

## AHLV101 - Guide d'onde à sortie anéchoïque

---

### Résumé :

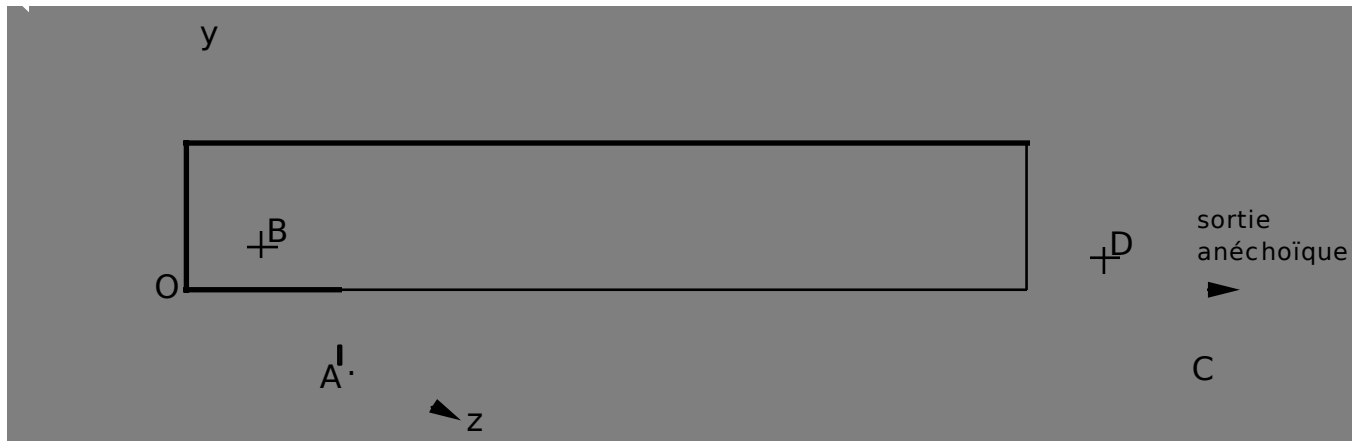
Un guide d'onde rectiligne à sortie anéchoïque, à parois rigides, dont le milieu de propagation est de l'air "normal", est excité par une onde incidente harmonique, normale à la face d'entrée. On calcule le champ de pression acoustique de la réponse harmonique en utilisant la formulation élasto-acoustique en pression-déplacement-potentiel des déplacements.

Les tests concernent 3 modélisations différentes (éléments finis élasto-acoustiques tridimensionnels, bidimensionnels et axisymétriques), ils permettent de valider les matrices de rigidité, de masse, d'impédance et du vecteur source pour les 3 modélisations.

Le résultat de référence provient d'un calcul analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Tube à section rectangulaire :

longueur :  $L = l_x = 1.0 \text{ m}$   
 hauteur :  $h = l_y = 0.1 \text{ m}$   
 largeur :  $l = l_z = 0.2 \text{ m}$

Coordonnées des points (en  $m$ ) :

|          | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>x</i> | 0.       | 0.       | 1.00     | 1.00     |
| <i>y</i> | 0.       | 0.05     | 0.       | 0.05     |
| <i>z</i> | 0.20     | 0.10     | 0.20     | 0.10     |

### 1.2 Propriétés des matériaux

Air :

$$\rho = 1.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargement

Pression d'onde incidente normale à l'entrée  $P_i = P_0 * e^{i\omega t}$  Avec  $P_0 = 1.0 \text{ Pa}$   
 Fréquence  $f = 500 \text{ Hz}$   
 Impédance à l'extrémité  $CD$   $Z = \rho c = 445.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les fréquences de l'excitation sont assez basses et conjointement le guide d'onde est suffisamment long par rapport à ses dimensions latérales pour qu'on se limite aux ondes planes : le phénomène est alors identique en tous points d'un plan d'onde, c'est-à-dire ne dépend pas des coordonnées décrivant les points de ce plan,  $y$  et  $z$  par exemple.

On donne dans cette hypothèse la solution générale bien connue des équations de l'acoustique pour les deux grandeurs **pression**  $p$  et **vitesse acoustique**  $v$  :

$$v = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad \text{éq 2.1-1}$$

$$p = \rho c \left[ f\left(t - \frac{x}{c}\right) - g\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \quad \text{éq 2.1-2}$$

Le guide est supposé fermé à l'extrémité d'abscisse  $L$  sur une impédance  $Z_L$  ; il se produit une réflexion au niveau de cette impédance, ce qui donne une onde de retour  $g$ .

En chaque point du guide, il y a alors superposition des deux fonctions  $f$  et  $g$  ; par définition même l'impédance terminale  $Z_L$  impose au point d'abscisse  $L$ , entre  $p$  et  $v$  la relation.

$$\frac{p_L}{v_L} = Z_L$$

Dans le cas harmonique  $f$  et  $g$  s'écrivent :

$$f\left(t - \frac{x}{c}\right) = I e^{i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)}$$
$$g\left(t + \frac{x}{c}\right) = R e^{i\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)}$$

où  $I$  et  $R$  sont déterminés par les conditions aux limites.

Dans le calcul de l'impédance  $Z = \frac{p}{v}$  en tout point  $x$  la variable temps cette fois s'élimine, conformément au calcul même des impédances et s'écrit :

$$Z(x) = Z_0 \frac{I e^{-i\omega \frac{x}{c}} - R e^{i\omega \frac{x}{c}}}{I e^{-i\omega \frac{x}{c}} + R e^{i\omega \frac{x}{c}}}$$

L'impédance terminale devient :

$$Z_L = Z_0 \frac{I e^{-i\omega \frac{L}{c}} - R e^{i\omega \frac{L}{c}}}{I e^{-i\omega \frac{L}{c}} + R e^{i\omega \frac{L}{c}}}$$

On appelle  $Z_0 = \rho c$  l'impédance itérative.

Sur la frontière fluide à l'entrée du guide la condition limite de type onde incidente imposée à  $P_i = P_0 e^{i\omega t}$ , s'obtient en écrivant à la frontière la relation linéaire suivante :

$$p - \rho c v_n = P_i \quad \text{éq 2.1-3}$$

où  $v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$  est la vitesse suivant la normale unitaire  $\mathbf{n}$  sortante du fluide.

On impose de plus à la sortie du guide une valeur d'impédance terminale  $Z_L = Z_0$  qui en fait une extrémité anéchoïque.

L'impédance terminale est égale à l'impédance itérative  $Z_0$  quand  $R=0$ , c'est-à-dire quand il n'y a pas d'onde de retour ; on a alors une onde **progressive** pure dans le sens de l'onde incidente, soit :

$$\begin{aligned} v &= I e^{i\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)} \\ p &= \rho c I e^{i\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)} \end{aligned}$$

ainsi la relation d'onde incidente imposée [éq 2.1-3] s'écrit :

$$p - \rho c v_n = p(x=0) + \rho c v(x=0) = 2 \rho c I e^{i\omega t}$$

d'où on identifie  $2 \rho c I e^{i\omega t} = P_i$  ; on en déduit l'expression de l'onde **progressive** de pression dans le guide lorsqu'on impose  $P_i$  à l'entrée du guide :

$$p = \frac{P_i}{2} e^{-i\omega \frac{x}{c}} = \frac{P_0}{2} e^{i\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)}$$

## 2.2 Résultats de référence

Pression aux points  $A$  ,  $B$  ,  $C$  ,  $D$  (pour les modélisations A, B, C).

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

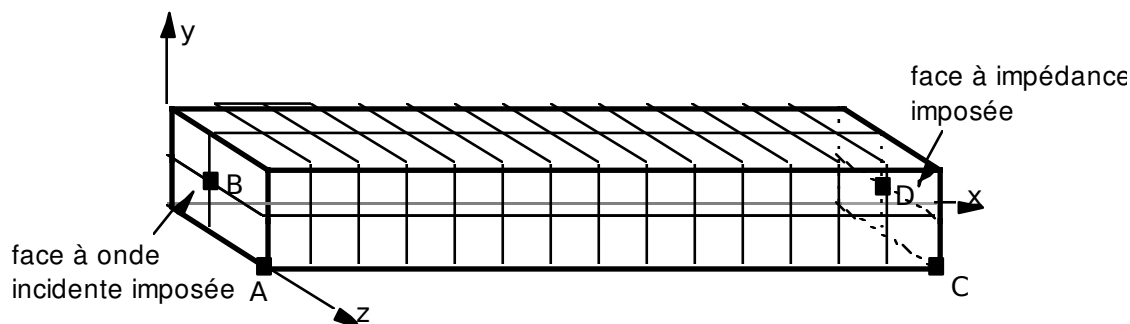
## 2.4 Références bibliographiques

1. F. STIFKENS "Introduction dans le Code\_Aster de condition limite de type onde incidente en vibro-acoustique - Rapport HP-61/95/026/

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potential des déplacements éléments '3D\_FLUIDE' (MEFL\_HEX20 et MEFL\_FACE8)



Découpage = 15 mailles HEXA20 selon l'axe des  $x$   
2 mailles HEXA20 selon l'axe des  $y$   
2 mailles HEXA20 selon l'axe des  $z$

Conditions limites :

ONDE\_FLUI: (GROUP\_MA: Entrée PRES: 1.0 )  
IMPE\_FACE: (GROUP\_MA: Sortie IMPE: 445.9)

Nom des nœuds  $A = No1$   $B = No780$   $C = No751$   $D = No763$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 471  
Nombre de mailles et types : 60 HEXA20 8 QUAD8

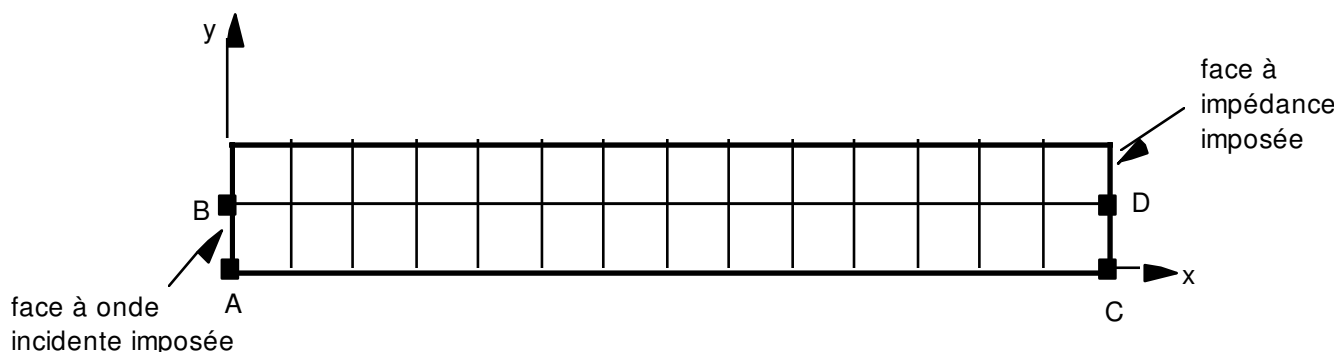
### 3.3 Valeurs testées

| Localisation | Grandeurs  | Référence |
|--------------|------------|-----------|
| $A$          | $p$ (réel) | 0.5       |
|              | $p$ (imag) | 0.0       |
| $B$          | $p$ (réel) | 0.5       |
|              | $p$ (imag) | 0.0       |
| $C$          | $p$ (réel) | -0.482466 |
|              | $p$ (imag) | -0.131252 |
| $D$          | $p$ (réel) | -0.482466 |
|              | $p$ (imag) | -0.131252 |

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression potentiel des déplacements éléments '2D\_FLUIDE' (MEFLSE3 et MEFLQU8)



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des  $x$   
2 mailles QUAD8 selon l'axe des  $y$

Conditions limites :

ONDE\_FLUI: (GROUP\_MA: Entrée PRES: 1.0 )  
IMPE\_FACE: (GROUP\_MA: Sortie IMPE: 445.9)

Nom des nœuds  $A = No1$   $B = No3$   $C = No751$   $D = No153$

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125  
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

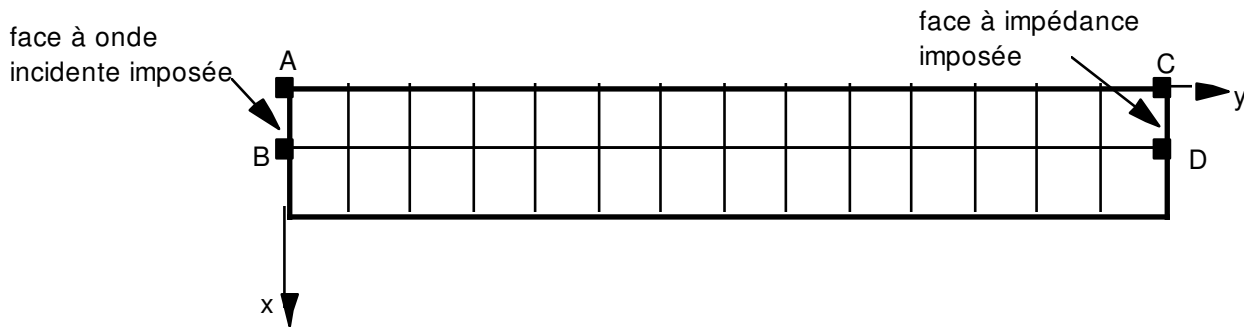
### 4.3 Valeurs testées

| Localisation | Grandeurs  | Référence | Aster               | % différence        |
|--------------|------------|-----------|---------------------|---------------------|
| $A$          | $p$ (réel) | 0.5       | 0.499997            | $6 \cdot 10^{-4}$   |
|              | $p$ (imag) | 0.0       | $1.2 \cdot 10^{-5}$ | -                   |
| $B$          | $p$ (réel) | 0.5       | 0.499997            | $6 \cdot 10^{-4}$   |
|              | $p$ (imag) | 0.0       | $1.2 \cdot 10^{-5}$ | -                   |
| $C$          | $p$ (réel) | -0.482466 | -0.482352           | $2.4 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $p$ (imag) | -0.131252 | -0.131670           | $3.2 \cdot 10^{-1}$ |
| $D$          | $p$ (réel) | -0.482466 | -0.482352           | $2.4 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $p$ (imag) | -0.131252 | -0.131670           | $3.2 \cdot 10^{-1}$ |

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potential des déplacements éléments 'AXIS\_FLUIDE' (MEAXFLS3 et MEAXFLQ8)



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des  $y$   
2 mailles QUAD8 selon l'axe des  $x$

Conditions limites :

ONDE\_FLUI: (GROUP\_MA: Entrée PRES: 1.0 )  
IMPE\_FACE: (GROUP\_MA: Sortie IMPE: 445.9)

Nom des nœuds  $A=No1$   $B=No3$   $C=No151$   $D=No153$

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125  
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

### 5.3 Valeurs testées

| Localisation | Grandeurs  | Référence | Aster               | % différence        |
|--------------|------------|-----------|---------------------|---------------------|
| $A$          | $p$ (réel) | 0.5       | 0.499997            | $6 \cdot 10^{-4}$   |
|              | $p$ (imag) | 0.0       | $1.2 \cdot 10^{-5}$ | -                   |
| $B$          | $p$ (réel) | 0.5       | 0.499997            | $6 \cdot 10^{-4}$   |
|              | $p$ (imag) | 0.0       | $1.2 \cdot 10^{-5}$ | -                   |
| $C$          | $p$ (réel) | -0.482466 | -0.482352           | $2.4 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $p$ (imag) | -0.131252 | -0.131670           | $3.2 \cdot 10^{-1}$ |
| $D$          | $p$ (réel) | -0.482466 | -0.482352           | $2.4 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $p$ (imag) | -0.131252 | -0.131670           | $3.2 \cdot 10^{-1}$ |



---

## 6 Synthèse des résultats

---

La discrétisation est forte puisqu'elle est d'environ 45 nœuds par longueur d'onde. C'est pourquoi nous obtenons des résultats d'une précision élevée : la pression calculée par *Code\_Aster* au point le moins favorable diffère de la valeur théorique de moins de 1%.

Il faut noter aussi que toutes les modélisations utilisées donnent des résultats identiques.