

FDLV106 - Calcul d'amortissement ajouté en écoulement annulaire

Résumé :

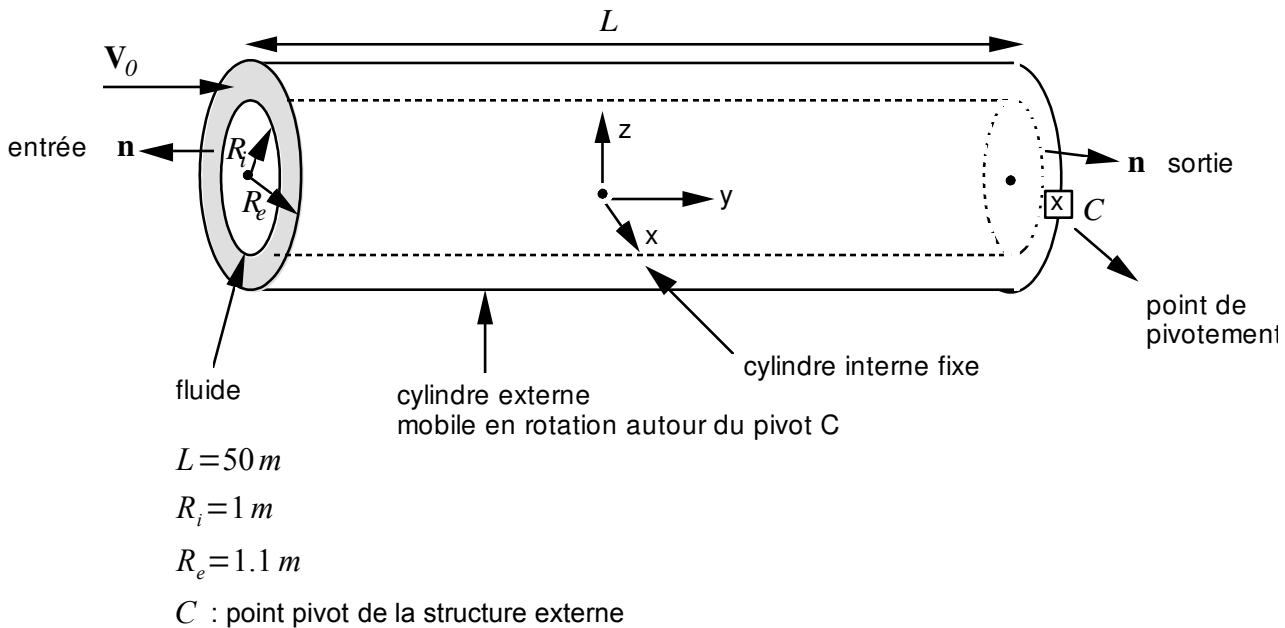
Ce test du domaine fluide/structure met en œuvre le calcul de masse et d'amortissement ajoutés sur une structure cylindrique soumise à un écoulement annulaire qu'on suppose potentiel. On calcule dans un premier temps masse et amortissement ajoutés par l'écoulement sur la structure pour différentes vitesses amont (4 m/s , 4.24 m/s et 6 m/s), ceci sur un modèle 3D pour le fluide et coque pour la structure. La structure a un déplacement de rotation autour d'un pivot situé à l'extrémité aval du cylindre par rapport à l'écoulement .

Les coefficients déterminés, on les affecte à un modèle discret équivalent à 1 ddl masse-ressort-amortisseur, sur lequel on effectue une analyse modale, afin de déterminer les fréquences propres complexes du système pour les différentes vitesses d'écoulement :

- 4 m/s : amortissement,
- 4.24 m/s : vitesse critique, amortissement nul,
- 6 m/s : amortissement négatif, flottement.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique $\rho_g = 1000 \text{ kg/m}^3$ (eau).

Structure : $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$; $E = 2.10^{11} \text{ Pa}$; $\nu = 0.3$ (acier).

1.3 Conditions aux limites et chargements

Fluide :

- pour simuler l'écoulement permanent, on impose sur la face d'entrée du fluide une vitesse normale de -4 m/s (par analyse thermique, on impose un flux de chaleur normal équivalent de -4),
- pour calculer la perturbation fluide apportée par le mouvement du cylindre externe Dirichlet en un nœud du fluide.

Structure :

on impose au cylindre externe un déplacement du type $\vec{X}_i = \left[\frac{L}{2} - y \right] \vec{z}$ aux nœuds du maillage de ce cylindre.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour le calcul des coefficients ajoutés :

on montre [bib1] que les coefficients de masse et d'amortissements ajoutés dépendent du potentiel permanent des vitesses fluides $\bar{\phi}$ ainsi que de deux potentiels fluctuants ϕ_1 et ϕ_2 : ces potentiels s'écrivent dans le cas du mouvement de rotation du cylindre externe autour du pivot C [bib1] :

$$\begin{aligned} \bar{\phi} &= V_0 y \\ \phi_1 &= \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \left[r + \frac{R_i^2}{r} y + \frac{L}{2} \right] \sin \theta \quad \text{avec } \mathbf{X}_i = \left[\frac{L}{2} - y \right] \mathbf{z} \\ \phi_2 &= \frac{R_e^2 V_0}{R_e^2 - R_i^2} \left[r + \frac{R_i^2}{r} \right] \sin \theta \end{aligned}$$

Or les coefficients modaux ajoutés projetés sur ce mode de rotation s'écrivent :

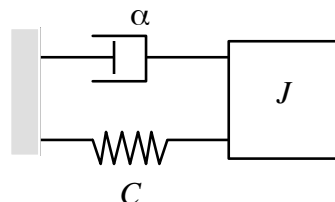
$$\begin{aligned} M_a &= \rho \int_{\text{cylindre externe}} \phi_1 \mathbf{X}_i \cdot \mathbf{n} \, dS \\ C_a &= \rho \int_{\text{cylindre externe}} (\phi_2 + \nabla \bar{\phi} \cdot \nabla \phi_1) (\mathbf{X}_i \cdot \mathbf{n}) \, dS \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} C_a &= -\rho \frac{V_0 R_e^3 \pi}{R_e^2 - R_i^2} \left[R_e + \frac{R_i^2}{R_e} \right] L^2 \\ M_a &= +\rho \frac{R_e^3}{R_e^2 - R_i^2} \left[R_e + \frac{R_i^2}{R_e} \right] \frac{L^3 \pi}{3} \end{aligned}$$

Pour le système à un degré de liberté équivalent :

Il s'agit d'un système masse-ressort-amortisseur représentant le mouvement de rotation du cylindre autour du pivot C aval.



- l'inertie du système mécanique soumis à l'écoulement s'écrit : $J = I + M_a$

où I est l'inertie du cylindre extérieur pivotant par rapport à l'axe Cx (cf figure ci-dessous) en air.

On montre [bib2] que cette inertie vaut :

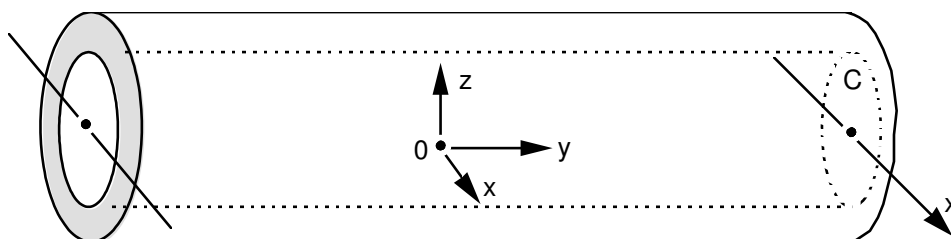
$$I = \frac{m}{6} (3 R_e^2 + 2 L^2)$$

où m est la masse du cylindre :

$$m = 2 \rho_s \pi R_e e L$$

où e est l'épaisseur du cylindre, L sa longueur totale.

ρ_s est la masse volumique du cylindre.



$$\text{ainsi } J = \frac{m}{6} (3 R_e^2 + 2 L^2) + \rho \frac{R_e^3}{R_e^2 - R_i^2} R_e + \frac{R_i^2}{R_e} \frac{L^3 \pi}{3}$$

- l'amortissement du système mécanique soumis à l'écoulement s'écrit : $\alpha = A + C_a$
où A est l'amortissement du système mécanique en air. Habituellement, A est égal à quelques % de l'amortissement critique du système : $A = 2\xi\sqrt{IK}$.
où I est l'inertie du cylindre en air calculé ci-dessus et K la rigidité du ressort au point de pivotement C . On prend l'amortissement réduit ξ égal à 1 %.

Ainsi, l'amortissement total du système sous écoulement s'écrit :

$$\alpha = \xi\sqrt{IK} - \rho V_0 \frac{R_e^3 \pi}{R_e^2 - R_i^2} R_e + \frac{R_i^2}{R_e} L^2$$

- la rigidité du système mécanique soumis à écoulement s'écrit : $K = K + K_a$
où K est la rigidité du ressort en air. K_a est la rigidité ajoutée par l'écoulement. On montre [bib1] que celle-ci est nulle sur ce mode de rotation.

$$K_a = 0$$

Ainsi la rigidité totale du système est indépendante de la vitesse d'écoulement.

$$K = K$$

- On calcule ensuite les modes complexes de ce système mécanique sous écoulement (vibrations libres amorties) :

$$J\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} + C\theta = 0$$

Les fréquences propres complexes de ce système s'écrivent [bib3] :

$$\Omega_{1ou2}^R = -\xi \omega \pm i \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\text{avec } \xi = \frac{\alpha}{2 J \omega} \quad \text{et} \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{J}} = \sqrt{\frac{K}{I + M_a}}$$

ξ : amortissement réduit du système

ω : pulsation propre.

- Applications numériques :

On a fait trois calculs d'amortissement ajouté correspondant à trois vitesses d'écoulement qui entraînent trois comportement vibratoires de la structure :

vitesse à 4 m/s
vitesse à 4.24 m/s
vitesse à 6 m/s

Les valeurs du système mécanique sont :

$$e = 2.10^{-2} m \quad L = 50 m \quad R_i = 1 m \quad R_2 = 1,1 m$$

$$I = 4.5 \cdot 10^7 kg \cdot m^2$$

$$A = 4.24 \cdot 10^8 N \cdot m \cdot rad^{-1} s$$

$$K = 10^{13} N \cdot m \cdot rad^{-1}$$

Les masse et amortissement ajoutés apportés par l'écoulement valent :

$$I_a = 1.66 \cdot 10^{10} kg \cdot m^2 \quad (\text{indépendant de la valeur de la vitesse d'écoulement})$$

Suivant la vitesse d'entrée du fluide, on a :

$V_0 = 4 m/s$	$C_a = -4.00 \cdot 10^8 N \cdot m \cdot rad^{-1} s$
$V_0 = 4.24 m/s$	$C_a = -4.24 \cdot 10^8 N \cdot m \cdot rad^{-1} s$
$V_0 = 6 m/s$	$C_a = -5.94 \cdot 10^8 N \cdot m \cdot rad^{-1} s$

Les amortissements du système fluide/structure s'écrivent :

- à $V_0 = 4 m/s$: $\alpha = 0.24 \cdot 10^8 N \cdot m \cdot rad^{-1} s$

L'écoulement n'amplifie pas les vibrations. L'amortissement structural interne est suffisamment important pour dissiper l'énergie apportée par l'écoulement à la structure. Le système est encore amorti.

- à $V_0 = 4.24 m/s$: $\alpha \approx 0$ (vitesse d'écoulement critique)

L'amortissement du système s'annule.

- à $V_0 = 6 m/s$: $\alpha = -1.5 \cdot 10^8 N \cdot m \cdot rad^{-1} s$ (l'écoulement amplifie les vibrations)

L'amortissement du système à cette dernière vitesse est négatif : le système entre alors en **instabilité de flottement**.

Les amortissements réduits correspondants s'écrivent :

$V_0 = 4 \text{ m/s}$	$\xi = 1.1 \cdot 10^{-4}$
$V_0 = 4.24 \text{ m/s}$	$\xi = 0$ (en théorie) $\xi = 1.380 \cdot 10^{-5}$ (avec les erreurs d'arrondi)
$V_0 = 6 \text{ m/s}$	$\xi = -6.6 \cdot 10^{-4}$

La pulsation propre reste quant à elle inchangée : $\omega = 12.5 \text{ Hz}$.

2.2 Résultats de référence

Résultat analytique.

2.3 Références bibliographique

- 1) ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le Code_Aster - HP-61/95/064
- 2) BLEVINS R.D : Formulas for natural frequency and mode shape. Ed. Krieger 1984
- 3) SELIGMANN D, MICHEL R : Algorithmes de résolution pour le problème quadratique [R5.01.02], Manuel de Référence Aster.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Pour le fluide :	480 mailles QUAD4 éléments de coques MEDKQU4
Pour le solide :	480 mailles QUAD4 éléments thermique THER_FACE4 sur les surfaces cylindriques 360 mailles QUAD4 éléments thermiques THER_FACE4 sur les faces d'entrée et de sortie du volume fluide 720 mailles HEXA8 éléments thermiques THER_HEX8 dans le volume annulaire fluide

3.2 Valeurs testées

	Identification	Référence
à $V_0 = 4 \text{ m/s}$	Mode n°1	
	fréquence	12.5 Hz
	amortissement réduit	$1.1 \cdot 10^{-4}$
à $V_0 = 4.24 \text{ m/s}$	Mode n°1	
	fréquence	12.5 Hz
	amortissement réduit	$1.380 \cdot 10^{-5}$
à $V_0 = 6 \text{ m/s}$	Mode n°1	
	fréquence	12.5 Hz
	amortissement réduit	$-6.60 \cdot 10^{-4}$

4 Synthèse des résultats

L'outil de calcul d'amortissement sous écoulement (hypothèse potentielle) a été validé sur le mode de rotation d'une structure cylindrique soumise à un écoulement annulaire. Il faut cependant noter [bib1] que la très bonne concordance entre le modèle semi-analytique proposé pour comparaison et le calcul numérique n'est obtenue que si le cylindre est suffisamment long.

En effet, le modèle semi-analytique n'est en fait qu'une solution approchée du problème posé.