
SDLL08 - Grillage plan de poutres (profilés métalliques)

Résumé :

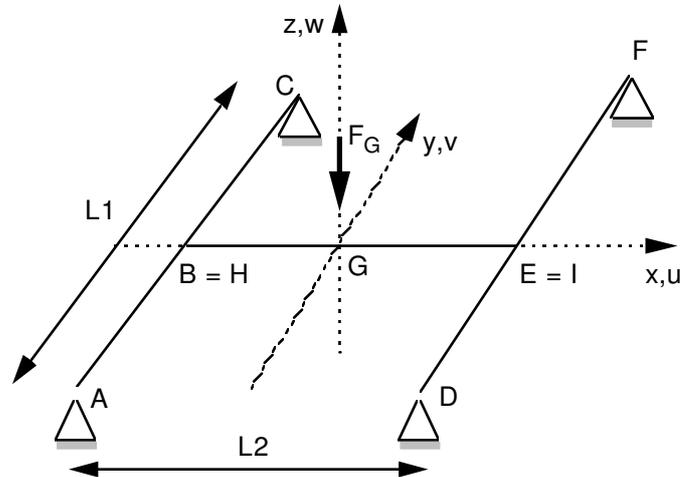
Ce problème tridimensionnel consiste tout d'abord à effectuer une analyse modale et ensuite d'étudier la réponse harmonique d'une structure mécanique d'un grillage plan de poutres. Ce test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéaire ayant un comportement linéaire. Il comprend une seule modélisation.

Ce problème permet donc de tester l'élément de poutre d'Euler Bernouilli en flexion transverse, le calcul des fréquences et des modes de vibration par la méthode de Lanczos et l'utilisation de relations linéaires entre déplacements de deux points en analyse modale et en réponse harmonique.

Les résultats sont en accord avec les résultats analytiques du guide VPCS.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Longueur : $L1 = L2 = 5 \text{ m}$

Section droite (profilé en I) : IPE 200

aire $A = 2.872 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
moment d'inertie $I_z = 1.943 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$

(autres paramètres de poutre non utilisés)

Coordonnées des points (en mètres) :

| | A | B=H | C | D | E=I | F | G |
|---|------|------|------|------|-----|-----|----|
| x | -2.5 | -2.5 | -2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 0 |
| y | -2.5 | 0. | 2.5 | -2.5 | 0. | 2.5 | 0. |
| z | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |

1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2.10^{11} \text{ Pa}$$

$$\rho = 7800. \text{ kg/m}^3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Points A, C, D, F : ($u=v=w=0.$)

Points B, E : liaison rotulée (continuité de u, v, w)

Force sinusoïdale au point G $F_G(t) = F_0 \sin \Omega t$
 $F_0 = -1 \cdot 10^5 \text{ N}$
 $\Omega = 80 \text{ rad/s}$

1.4 Conditions initiales

A $t=0$, structure au repos.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLL08/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

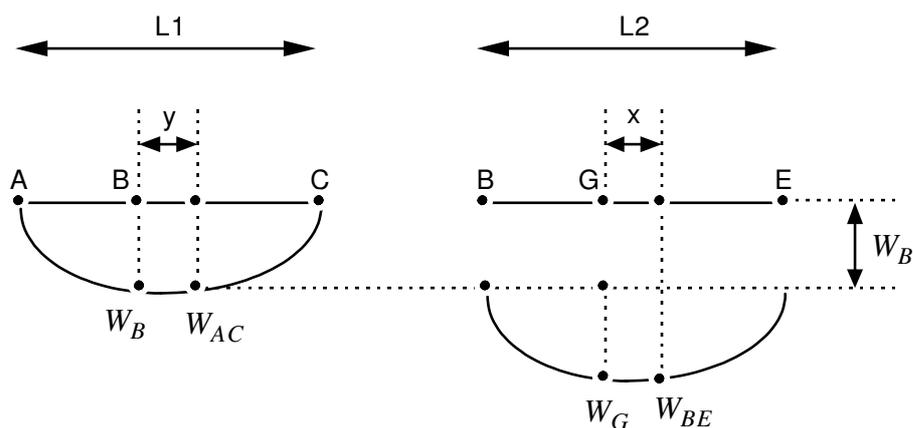
Une méthode de Rayleigh-Ritz permet de faire le calcul avec deux degrés de liberté à partir des hypothèses de déformées symétriques suivantes :

- pour le point d'abscisse y des longerons AC et DF de longueur $L1$

$$W_{AB} = W_B \sin \frac{\pi y + \frac{L1}{2}}{L1}$$

- pour le point d'abscisse x de la traverse BE de longueur $L2$

$$W_{BE} = W_B + W_G \sin \frac{\pi x + \frac{L2}{2}}{L2}$$



2.2 Résultats de référence

Les deux premières fréquences propres et modes propres **symétriques** (les autres fréquences propres de ce système ne sont pas étudiées). Pour les modes propres, on a la valeur suivante : W_B / W_G

En réponse harmonique on a :

- $W_B \max$ et $W_G \max$,
- $W_B + W_G \max$ au point G .

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

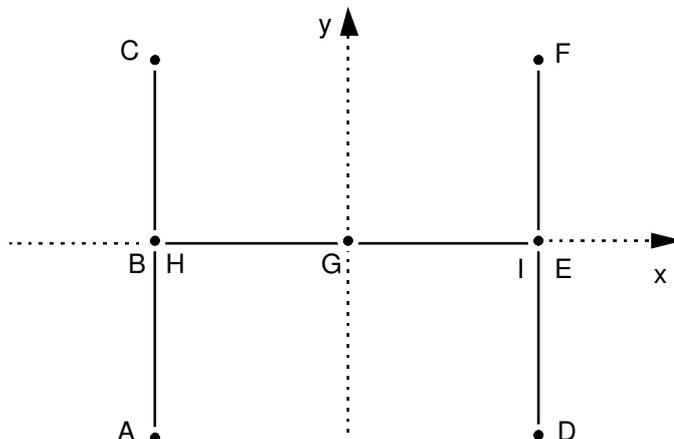
2.4 Références bibliographiques

- J.M. BIGGS. Introduction to Structural Dynamics. New-York : Mc Graw Hill, p.184 (1964).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise l'élément de poutre d'Euler Bernouilli `POU_D_E`



3 poutres : ABC , DEF , HGI découpées chacun en 10 mailles `SEG2`
Les nœuds (B, H) et (E, I) ont les mêmes coordonnées.

Conditions limites :

poutres ABC et DEF

`DDL_IMPO` : (`GROUP_NO`: (`PABC`, `PDEF`) `DX`: 0., `DY`: 0., `DRY`: 0.)

poutre HGI (`GROUP_NO`: (`PHGI`) `DX`: 0., `DY`: 0., `DRX`: 0.)

nœuds extrémités (`GROUP_NO`: (`NACDF`) `DZ`: 0.)

Liaison_ddl :

$$DZ_B - DZ_H = 0. \text{ et } DZ_E - DZ_I = 0.$$

Force_nodale :

$$\text{Nœud : } G \quad F_z : -1.E5$$

Noms des nœuds :

$$\begin{array}{lll} A = N1 & B = N6 & C = N11 \\ D = N21 & E = N26 & F = N31 \\ H = N41 & G = N46 & I = N51 \end{array}$$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 33

Nombre de mailles et types : $3 \times 10 = 30$ `SEG2`

3.3 Remarques

Le blocage des degrés de liberté DX et DY en tous les nœuds permet de ne sélectionner que les modes de flexion transverse (dans le plan "vertical").

3.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquence (Hz)

| Ordre du mode propre | Référence | Aster | % différence |
|----------------------|-----------|---------|--------------|
| 1 | 16.456 | 16.4190 | -0.22 |
| 2 | 38.165 | 38.0468 | -0.31 |

Mode propre : valeur de W_B/W_G

| Ordre du mode propre symétrique | Référence | Aster* | % différence |
|---------------------------------|-----------|--------|--------------|
| 1 | 1.213 | 1.213 | 0. |
| 2 | -0.412 | -0.412 | 0. |

*
mode 1 : $W_B = DZ$ en B (N6) $W_G + W_B = DZ$ en G (N46)
mode 2 : $W_B = 0.5480$ $W_G + W_B = 1.$
 $W_B = -0.6698$ $W_G + W_B = 0.9559$

Réponse harmonique :

| Point | Type de valeur (m) | Référence | Aster | % différence |
|-------|----------------------|-----------|---------|--------------|
| B, E | $W_B max$ | -0.098 | -0.1003 | 2.45 |
| G | $W_G max*$ | -0.125 | -0.1271 | 1.60 |
| G | $W_B + W_G max$ | -0.227 | -0.2274 | 0.18 |

3.5 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES
OPTION = 'PLUS_PETITE'
CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ = 3)
SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE = 'TRI_DIAG')
```

On obtient un mode antisymétrique pour une fréquence $f = 22.5676 Hz$. Cette fréquence propre dépend de la constante de torsion fournie ; celle-ci n'est pas définie dans les données de référence.

Les valeurs W_B/W_G ne sont pas vérifiées dans le test mais s'obtiennent manuellement à partir de W_B et $W_G + W_B$.

La valeur $(W_G)max$ n'est pas vérifiée dans le test. On a seulement accès à $W_B max$ et $(W_B + W_G)max$. $W_G max$ s'obtient manuellement par différence.

Contenu du fichier résultats :

3 premières fréquences propres, déplacement des nœuds B, E, G en réponse harmonique.

4 Synthèse des résultats

Les valeurs des fréquences propres et des vecteurs propres sont obtenues avec une précision $< 0.3\%$.

L'écart de 2.5% sur les flèches maximales aux points B et E mériterait de vérifier la solution de référence, de compléter la validation de la réponse harmonique.