

## Bilan d'énergie en thermo-mécanique

---

### Résumé :

On présente dans cette documentation l'écriture du bilan d'énergie pour un calcul avec *Code\_Aster*. Le calcul du bilan d'énergie peut être activé dans les opérateurs `STAT_NON_LINE` [U4.51.03], `DYNA_NON_LINE` [U4.53.01] et `DYNA_VIBRA` [U4.53.03] sur base physique grâce à l'option `ENERGIE=_F()`. Cette fonctionnalité couvre donc les calculs thermo-hydro-mécaniques en quasi-statique et en dynamique. Sont exclus les calculs thermiques (opérateurs `THER_LINEAIRE`, `THER_NON_LINE` et `THER_NON_LINE_MO`) et les calculs modaux (opérateur `DYNA_VIBRA` sur base modale).

## Table des Matières

1 Calcul du bilan d'énergie d'un calcul.....	
1.1 Travail d'une force.....	3
1.2 Bilan d'énergie.....	4
1.3 Construction des différents termes d'énergie.....	5
1.3.1 Travail des forces extérieures.....	5
1.3.2 Travail des forces de liaison.....	5
1.3.3 Travail des forces d'amortissement.....	6
1.3.4 Énergie de déformation totale.....	6
1.4 Prise en compte d'un état initial.....	6
1.4.1 Cas des reprises à partir d'un état calculé au préalable.....	6
1.4.2 Cas d'un calcul avec un état initial explicitement donné.....	7
1.4.3 Etat énergétique initial.....	7
2 Aide à l'utilisation et applications.....	
2.1.1 Conseils.....	9
2.1.2 Quelques applications.....	9
2.1.2.1 Cas-test ssnp155a.....	9
2.1.2.2 Cas-test sdlv120a.....	11
2.1.2.3 Cas-test wtnv109a.....	12
3 Historique des versions du document.....	

## 1 Calcul du bilan d'énergie d'un calcul

Le bilan d'énergie d'un calcul peut être une information très utile. D'une part, il permet de porter un regard critique sur la qualité des résultats, au même titre qu'un résidu d'équilibre dans l'algorithme de Newton. D'autre part, il renseigne sur les phénomènes physiques mis en jeu et apporte des réponses aux questions suivantes : quelle est l'énergie transmise à mon système ? Que devient-elle ?

Pour ce faire, on établit dans ce qui suit l'écriture du bilan d'énergie pour un calcul avec *Code\_Aster* sur le modèle complet. Nous distinguons la nature de chaque terme d'énergie et nous attachons à définir sa provenance.

### 1.1 Travail d'une force

Considérons l'évolution à différents instants  $t_i$  d'un solide déformable soumis à une force extérieure variable  $\mathbf{F}(t)$ . Soit  $\mathbf{U}_i$  le champ de déplacement solution pour chaque instant  $t_i$  et  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}(t_i)$ . La courbe de l'effort extérieur en fonction du déplacement est donnée sur la Figure 1.1-1. Du point de vue énergétique, l'incrément de travail extérieur fourni au système entre deux instants consécutifs  $(t_0, t_1)$  représente l'aire sous la courbe, qui se calcule par la méthode des trapèzes :

$$A_1 = \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{F}(t) \cdot \dot{\mathbf{U}}(t) dt = \frac{\mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_1}{2} \cdot (\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_0) = \bar{\mathbf{F}}_1 \cdot \Delta \mathbf{U}_1 \quad (1)$$

où :

- $\bar{\mathbf{F}}_1$  représente la force moyenne sur l'incrément de temps (l'indice est choisi comme étant celui du temps de fin),
- $\Delta \mathbf{U}_1$  représente l'incrément de déplacement entre  $t_0$  et  $t_1$ .

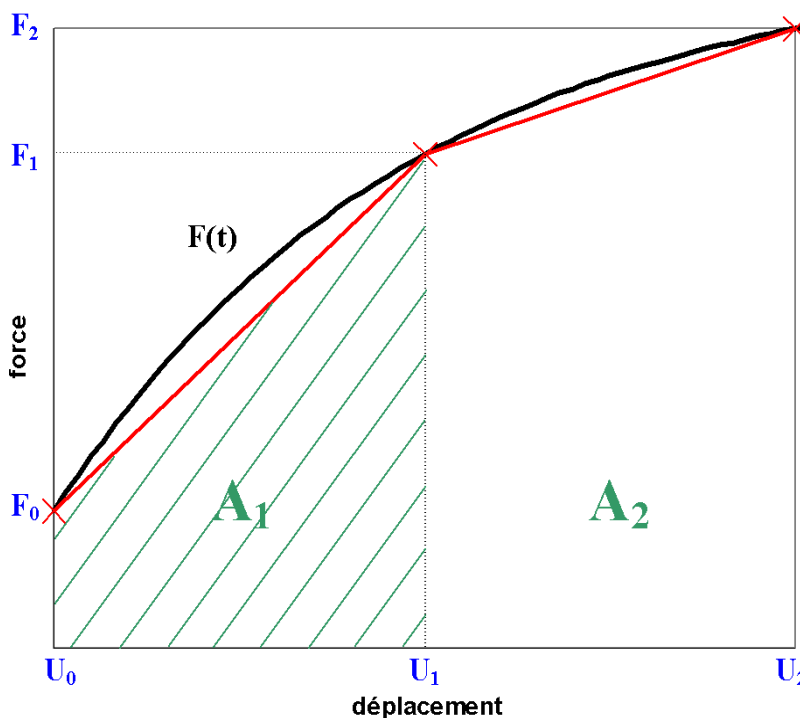


Figure 1.1-1: Courbe effort - déplacement.

L'incrément de travail d'une force quelconque peut donc être considéré comme le produit scalaire de deux vecteurs : la force moyenne sur le pas de temps et l'incrément de déplacement.

Cette méthode du calcul de l'incrément de travail d'une force est pratique dans le cadre de la simulation numérique, puisque la solution est connue à différents instants uniquement, correspondant à la discrétisation temporelle choisie.

## 1.2 Bilan d'énergie

Considérons l'équation d'équilibre dynamique d'un système sous sa forme discrétisée en espace :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{R}(\mathbf{U}(t), \dot{\mathbf{U}}(t), t) = \mathbf{L}(t) \quad (2)$$

où :

- $\mathbf{U}$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$  et  $\ddot{\mathbf{U}}$  sont les vecteurs des déplacements, vitesses et accélérations aux nœuds,
- $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{C}$  sont les matrices de masse et d'amortissement,
- $\mathbf{R}$  représente les forces internes (en élasticité linéaire, il s'agit du terme  $\mathbf{K}\mathbf{U}$ ), dont on a ôté ce qui est considéré comme les forces d'amortissement,
- $\mathbf{L}$  est le vecteur des efforts extérieurs.

Cette écriture, inspirée de [R5.05.05], est ici simplifiée par rapport à l'écriture originale qui fait intervenir des multiplicateurs de Lagrange pour les conditions aux limites de Dirichlet et les conditions unilatérales. Notons que la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}(t)$  peut dépendre du temps si sa construction est basée sur la matrice de raideur tangente et non pas élastique (option `AMOR_RAYL_RIGI` dans l'opérateur `DYNA_NON_LINE`).

Chaque terme de l'équation (2) est homogène à une force. L'évolution énergétique du système entre deux instants de calcul consécutifs  $t_0$  et  $t_1$  se traduit directement par le travail de chacune de ces forces. En reprenant les notations de grandeur moyenne et incrément de grandeur utilisées dans l'équation (1), on obtient :

- l'incrément d'énergie cinétique :

$$\Delta E_{cin} = \int_{\mathbf{U}_0}^{\mathbf{U}_1} (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}})^T d\mathbf{U} = \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}})^T \dot{\mathbf{U}} dt = \left[ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{U}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{U}} \right]_{t_0}^{t_1} = \bar{\dot{\mathbf{U}}}_1^T \mathbf{M} \Delta \dot{\mathbf{U}}_1 \quad (3)$$

On retrouve une expression identique à l'équation (1) en considérant comme force  $\mathbf{F} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}$ , l'opérateur  $\mathbf{M}$  étant supposé constant.

- l'incrément d'énergie dissipée par amortissement :

$$\Delta W_{amor} = \overline{\mathbf{C}(t)}^T \dot{\mathbf{U}}_1^T \cdot \Delta \mathbf{U}_1 \quad (4)$$

Comme la matrice d'amortissement peut être dépendante du temps, il faut évaluer la grandeur  $\mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{U}}$  à  $t_0$  et à  $t_1$ , puis en faire la moyenne. Cette étape est négligée dans `Code_Aster`, et on calcule en fait la grandeur suivante :

$$\Delta W_{amor} = \bar{\mathbf{U}}_1^T \mathbf{C}(t_1) \Delta \mathbf{U}_1 \quad (5)$$

L'énergie dissipée par amortissement est donc calculée de manière approchée.

- L'incrément d'énergie de déformation totale :

$$\Delta E_{tot} = \bar{\mathbf{R}}_1^T \Delta \mathbf{U}_1 \quad (6)$$

- L'incrément de travail des efforts extérieurs :

$$\Delta W_{ext} = \mathbf{L}_I^T \Delta \mathbf{U}_I \quad (7)$$

En présence de contact frottant, un terme d'effort supplémentaire apparaît dans l'équation d'équilibre, correspondant à la force de contact. Du point de vue énergétique, sa contribution se calcule aisément de manière similaire à ( 1 ), mais elle ne peut être prise en compte dans aucune des énergies définies ci-dessus. On crée donc une nouvelle énergie qui représente l'énergie emmagasinée et/ou dissipée par les forces de liaisons, que nous nommons  $\Delta W_{liai}$ . Le bilan d'énergie mécanique du système s'écrit alors :

$$\Delta W_{ext} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{tot} + \Delta W_{amor} + \Delta W_{liai} \quad (8)$$

Dans l'hypothèse où la résolution est strictement exacte, le terme de gauche est égal à la somme des termes de droite. Dans la réalité, le schéma numérique de résolution induit des écarts pour différentes raisons :

- l'algorithme de Newton est un algorithme de résolution itératif, dont la convergence est détectée lorsque le résidu d'équilibre relatif des forces est inférieur à un certain critère. Par définition, la solution trouvée est donc correcte à une tolérance près, ce qui crée inévitablement un écart d'équilibre dans le bilan des énergies. On peut alors améliorer le bilan d'énergie en durcissant le critère de convergence, mais la précision atteinte avec le critère par défaut est généralement satisfaisante.
- Parmi les schémas numériques d'intégration temporelle, seuls certains ne sont pas dissipatifs. Modifier les valeurs par défaut de ces schémas, tels que le schéma de Newmark, entraîne une dissipation numérique. L'utilisateur pourra se référer à la documentation [R5.05.05] pour plus d'informations sur la dissipation des schémas numériques d'intégration temporelle.

Le bilan d'énergie trouve ici une première utilité d'importance : il permet de quantifier l'énergie dissipée par le schéma numérique. Dans les calculs de chocs par exemple, il est courant d'utiliser des schémas numériques dissipatifs pour filtrer les hautes fréquences. On définit ainsi l'énergie dissipée par le schéma numérique :

$$\Delta W_{sch} = \Delta W_{ext} - \Delta E_{cin} - \Delta E_{tot} - \Delta W_{amor} - \Delta W_{liai} \quad (9)$$

## 1.3 Construction des différents termes d'énergie

Une énergie est considérée comme le travail d'une force. Numériquement, le calcul d'un terme d'énergie consiste tout d'abord à construire un vecteur global correspondant à la somme de toutes les forces dont la contribution au bilan d'énergie est stockée dans le même terme. Il existe de nombreux vecteurs de force dans *Code\_Aster*, et nous définissons dans cette partie ceux qui alimentent chacun des termes d'énergie.

### 1.3.1 Travail des forces extérieures

On définit comme travail extérieur le travail :

- de toutes les forces associées aux commandes `AFFE_CHAR_MECA` et `AFFE_CHAR_MECA_F`, à l'exception de `FORCE_SOL` comptabilisée dans le travail des forces de liaison,
- des forces issues du calcul par sous-structuration (utilisation de macro-éléments),
- de toutes les forces associées aux commandes `AFFE_CHAR_CINE` et `AFFE_CHAR_CINE_F`. Au sens strict du terme, la commande `AFFE_CHAR_CINE` permet de définir des conditions aux limites de déplacement imposé, dont le travail devrait être comptabilisé en tant qu'énergie de liaison. Pour des raisons pratiques, sa contribution est ajoutée au travail extérieur. En général, il est possible de récupérer la force correspondant à ce déplacement imposé. Certains cas peuvent néanmoins poser problème, comme par exemple le cas-test `ssnp155a` (voir § 2.1.2.1).

### 1.3.2 Travail des forces de liaison

On définit comme travail des forces de liaison le travail :

- des forces de contact et de frottement issues de la commande `DEFI_CONTACT`,
- de la force issue des éléments de frontière absorbante,

- de la force issue de l'option `FORCE_SOL` dans la commande `AFPE_CHAR_MECA`.

### 1.3.3 Travail des forces d'amortissement

On définit comme travail des forces d'amortissement le travail :

- de la force d'amortissement issue de la matrice d'amortissement (terme  $\mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} = (\alpha \mathbf{K} + \beta \mathbf{M})\dot{\mathbf{U}}$ ),
- de la force d'amortissement modal (mot-clé `AMOR_MODAL` dans les opérateurs de calcul).

### 1.3.4 Énergie de déformation totale

L'énergie de déformation totale regroupe toutes les contributions qui nécessitent d'intégrer une loi de comportement. Cela peut conduire à des choix arbitraires. Par exemple, on comptabilise dans l'énergie de déformation totale la contribution des éléments de joints ou des éléments cohésifs, bien qu'il serait plus naturel de les intégrer au calcul de l'énergie liée aux liaisons. De même, lorsqu'on utilise des lois de comportement pour représenter le contact avec les éléments discrets, la contribution est intégrée à l'énergie de déformation totale alors qu'elle serait plus à sa place dans l'énergie liée aux liaisons. La règle est que, lorsqu'il s'agit d'un comportement porté par des éléments finis définis dans le modèle, alors la contribution est ajoutée à  $E_{tot}$ .

## 1.4 Prise en compte d'un état initial

Considérons l'exemple d'un système masse-ressort soumis à un choc initial. Dans `Code_Aster`, l'utilisateur peut simplement donner une accélération initiale. Cela correspond à l'équation suivante :

$$\begin{aligned} m \ddot{u}(t) + k u(t) &= F(t) \\ u &= 0 \\ F &= 0 \\ \ddot{u} &\neq 0 \end{aligned}$$

avec comme conditions initiales :

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 \\ \dot{u}(0) &= 0 \\ F(0) &= 0 \\ \ddot{u}(0) &\neq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

On constate qu'il y a une incompatibilité : l'utilisateur fournit un état initial non équilibré. En toute rigueur, les équations de la dynamique étant du second ordre en temps, il ne peut y avoir qu'un déplacement ou une vitesse imposé à l'instant initial. Si on souhaite imposer une accélération initiale, il faudrait en principe donner la force qui équilibre l'équation du système. Le schéma numérique n'en a pas besoin car cela n'influe pas sur la résolution. Néanmoins, cela influe sur le calcul du bilan des énergies car sans cette force initiale, le bilan est incorrect. En effet, l'équilibre énergétique sur le premier pas de temps s'écrit alors :

$$\begin{aligned} W_{ext} &= E_{tot} + E_{cin} \\ W_{ext} &= 0 \\ E_{tot} &> 0 \\ E_{cin} &> 0 \end{aligned} \tag{11}$$

Il manque la contribution de la force extérieure qui correspond à cette accélération initiale. En la prenant en compte, on obtient alors un terme  $W_{ext}$  non nul.

Dans le cas général, le bilan d'énergie ne peut être correct que si le calcul démarre à partir d'un état équilibré. En l'absence d'état initial, cette condition est implicitement remplie. Une attention particulière doit donc être portée aux différentes possibilités d'introduire un état initial non vierge.

### 1.4.1 Cas des reprises à partir d'un état calculé au préalable

Dans cette partie, on s'intéresse des reprises à partir d'un état calculé au préalable, à savoir l'utilisation dans ETAT\_INIT des mots-clés :

- EVOL\_NOLI pour STAT\_NON\_LINE et DYNA\_NON\_LINE ,
- RESULTAT pour DYNA\_VIBRA.

Afin de calculer chacun des termes d'énergie de l'équation ( 8 ), il faut donc disposer au pas de reprise :

- des vecteurs nodaux de déplacement, vitesse et accélérations,
- des matrices de masse et d'amortissement,
- des forces internes résultant de l'état de contrainte,
- des vecteurs de forces  $\mathbf{F}_{ext}$ ,  $\mathbf{F}_{amor}$  et  $\mathbf{F}_{liai}$ .

Les vecteurs nodaux de déplacement, vitesse et accélération, ainsi que la matrice de masse et les forces internes, sont toujours disponibles. La matrice d'amortissement n'est en fait pas nécessaire puisqu'on utilise l'équation ( 5 ) pour évaluer l'énergie dissipée par amortissement, où cette matrice est évaluée à l'instant  $t_1$ . Seuls les trois derniers vecteurs de force nécessitent une attention particulière.

Les vecteurs  $\mathbf{F}_{amor}$  et  $\mathbf{F}_{liai}$  doivent avoir été archivés car il est impossible de les recréer. Ainsi, lorsqu'on active le calcul du bilan d'énergie, on active automatiquement l'archivage de deux champs nodaux supplémentaires dénommés FORC\_AMOR et FORC\_LIAI. Ces champs sont destinés à être relus en cas de reprise pour correctement initialiser le calcul du bilan d'énergie.

Enfin, concernant le vecteur  $\mathbf{F}_{ext}$  des forces extérieures, pour STAT\_NON\_LINE et DYNA\_NON\_LINE, il est recalculé au temps de reprise  $t_0$  conformément à l'équation ( 2 ) d'équilibre du système :

$$\mathbf{F}_{ext}(t_0) = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t_0) + \mathbf{C}(t_1)\dot{\mathbf{U}}(t_0) + \mathbf{R}(\mathbf{U}(t_0), \dot{\mathbf{U}}(t_0)) \quad (12)$$

Dans le cas d'un calcul avec DYNA\_VIBRA sur base physique, on sauvegarde directement la force extérieure FORC\_EXTE.

## 1.4.2 Cas d'un calcul avec un état initial explicitement donné

L'utilisateur peut être amené à fournir un état initial non vierge sous la forme d'une combinaison des champs suivants :

- un champ de déplacement (mot-clé DEPL )
- un champ de vitesse (mot-clé VITE )
- un champ d'accélération (mot-clé ACC E )
- un champ de contrainte (mot-clé SIGM )
- un champ de variables internes (mot-clé VARI )

La donnée des champs de déplacement, de vitesse et d'accélération est automatiquement gérée comme dans le cas d'un état initial issu d'un précédent calcul, à l'aide de l'équation ( 12 ). Notons que les schémas en temps des opérateurs de dynamique DYNA\_NON\_LINE et DYNA\_VIBRA sont amenés à calculer une accélération initiale si l'utilisateur n'en fournit pas. Ce cas est géré de la même manière. À titre d'exemple, dans le cas du système masse-ressort soumis à une accélération initiale, nous construisons le vecteur  $\mathbf{F}_{ext}$  initial suivant :

$$\mathbf{F}_{ext}(t_0) = m\ddot{\mathbf{u}}(t_0) \quad (13)$$

La donnée d'un champ de contrainte ou de variables internes est automatiquement gérée également, puisque ces grandeurs interviennent dans le calcul du terme  $\mathbf{R}(\mathbf{U}(t_0), \dot{\mathbf{U}}(t_0))$  de l'équation ( 12 ).

## 1.4.3 Etat énergétique initial

Il est important de noter que le bilan d'énergie est fourni sous forme incrémental e . Ainsi, il n'est possible de calculer qu'une variation des différents termes d'énergie entre deux instants de calcul. C'est d'ailleurs cette information qui est utile afin de connaître les différents transferts d'énergie. Lorsque l'état initial d'un calcul est fourni, il est impossible de calculer l'état énergétique initial. En conséquence, les différents termes du bilan d'énergie sont toujours initialisés à 0.



## 2 Aide à l'utilisation et applications

### 2.1.1 Conseils

Dans ce qui suit, nous indiquons quelques bonnes pratiques facilitant l'obtention d'un bilan d'énergie satisfaisant.

- **Utiliser un formalisme adapté**

L'ensemble des calculs présentés s'inscrit dans une configuration Lagrangienne. En effet, on fait intervenir un terme d'effort moyen sur le pas de temps, obtenu en sommant une force écrite au pas précédent avec une force écrite au pas courant. Cela ne pose pas de problème pour l'opérateur `DYNA_VIBRA`. Mais cela peut engendrer un bilan d'énergie incorrect pour `STAT_NON_LINE` et `DYNA_NON_LINE`, lorsque le formalisme employé défini sous le mot-clé facteur `COMPORTEMENT` est :

- `PETIT_REAC`
- `SIMO_MIEHE`

Dans ces deux cas, il est conseillé de faire de petits pas de temps pour limiter l'écart entre les configurations de calcul d'un pas de temps à l'autre.

- **Partir d'un état équilibré**

Une première précaution est de partir d'un état initial équilibré. L'équilibre est assuré en calculant la force extérieure  $F_{ext}$  qui équilibre l'état initial (voir § 1.4.1). Dans la majorité des cas, cela correspond à la réalité. Il est néanmoins vivement conseillé de partir d'un état déjà équilibré lorsque cela est possible.

- **Utiliser des critères de convergences adaptés**

Un autre point important à signaler est l'influence du critère de convergence sur la qualité du bilan d'énergie. La convergence du calcul est assurée à une tolérance près, à travers la valeur de `RESI_GLOB_RELA` ou `RESI_GLOB_MAXI`. Lorsque ce critère est trop lâche, la dissipation numérique peut devenir non négligeable. En cas de doute, il est conseillé de relancer le calcul avec un critère plus resserré, afin de vérifier que l'énergie dissipée par l'intégration diminue.

- **Préférer la commande `AFFE_CHAR_MECA` à la commande `AFFE_CHAR_CINE`**

La commande `AFFE_CHAR_CINE` est particulière. Elle consiste, lors de la résolution, à supprimer les degrés de liberté où un déplacement est imposé. Cette fonctionnalité est intéressante, puisqu'elle permet de réduire la taille du système à résoudre. Néanmoins, elle peut poser problème dans l'évaluation du bilan des énergies dans certaines conditions, certes assez rares. Un exemple est donné dans la partie 2.1.2.1.

### 2.1.2 Quelques applications

Dans cette partie, nous choisissons quelques cas-tests pour en décrypter le bilan d'énergie. Les calculs sont réalisés avec la version 11.1.12 de `Code_Aster`.

#### 2.1.2.1 Cas-test `ssnp155a`

Ce test modélise un emboutissage d'une tôle par un poinçon dans une matrice (figure 2.1.2.1-1). La structure est modélisée en déformations planes. On tient compte de la symétrie pour ne représenter qu'une moitié. Le poinçon et la matrice sont modélisés en éléments de bord, sur lesquels on impose un déplacement à l'aide de la commande `AFFE_CHAR_CINE`. On obtient alors en fin de calcul un bilan d'énergie manifestement incorrect, puisque  $W_{ext}$  est nul et puisque  $W_{sch}$  devrait être très faible par rapport aux autres termes d'énergie (tableau 2.1.2.1-1).

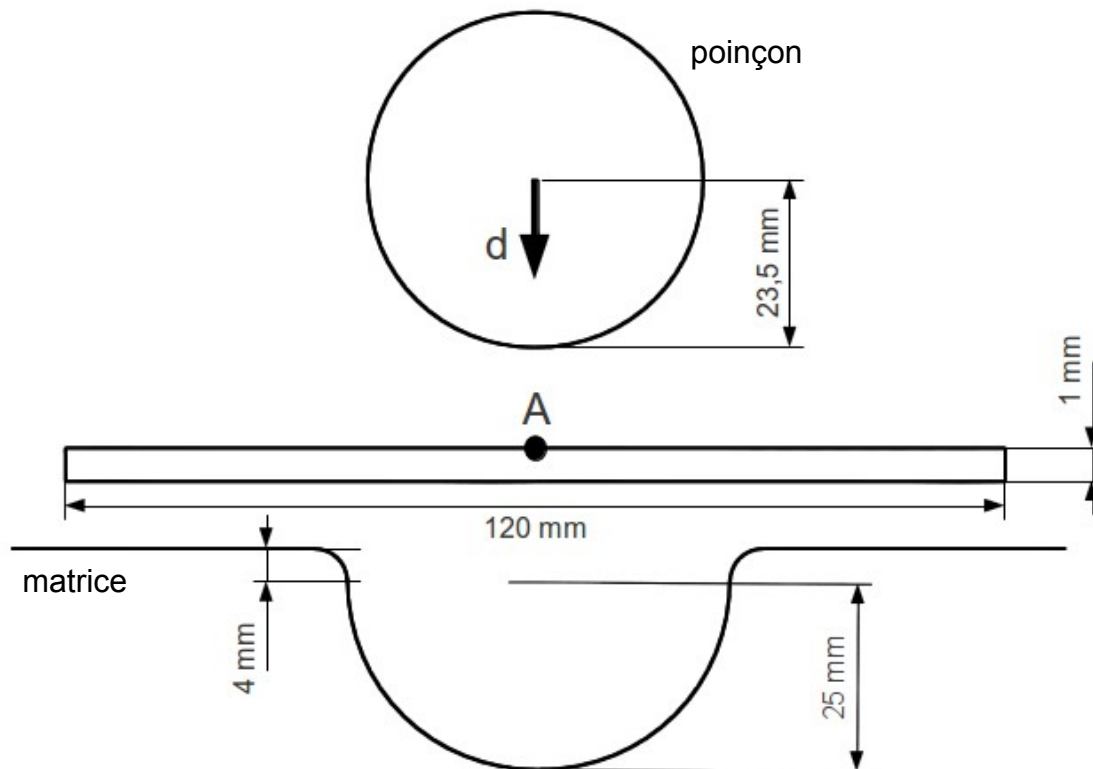


Figure 2.1.2.1-1: Géométrie du cas-test ssnp155a

$W_{ext}$	$E_{tot}$	$E_{cin}$	$W_{liai}$	$W_{sch}$
0	6,8808E+01	3,7883E-05	1,4873E-01	-6,8957E+01

Tableau 2.1.2.1-1 : Bilan d'énergie du cas-test ssnp155a en fin de calcul

L'explication est la suivante : le fait d'utiliser la commande `AFFE_CHAR_CINE` supprime de la résolution l'ensemble des degrés de liberté du poinçon. Pour calculer la contribution au travail extérieur des déplacements imposés via la commande `AFFE_CHAR_CINE`, on construit le vecteur des déplacements restreints aux nœuds sur lesquels un déplacement est imposé, et on utilise l'équation ( 1 ) avec comme force le vecteur des forces internes. Dans ce cas-test, le travail extérieur est uniquement celui dû au déplacement imposé du poinçon. Mais comme il n'est modélisé qu'avec des éléments de bord, qui n'ont pas de rigidité, leur contribution au vecteur des forces internes est nulle. On se trouve donc dans l'incapacité de récupérer la force qui correspond au déplacement imposé, et on obtient un travail extérieur nul.

Pour obtenir un bilan correct, il suffit d'utiliser la commande `AFFE_CHAR_MECA` pour imposer le déplacement. Avec celle-ci, afin de garantir le respect des conditions de déplacement imposé, des multiplicateurs de Lagrange sont construits correspondant en fait à la force à prendre en compte dans le calcul du travail extérieur. Une autre solution aurait été de mailler le poinçon afin de pouvoir y calculer les forces internes. Dans les deux cas, on aboutit alors au bilan d'énergie indiqué dans le tableau 2.1.2.1-2 ci-dessous :

$W_{ext}$	$E_{tot}$	$E_{cin}$	$W_{liai}$	$W_{sch}$
6,8979E+01	6,8808E+01	3,7883E-05	1,4873E-01	2,2804E-02

Tableau 2.1.2.1-2 : Bilan d'énergie avec utilisation de `AFFE_CHAR_MECA`

L'équilibre du bilan s'est nettement amélioré. Néanmoins, le terme  $W_{sch}$  reste significatif. C'est en fait dû à l'utilisation d'un schéma HHT dissipatif. Lorsqu'on utilise un schéma de Newmark non dissipatif, le terme  $W_{sch}$  devient négligeable par rapport aux autres énergies (tableau 2.1.2.1-3) :

$W_{ext}$	$E_{tot}$	$E_{cin}$	$W_{liai}$	$W_{sch}$
6,8947E+01	6,8872E+01	1,6589E-02	5,7774E-02	-1,4257E-08

Tableau 2.1.2.1-3 : Bilan d'énergie avec utilisation de AFFE\_CHAR\_MECA et d'un schéma non dissipatif

## 2.1.2.2 Cas-test sdlv120a

Ce cas-test, illustré sur la figure 2.1.2.2-1, modélise un barreau élastique infini dans lequel on crée une onde de compression en imposant un déplacement à l'une de ses extrémités. L'autre extrémité du barreau est affecté d'éléments paraxiaux élastiques d'ordre 0 destinés à appliquer des conditions absorbantes à la frontière du maillage, afin de rendre compte du milieu infini.

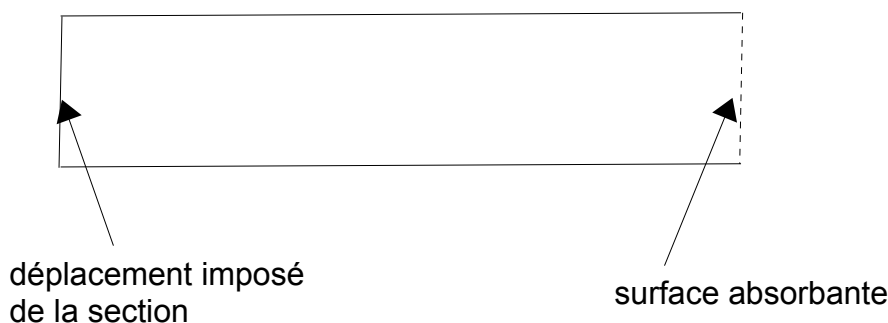


Figure 2.1.2.2-1: Géométrie du cas-test sdlv120a

On obtient alors l'évolution suivante représentée sur la figure 2.1.2.2-2 pour les différentes énergies mises en jeu :

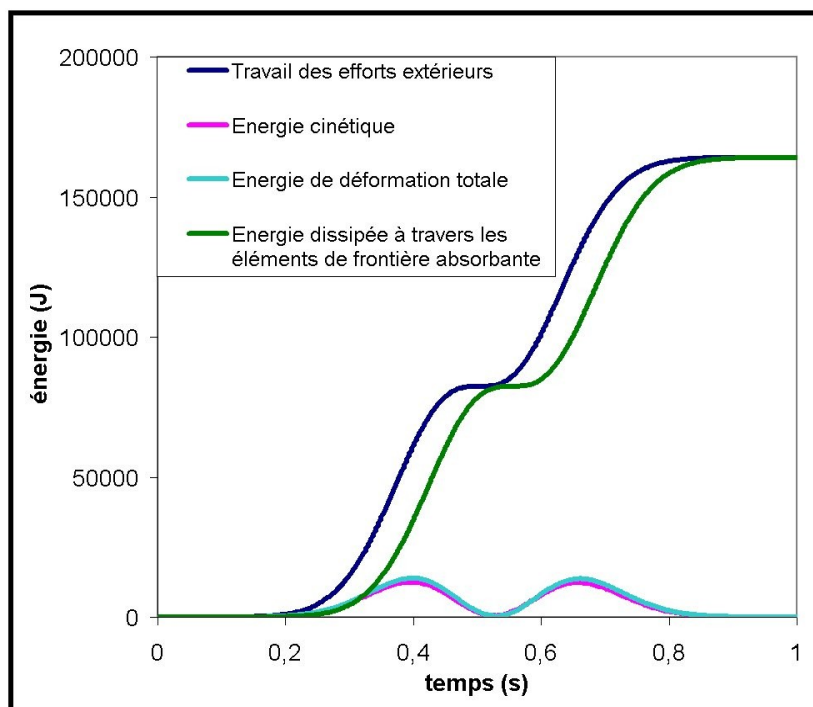


Figure 2.1.2.2-2: Évolution énergétique dans le cas-test sdlv120a

On observe que l'énergie apportée par l'extérieur se propage dans le barreau sous forme d'énergie de déformation totale et d'énergie cinétique avant d'être rapidement dissipée grâce aux éléments de frontière absorbante.

### 2.1.2.3 Cas-test wtnv109a

Ce cas-test modélise l'effet de la mécanique et de l'hydraulique sur la thermique. Un élément est étiré en lui imposant un déplacement dans la direction  $z$ , tout en lui appliquant une pression hydraulique constante, ce qui conduit à une diminution de sa température. Nous l'avons choisi pour illustrer l'influence du critère de convergence sur l'équilibre du bilan d'énergie.

Dans le tableau 2.1.2.3-1, on présente le bilan d'énergie avec la valeur par défaut du critère `RESI_GLOB_RELA`, à savoir  $1.E-6$ , puis pour une valeur de  $1.E-12$ .

<code>RESI_GLOB_RELA</code>	$W_{ext}$	$E_{tot}$	$W_{sch}$
1.E-6	1,1296E+02	1,1303E+02	-7,0833E-02
1.E-12	1,1303E+02	1,1303E+02	-2,3590E-12

**Tableau 2.1.2.3-1: Bilan d'énergie du cas-test wtnv109a**

On constate que l'écart d'équilibre, symbolisé par la valeur de  $W_{sch}$ , a été diminué d'un facteur 10.

## 3 Historique des versions du document

Version Aster	Auteur(s) ou contributeur(s), organisme	Description des modifications
11.1	L. Idoux EDF R&D AMA	