 QUAD8

### 9.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

## 10 Modélisation I

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation I



Modélisation C\_PLAN :

Nombre de nœuds 293

Nombre de mailles 72 QUAD8

### 10.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

## 11 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sont satisfaisants.