# SDLD301 - Réponse sismique spectrale d'un système 2 masses et 3 ressorts multi-supporté (excitations corrélées ou décorrélées)

**Résumé :**

Le problème consiste à calculer la réponse spectrale d'un système 2 masses - 3 ressorts soumis à une excitation sismique multiple. Les excitations sont considérées soit décorrélées et indépendantes, soit corrélées entre elles.

On teste l'élément discret en traction, le calcul des modes propres, des modes statiques et de la réponse spectrale par superposition modale via l'opérateur `COMB_SISM_MODAL`. Différents cumuls sont testés lors du calcul des réponses d'appuis. On vérifie que, dans le cas d'excitations égales aux appuis, le calcul en mono-appui et le calcul en multi-appui corrélé fournissent le même résultat.

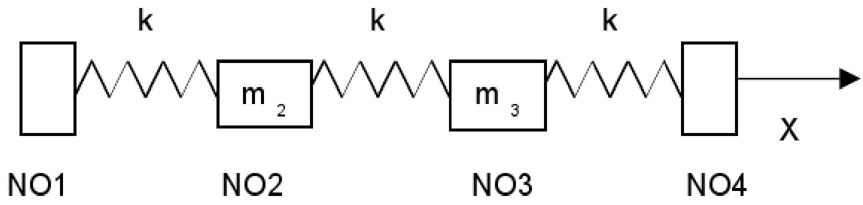
On vérifie également le bon fonctionnement de l'entrée de l'amortissement sous forme de matrice d'amortissement (modélisation C).

Les résultats obtenus sont en très bon accord avec les résultats analytiques de référence.

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

La structure est modélisée par un ensemble de 3 ressorts et de 2 masses ponctuelles.




## 1.2 Propriétés du matériau

- Raideur de liaison : $k_1 = k_3 = k = 100000 \ N/m$ ; $k_2 = 2k = 200000 \, N/m$
- Masse ponctuelle : $m_2 = m_3 = m = 2533 \, kg$ .

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

- **conditions aux limites**
  Les seuls déplacements autorisés sont les translations selon l'axe $x$ .
  Les points $NO1$ et $NO4$ sont encastrés :
  $DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0$ .
  Les autres points sont libres en translation selon la direction $x$ :
  $DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0$ .

- **chargement**
  Modélisation A : la structure est soumise à une excitation sismique spectrale multiple décorrélée.
  Les spectres de réponses d'oscillateur en pseudo-accélération sont définis par :
  - au nœud $NO1$ : $SRO_{NO1} = \dfrac{a_1 \omega^2}{|\omega_1^2 - \omega^2|}$
  - au nœud $NO4$ : $SRO_{NO4} = \dfrac{a_2 \omega^2}{|\omega_2^2 - \omega^2|}$

  avec $\omega_1 = 2\pi f_1$ $\omega_2 = 2\pi f_2$
  $f_1 = 1.5 \, Hz$ , $f_2 = 2. Hz$ , $a_1 = a_2 = 0.5 \, ms^{-2}$
  Ils ne dépendent pas de l'amortissement.

  Modélisation B : la structure est soumise à une excitation sismique identique aux deux appuis.
  Le spectre de réponse d'oscillateur en pseudo-accélération est défini par :
  - au nœud $NO1$ et au nœud $NO4$ : $SRO = \dfrac{a_1 \omega^2}{|\omega_1^2 - \omega^2|}$

  avec $\omega_1 = 2\pi f_1$
  $f_1 = 1.5 \, Hz$ , $a_1 = 0.5 \, ms^{-2}$
  Il ne dépend pas de l'amortissement.

## 1.4 Conditions initiales

Le système est initialement au repos

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On calcule la réponse spectrale par superposition modale d'un système masses-ressorts soumis à deux excitations distinctes. On détermine le déplacement des masses et les réactions d'appui aux nœuds $NO1$ et $NO4$ suivant l'axe $x$ .

On calcule analytiquement :

- les fréquences propres $f_i$ ,
- les vecteurs propres associés $\phi_{\mathrm{Ni}}$ normalisés par rapport à la masse modale,
- les modes statiques d'appuis $\psi_j$ du système,
- les facteurs de participation modale $P_{ij}$ relatif aux appuis,
- $Rm_{ij}$ le maximum de la réponse de chaque mode à partir des spectres d'excitation,
- $Rc_j$ le terme de correction statique.

Ces calculs analytiques sont décrits dans le fichier Matlab sdld301.55.

## 2.2 Grandeur de référence

- **matrice de rigidité** $K$

$$K=\begin{bmatrix} k & -k & 0 & 0 \\ -k & 3\mathrm{k} & -2\mathrm{k} & 0 \\ 0 & -2\mathrm{k} & 3\mathrm{k} & -k \\ 0 & 0 & -k & k \end{bmatrix}$$

$$K^p=\begin{bmatrix} 3\mathrm{k} & -2\mathrm{k} & -k & 0 \\ -2\mathrm{k} & 3\mathrm{k} & 0 & -k \\ -k & 0 & k & 0 \\ 0 & -k & 0 & k \end{bmatrix}$$

matrice partitionnée degrés de liberté de structure $2,3$ , degrés de liberté de support $1,4$

$$K^p=\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xs} \\ k_{sx} & k_{ss} \end{bmatrix} \quad K_{xx}=\begin{bmatrix} 3\mathrm{k} & -2\mathrm{k} \\ -2\mathrm{k} & 3\mathrm{k} \end{bmatrix} \quad K_{xs}=\begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix}$$

- **matrice de masse** $M$

$$M=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & m & 0 & 0\\ 0 & 0 & m & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$M^p=\begin{bmatrix}m & 0 & 0 & 0\\ 0 & m & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

matrice partitionnée degrés de liberté de structure $2,3$ , degrés de liberté de support $1,4$

- **calcul modal en base encastrée**

$$K_{xx}=\begin{bmatrix}3\text{k} & -2\text{k}\\ -2\text{k} & 3\text{k}\end{bmatrix} \qquad m_{xx}=\begin{bmatrix}m & 0\\ 0 & m\end{bmatrix}$$

$$(k_{xx}-\lambda_i m_{xx})\phi_i=0 \quad \lambda_i=\omega_{pi}^2$$

$$\lambda_1=\frac{k}{m} \quad \lambda_2=\frac{5\text{k}}{m}$$

- fréquences propres :

$$\Rightarrow \quad freq_1=\frac{\omega_{p1}}{2\pi}\,;\,freq_2=\frac{\omega_{p2}}{2\pi}$$

- modes propres non normés :

- $$\phi_1=\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} \quad \phi_2=\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\0\end{pmatrix}$$

- masses modales généralisées : $\mu_i={}^T\phi_i\, M\,\phi_i$

- $\mu_1=2\text{m} \quad \mu_2=2\text{m}$

- modes propres normés à la masse modale généralisée unitaire $\phi_{\text{Ni}}$ :

$$\Rightarrow \quad \phi_{N1}=\frac{\phi_1}{\sqrt{\mu_1}} \quad \phi_{N2}=\frac{\phi_2}{\sqrt{\mu_2}}$$

- réactions modales $Fm_i$ :

$$\Rightarrow \quad Fm_1 = K\,\phi_{N1} = \frac{k}{\sqrt{2m}}\begin{pmatrix}1\\5\\-5\\1\end{pmatrix} \quad Fm_2 = K\,\phi_{N2} = \frac{k}{\sqrt{2m}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\-1\end{pmatrix}$$

- **modes statiques d'appuis** $\Psi_j$

  Matrice des modes statiques réduite aux degrés de liberté de structure $\varphi_s = -k_{xx}^{-1}\,k_{xs}$

  $$\varphi_s = -\frac{1}{5k}\begin{bmatrix}3 & 2\\2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-k & 0\\0 & -k\end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix}3 & 2\\2 & 3\end{bmatrix}$$

- solution statique à un déplacement unitaire du nœud $NO1$ :

  déplacements : $\psi_1 = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}5\\3\\2\\0\end{pmatrix}$ réactions nodales : $Fs_1 = K\,\psi_1 = \frac{k}{5}\begin{pmatrix}-8\\0\\0\\-2\end{pmatrix}$

- solution statique à un déplacement unitaire du nœud $NO4$ :

  déplacements : $\psi_2 = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}0\\2\\3\\5\end{pmatrix}$ réactions nodales : $Fs_2 = K\,\psi_2 = \frac{k}{5}\begin{pmatrix}-2\\0\\0\\-3\end{pmatrix}$

- facteurs de participation modale en multi-appui : $P_{ij} = {}^T\phi_i\,M\,\psi_j$

  - contribution du mode dynamique $1$ au mouvement imposé au nœud $NO1$ :

    $$P_{11} = {}^T\phi_{N1}\,M\,\psi_1 = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{m}{2}}$$

  - contribution du mode dynamique $1$ au mouvement imposé au nœud $NO4$ :

    $$P_{12} = {}^T\phi_{N1}\,M\,\psi_2 = \frac{-1}{5}\sqrt{\frac{m}{2}}$$

  - contribution du mode dynamique $2$ au mouvement imposé au nœud $NO1$ :

    $$P_{21} = {}^T\phi_{N2}\,M\,\psi_1 = \sqrt{\frac{m}{2}}$$

  - contribution du mode dynamique $2$ au mouvement imposé au nœud $NO4$ :

    $$P_{22} = {}^T\phi_{N2}\,M\,\psi_2 = \sqrt{\frac{m}{2}}$$

  - facteur de participation du mode dynamique $1$ dans la direction $X$ :

    $$P_{1X} = P_{11} + P_{12}$$

  - facteur de participation du mode dynamique $2$ dans la direction $X$ :

    $$P_{2X} = P_{21} + P_{22}$$

- facteurs de participation modale en mono-appui $P_i = \dfrac{\phi_{\mathrm{Ni}} M \psi_{R1}}{\mu_i}$
- contribution du mode dynamique $1$ :

$$P_1 = {}^T\phi_{N1} M \psi_{R1} = \phi_{N1} M(\psi_{s1} + \psi_{s2}) = P_{11} + P_{12}$$

- contribution du mode dynamique $2$ :

$$P_2 = {}^T\phi_{N2} M \psi_{R1} = \phi_{N2} M(\psi_{s1} + \psi_{s2}) = P_{21} + P_{22}$$

- facteur de participation du mode dynamique $1$ dans la direction $X$ :

$$P_{1\mathrm{X}} = P_1 + P_2$$

- **réponse du mode $i$ au mouvement de l'appui $j$ en multi-appui**

$$Rm_{ij} = r_i P_{ij} \frac{A_{ij}}{\omega_i^2} \text{ avec } r_i = \phi_{\mathrm{Ni}}\, ou\, Fm_i$$

Modélisation $A$ :

$$A_{11} = \frac{a_1 freq_1^2}{|f_1^2 - freq_1^2|} \text{ : mode } 1 \text{, nœud } 1$$

$$A_{12} = \frac{a_2 freq_1^2}{|f_2^2 - freq_1^2|} \text{ : mode } 1 \text{, nœud } 2$$

$$A_{21} = \frac{a_1 freq_2^2}{|f_1^2 - freq_2^2|} \text{ : mode } 2 \text{, nœud } 1$$

$$A_{22} = \frac{a_2 freq_2^2}{|f_2^2 - freq_2^2|} \text{ : mode } 2 \text{, nœud } 2$$

Modélisation $B$ :

$$A_{11} = A_{12} = \frac{a_1 freq_1^2}{|f_1^2 - freq_1^2|} \text{ : mode } 1 \qquad A_{21} = A_{22} = \frac{a_1 freq_2^2}{|f_1^2 - freq_2^2|} \text{ : mode } 2$$

- **réponse du mode $i$ en mono-appui**

$$Rm_i = r_i P_i \frac{A_i}{\omega_i^2} \text{ avec } r_i = \phi_{\mathrm{Ni}}\, ou\, Fm_i$$

Réponses combinées des oscillateurs modaux

Réponse du mode $1$ : $Rm_1 = \phi_{N1} P_1 \dfrac{A_1}{\omega_1^2} = Rm_{11} + Rm_{12}$

Réponse du mode $2$ : $Rm_2 = \phi_{N2} P_2 \dfrac{A_2}{\omega_2^2} = Rm_{21} + Rm_{22}$

- **correction statique**
- modes statiques $u_j$ solution de $k_{xs} u_{sj} = m_{xs} \phi_{sj}$ :

modes $\psi$ réduits aux degrés de liberté de structure : $\Psi_{S1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ $\Psi_{S2}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

déplacements : $u_1=\frac{m}{25\mathrm{k}}\begin{pmatrix}0\\13\\12\\0\end{pmatrix}$ réactions nodales : $Fu_1=\frac{m}{25}\begin{pmatrix}-13\\3\\10\\-1\end{pmatrix}$

déplacements : $u_2=\frac{m}{25\mathrm{k}}\begin{pmatrix}0\\12\\13\\0\end{pmatrix}$ réactions nodales : $Fu_2=\frac{m}{25}\begin{pmatrix}-13\\3\\10\\-12\end{pmatrix}$

## 2.3 Incertitude sur la solution

Aucune (solution analytique exacte).

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le système est modélisé par :

- 3 éléments discrets `K_T_D_L`,
- 2 éléments discrets `M_T_D_N`.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 3 mailles `SEG2`.

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

### 3.3.1 Fréquences propres

| MODE | Référence | Tolérance $(\%)$ |
|---|---|---|
| 1 | 1.000E+00 | 0.1 |
| 2 | 2.236E+00 | 0.1 |

### 3.3.2 Modes statiques pour l’entraînement

Mode $1$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.4E+00 | 0.1 |
| $NO3$ | 0.6E+00 | 0.1 |

Mode $2$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.4E+00 | 0.1 |
| $NO3$ | 0.6E+00 | 0.1 |

### 3.3.3 Modes statiques pour la correction statique

Mode $1$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | 1.317E−02 | 0.1 |
| $NO3$ | 1.216E−02 | 0.1 |

Mode $2$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | 1.216E−02 | 0.1 |
| $NO3$ | 1.317E−02 | 0.1 |

### 3.3.4 Réponse globale sur base modale complète (calcul multi-appui décorrélé)

Les modes $1$ et $2$ sont pris en compte.

- **calcul** $n°1$

`COMB_MODE='SRSS'`

Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse de l'appui $j=1$ (nœud $NO1$ ) : $R_1=\sqrt{Rm_{11}^2+Rm_{21}^2}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse de l'appui $j=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=\sqrt{Rm_{12}^2+Rm_{22}^2}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_1^2+R_2^2}$ (cumul sur les appuis)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | **Tolérance** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $5.65E-03$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $5.65E-03$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°2$

`COMB_MODE='ABS'`

- réponse de l'appui $j=1$ (nœud $NO1$ ) : $R_1=|Rm_{11}|+|Rm_{21}|$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse de l'appui $j=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=|Rm_{12}|+|Rm_{22}|$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_1^2+R_2^2}$ (cumul sur les appuis)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | **Tolérance** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $6.476E-03$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $6.476E-03$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°3$

`COMB_MODE='DPC'`

- réponse de l'appui $j=1$ (nœud $NO1$ ) : $R_1=\sqrt{Rm_{11}^2+Rm_{21}^2}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse de l'appui $j=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=\sqrt{Rm_{12}^2+Rm_{22}^2}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_1^2+R_2^2}$ (cumul sur les appuis)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | ***Tolérance*** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $5.65E-03$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $5.65E-03$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°4$

  `COMB_MODE='CQC'`

  amortissements modaux = $0.05$

- réponse de l'appui $j=1$ (nœud $NO1$ ) : $R_1=\sqrt{\rho_{12}Rm_{11}Rm_{21}}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse de l'appui $j=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=\sqrt{\rho_{12}Rm_{12}Rm_{22}}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_1^2+R_2^2}$ (cumul sur les appuis)

déplacements absolus: $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | ***Tolérance*** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $5.65E-03$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $5.65157E-03$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°5$

  `COMB_MODE='DSC'`

  amortissements modaux = $0.05$
  durée : 15 s

- réponse de l'appui $j=1$ (nœud $NO1$ ) : $R_1=\sqrt{\rho_{12}Rm_{11}Rm_{21}}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse de l'appui $j=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=\sqrt{\rho_{12}Rm_{12}Rm_{22}}$ (cumul sur les modes $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_1^2+R_2^2}$ (cumul sur les appuis)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | ***Tolérance*** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $5.649E-03$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $5.6521E-03$ | $0.1$ |

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Le système est modélisé par :

- 3 éléments discrets `K_T_D_L`,
- 2 éléments discrets `M_T_D_N`.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 3 mailles `SEG2`.

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

### 4.3.1 Fréquences propres

| MODE | Référence | Tolérance (%) |
|---|---|---|
| 1 | 1.000E+00 | 0.1 |
| 2 | 2.236E+00 | 0.1 |

### 4.3.2 Modes statiques pour l'entraînement

Mode $1$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance (%) |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.6E+00 | 0.1 |
| $NO3$ | 0.4E+00 | 0.1 |

Mode $2$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance (%) |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.6E+00 | 0.1 |
| $NO3$ | 0.4E+00 | 0.1 |

### 4.3.3 Modes statiques pour la correction statique

Mode $1$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance (%) |
|---|---|---|
| $NO2$ | 1.317E−02 | 0.1 |
| $NO3$ | 1.216E−02 | 0.1 |

Mode $2$ : déplacements absolus $DEPL$

| NOEUD | Référence | Tolérance (%) |
|---|---|---|
| $NO2$ | 1.216E−02 | 0.1 |
| $NO3$ | 1.317E−02 | 0.1 |

### 4.3.4 Réponse globale sur base modale complète

#### 4.3.4.1 Calcul mono-appui

Les modes $1$ et $2$ sont pris en compte.

- **calcul** $n°1$

```
COMB_MODE='SRSS'
```

Pour chaque $ddl$ actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $1$ : $R_1 = Rm_{11} + Rm_{12}$
- réponse du mode $2$ : $R_2 = Rm_{21} + Rm_{22}$
- réponse globale : $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$ (cumul sur les modes)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | ***Tolérance*** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $1.01321\text{E}-02$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $1.01321\text{E}-02$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°2$

```
COMB_MODE='ABS'
```

- réponse du mode $1$ : $R_1 = Rm_{11} + Rm_{12}$
- réponse du mode $2$ : $R_2 = Rm_{21} + Rm_{22}$ r
- réponse globale : $R = |R_1| + |R_2|$ (cumul sur les modes)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | ***Tolérance*** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $0.01013$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $0.01013$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°3$

```
COMB_MODE='DPC'
```

- réponse du mode $1$ : $R_1 = Rm_{11} + Rm_{12}$
- réponse du mode $2$ : $R_2 = Rm_{21} + Rm_{22}$
- réponse globale : $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$ (cumul sur les modes)

déplacements absolus : $DEPL$

| **NOEUD** | **Référence** | ***Tolérance*** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $0.01013$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $0.01013$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°4$

  `COMB_MODE='CQC'`

  amortissements modaux = $0.05$

- réponse du mode $1$ : $R_1 = Rm_{11} + Rm_{12}$
- réponse du mode $2$ : $R_2 = Rm_{21} + Rm_{22}$
- réponse globale : $R = \sqrt{\rho_{12} R_1 R_2}$ (cumul sur les modes)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $0.01013$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $0.01013$ | $0.1$ |

- **calcul** $n°5$

  `COMB_MODE='DSC'`

  amortissements modaux = $0.05$
  durée : 15 secondes

- réponse du mode $1$ : $R_1 = Rm_{11} + Rm_{12}$
- réponse du mode $2$ : $R_2 = Rm_{21} + Rm_{22}$
- réponse globale : $R = \sqrt{\rho_{12} R_1 R_2}$ (cumul sur les modes)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $0.01013$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $0.01013$ | $0.1$ |

#### 4.3.4.2 Calcul multi-appui corrélé

- **calcul** $n°6$

  `COMB_MODE='SRSS'`

  Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $1$ : $R_1 = Rm_{11} + Rm_{12}$ (cumul sur les appuis)
- réponse du mode $2$ : $R_2 = Rm_{21} + Rm_{22}$ (cumul sur les appuis)
- réponse globale : $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$ (cumul sur les modes)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | **Tolérance** $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $1.01321\mathrm{E}-02$ | $0.1$ |
| $NO3$ | $1.01321\mathrm{E}-02$ | $0.1$ |

### 4.3.5 Réponse globale sur base modale incomplète (calcul mono-appui avec correction statique)

Base modale constituée du mode 2 seul.

- **calcul** $n°7$

```
COMB_MODE='ABS'
```

Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $i=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=Rm_{21}+Rm_{22}$ (cumul sur les appuis $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_2^2+U^2}$ (cumul réponse modale et correction statique)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.02302302705 | $0.001$ |
| $NO3$ | 0.02302302705 | $0.001$ |

- **calcul** $n°8$

```
COMB_MODE='SRSS'
```

Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $i=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=Rm_{21}+Rm_{22}$ (cumul sur les appuis $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_2^2+U^2}$ (cumul réponse modale et correction statique)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.02302302705 | $0.001$ |
| $NO3$ | 0.02302302705 | $0.001$ |

- **calcul** $n°9$

```
COMB_MODE='DPC'
```

Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $i=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=Rm_{21}+Rm_{22}$ (cumul sur les appuis $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_2^2+U^2}$ (cumul réponse modale et correction statique)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.02302302705 | $0.001$ |
| $NO3$ | 0.02302302705 | $0.001$ |

- **calcul** $n°10$

  `COMB_MODE='CQC'`

  amortissements modaux = $0.05$

Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $i=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=Rm_{21}+Rm_{22}$ (cumul sur les appuis $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_2^2+U^2}$ (cumul réponse modale et correction statique)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.02302302705 | $0.001$ |
| $NO3$ | 0.02302302705 | $0.001$ |

- **calcul** $n°11$

  `COMB_MODE='DSC'`

Pour chaque degré de liberté actif $2$ et $3$ :

- réponse du mode $i=2$ (nœud $NO4$ ) : $R_2=Rm_{21}+Rm_{22}$ (cumul sur les appuis $1$ et $2$ )
- réponse globale : $R=\sqrt{R_2^2+U^2}$ (cumul réponse modale et correction statique)

déplacements absolus : $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* |
|---|---|---|
| $NO2$ | 0.02302302705 | $0.001$ |
| $NO3$ | 0.02302302705 | $0.001$ |

# 5 Modélisation C

La modélisation C est purement fonctionnelle : elle sert à valider l'entrée de l'amortissement sous forme d'une matrice d'amortissement diagonale.
On reprend le calcul $n°4$ de la modélisation A (calcul multi-appui décorrélé par la méthode 'CQC').
Les valeurs de références sont bien évidemment les mêmes :

déplacements absolus: $DEPL$

| NOEUD | Référence | *Tolérance* $(\%)$ |
|---|---|---|
| $NO2$ | $5.65\mathrm{E}-03$ | $0.0001$ |
| $NO3$ | $5.65157\mathrm{E}-0$ | $0.0001$ |

Remarque :

*Ce test a été choisi car il possède des valeurs de référence claires et que le système est caractérisé par deux modes propres. On peut donc parfaitement déterminer la matrice d'amortissement de Rayleigh à partir de l'amortissement réduit $\xi$ des deux modes propres et de leurs pulsations propres ( $\omega_1$ et $\omega_2$ ) :*

$$C=\alpha K+\beta M \quad \text{avec } \alpha=\frac{2\xi}{\omega_1+\omega_2} \quad \text{et } \beta=\frac{2\xi\omega_1\omega_2}{\omega_1+\omega_2}$$

*Avant la projection des matrices structurelles (et la matrice d'amortissement en particulier) on a pris soin de préciser (dans la numérotation généralisée) que les matrices étaient diagonales. C'est nécessaire pour rester dans le cadre de l'amortissement classique auquel COMB_SISM_MODAL est restreint.*

# 6 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus avec *Code_Aster* sont conformes aux résultats analytiques de référence.