

## COMP003 – Test de comportements spécifiques aux bétons. Simulation en un point matériel

---

### Résumé :

Ce test met en œuvre une simulation d'un trajet de chargement en contraintes ou en déformations en un point matériel, c'est-à-dire sur un modèle tel que les états de contraintes et de déformations sont homogènes à tout instant. Il permet ainsi de tester un certain nombre de modèles de comportement spécifiques aux bétons, dans le but de vérifier la robustesse de leur intégration numérique, leur insensibilité par rapport à un changement d'unités, la bonne prise en compte des variables de commande dont dépendent les coefficients du modèle, l'invariance par rapport à une rotation globale appliquée au problème.

Modélisation A : cette modélisation permet de valider le modèle `BETON_RAG` en 3D .

Modélisation B : cette modélisation permet de valider le modèle `BETON_UMLV` en 3D .

Modélisation C : cette modélisation permet de valider le modèle `BETON_BURGER` en 3D .

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

La géométrie générée automatiquement dans la macro-commande `SIMU_POINT_MAT` [U4.51.12] est unique et simple : il s'agit d'un tétraèdre de côté 1, aux nœuds desquels on applique des relations linéaires pour obtenir un état de contrainte et de déformation homogène.

### 1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques des matériaux sont définies via la commande `DEFI_MATERIAU`. Les caractéristiques élastiques sont :

- $E = 32\,000\text{ MPa}$ ,
- $\nu = 0.2$ ,

Les autres paramètres décrivant les lois ont été choisis à partir des cas-tests de Code\_Aster. Le tableau suivant résume l'ensemble des lois de Code\_Aster considérées et les paramètres associés :

| Modélisation | lois de comportement de Code_Aster | paramètres retenus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | test retenu pour le choix des paramètres                                                |
|--------------|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| A            | BETON_RAG                          | <code>COMP_BETON = 'ENDO_FLUA',</code><br><code>ENDO_MC = 1.95,</code><br><code>ENDO_MT = 2.00,</code><br><code>ENDO_SIGUC = 35.00 MPa,</code><br><code>ENDO_SIGUT = 3.18 MPa,</code><br><code>ENDO_DRUPRA = 0.15,</code><br># Unités MPa et MPa.Jour<br><code>FLUA_SPH_KR = 200000.0,</code><br><code>FLUA_SPH_KI = 20000.0,</code><br><code>FLUA_SPH_NR = 350000.0,</code><br><code>FLUA_SPH_NI = 2500000.0,</code><br><code>FLUA_DEV_KR = 100000.0,</code><br><code>FLUA_DEV_KI = 90000.0,</code><br><code>FLUA_DEV_NR = 2000000.0,</code><br><code>FLUA_DEV_NI = 3000000.0,</code> | <b>Valeurs non réalistes,</b><br>pour les besoins du test de vérification informatique. |
| B            | BETON_UMLV                         | <code>K_RS = 2.0E5 (MPa)</code><br><code>ETA_RS = 4.0E10 (MPa/s)</code><br><code>K_IS = 5.0E4 (MPa)</code><br><code>ETA_IS = 1.0E11 (MPa/s)</code><br><code>K_RD = 5.0E4 (MPa)</code><br><code>ETA_RD = 1.0E10 (MPa/s)</code><br><code>ETA_ID = 1.0E11 (MPa/s)</code>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Paramètres identiques au test SSNV163A                                                  |
| C            | BETON_BURGER                       | <code>K_RS = 2.0E5 (MPa)</code><br><code>ETA_RS = 4.0E10 (MPa/s)</code><br><code>ETA_IS = 1.0E11 (MPa/s)</code><br><code>K_RD = 5.0E4 (MPa)</code><br><code>ETA_RD = 1.0E10 (MPa/s)</code><br><code>ETA_ID = 1.0E11 (MPa/s)</code><br><code>ETA_FD = 0. (Mpa/s)</code><br><code>KAPPA = 3.0E-3</code>                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Paramètres identiques au test SSNV163D                                                  |

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

### 1.3.1 Caractéristiques du trajet de chargement

Le chargement proposé fait varier de manière découplée chaque composante du tenseur des déformations par étapes successives. On propose un trajet cyclique en charge-décharge en couvrant les états de traction et compression ainsi qu'une inversion des signes des cisaillements afin d'éprouver une large gamme de valeurs.

Schématiquement, il suit un parcours sur 8 segments  $[O-A-B-C-O-C'-B'-A'-O]$  où la seconde partie du trajet  $[O-C'-B'-A'-O]$  est symétrique par rapport à l'origine de la première  $[O-A-B-C-O]$ .

### 1.3.2 Application des sollicitations

On se ramène à l'étude d'un point matériel (en utilisant la macro-commande `SIMU_POINT_MAT [U4.51.12]`) en sollicitant un élément de manière homogène en imposant en 3D, les 6 composantes du tenseur de déformation :

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Pour une écriture plus générale, le tenseur des déformations imposé sera décomposé en une partie hydrostatique et déviatorique sur des bases de cisaillement :

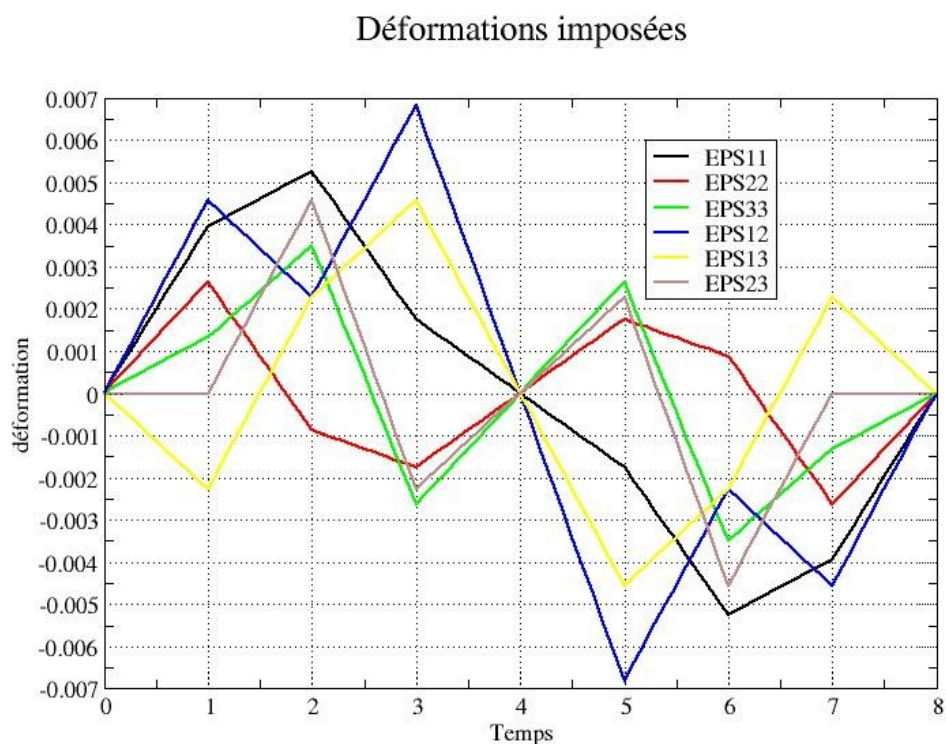
$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + d_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + d_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & 0 & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & 0 \end{bmatrix} \text{ en 3D}$$

### 1.3.3 Description du trajet de déformation imposée

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations appliquées sont calibrées vis à vis du module élastique :

| N° segment                           | 1     | 2     | 3     | 4   | 5     | 6     | 7      | 8   |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|-----|
| Segment                              | $O-A$ | $A-B$ | $B-C$ | $O$ | $C'$  | $B'$  | $A'$   | $O$ |
| $\epsilon_{xx} \times E$             | 787.5 | 1050  | 350   | 0   | -350  | -1050 | -787.5 | 0   |
| $\epsilon_{yy} \times E$             | 525.0 | -175  | -350  | 0   | 350   | 175   | 525    | 0   |
| $\epsilon_{zz} \times E$             | 262.5 | 700   | -525  | 0   | 525   | -700  | -262.5 | 0   |
| $\epsilon_{xy} \times E / (1 + \nu)$ | 700   | 350   | 1050  | 0   | -1050 | -350  | -700   | 0   |
| $\epsilon_{xz} \times E / (1 + \nu)$ | -350  | 350   | 700   | 0   | -700  | -350  | 700    | 0   |
| $\epsilon_{yz} \times E / (1 + \nu)$ | 0     | 700   | -350  | 0   | 350   | -700  | 0      | 0   |
| $P$                                  | 525   | 525   | -175  | 0   | 175   | -525  | -525   | 0   |
| $d1$                                 | 262.5 | 525   | 525   | 0   | -525  | -525  | -262.5 | 0   |
| $d2$                                 | 262.5 | -175  | 350   | 0   | -350  | 175   | -262.5 | 0   |

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :



## 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

## 2 Solution de référence

Ce test procède, pour chaque modélisation, à une inter-comparaison entre la solution de référence (obtenue avec un pas de temps fin), la solution avec une discrétisation moyennement grossière, la solution avec effet de la température (ou d'une autre variable de commande), la solution en changeant le système d'unités (  $Pa$  en  $MPa$  ), et celle obtenue après rotation.

### 2.1 Définition des cas-tests de robustesse

On propose 2 angles d'analyse pour tester la robustesse de l'intégration des lois de comportement :

- études de problèmes équivalents
- étude de la discrétisation du pas de temps

Pour chacun d'eux, on étudie l'évolution des écarts relatifs entre plusieurs calculs utilisant la même loi mais présentant des paramètres ou des options de calculs différentes. L'exploitation porte sur les invariants du tenseur des contraintes : trace du tenseur, contrainte de Von-Mises et les variables internes de nature scalaire.

Les critères de convergence globaux sont les valeurs prévues par défaut par Code\_Aster . (RESI\_GLOB\_RELA=10-6, ITER\_GLOB\_MAXI=10). On a adopté un schéma usuel de Newton pour la réactualisation de la matrice tangente :

- calcul de la matrice tangente de prédiction à chaque incrément convergé (REAC\_INC=1)
- calcul de la matrice tangente cohérente à chaque itération de Newton (REAC\_ITER=1) .

### 2.2 Études de problèmes équivalents

Pour une discrétisation grossière des trajets : 1 pas de temps pour chaque segment du trajet, la solution obtenue pour chaque loi est comparée à 2 problèmes strictement équivalents pour l'état du point matériel :

- $T_{pa}$  , même trajet avec un changement d'unité, on substitue les  $Pa$  aux  $MPa$  dans les données matériaux et les éventuels paramètres de la loi,
- $T_{rot}$  , trajet en imposant le même tenseur  $\bar{\epsilon}$  après une rotation :  ${}^tR \cdot \bar{\epsilon} \cdot R$  où  $R$  est une matrice de rotation, correspondant à une rotation de 30 degrés autour de l'axe  $Oz$  .

Pour chacun de ces problèmes, la solution (invariants des contraintes, variable interne scalaire) doit être identique à la solution de base, obtenue avec la même discrétisation en temps. La valeur de référence de l'écart est donc 0. Cela signifie en pratique que l'écart trouvé doit être de l'ordre de la précision machine soit environ  $1.E-15$  .

### 2.3 Étude de la discrétisation du pas de temps

On étudie le comportement de l'intégration des lois en fonction de la discrétisation. Pour une même modélisation, donc un comportement donné, on étudie ici deux discrétisations en temps différentes, en multipliant par 5 le nombre de pas du trajet de chargement. Ceci conduit à la discrétisation suivante :

| Calcul                                         | $T_1$ | $T_{réf}$ solution de référence |
|------------------------------------------------|-------|---------------------------------|
| Nombre d'intervalles par segment de chargement | 5     | 25                              |
| Nombre de pas total sur l'ensemble du trajet   | 40    | 200                             |

La solution de référence,  $T_{ref}$ , est celle obtenue pour  $N = 25$ , soit 200 pas pour la totalité du trajet. Ces solutions permettent de juger de la sensibilité aux grands pas de temps et de la robustesse de l'intégration.

On reporte au §3.3 les maxima des écarts entre les deux solutions pour l'ensemble du trajet de chargement.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est `BETON_RAG`, en 3D.

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

| Écarts max   | $T_{Pa}$ | $T_{rot}$ | $T_1$   | $T_{réf}$ |
|--------------|----------|-----------|---------|-----------|
| <i>VMIS</i>  | 1.0E-07  | 1.0E-07   | 1.0E-07 | 0         |
| <i>TRACE</i> | 1.0E-07  | 1.0E-07   | 1.0E-07 | 0         |

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est `BETON_UMLV`, en 3D.

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

| Précision    | $T_{Pa}$ | $T_{rot}$ | $T_1$ | $T_{réf}$ |
|--------------|----------|-----------|-------|-----------|
| <i>VMIS</i>  | 1.e-10   | 1.e-10    | 6e-04 | -         |
| <i>TRACE</i> | 1.e-10   | 1.e-10    | 1.e-1 | -         |

Remarque: On ne teste pas de variables internes, car elles sont la représentation tensorielle des déformations de fluage, donc les valeurs sont liées au repère de coordonnées choisi.

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est `BETON_BURGER`, en 3D. Ce modèle est implémenté sous Mfront.

### 5.2 Grandeurs testées et résultats

| Précision    | $T_{Pa}$ | $T_{rot}$ | $T_1$ | $T_{réf}$ |
|--------------|----------|-----------|-------|-----------|
| <i>VMIS</i>  | 1.e-10   | 4e-8      | 1e-8  | -         |
| <i>TRACE</i> | 1.e-10   | 5.e-9     | 1.e-9 | -         |

Remarque: On ne teste pas de variables internes, car elles sont la représentation tensorielle des déformations de fluage, donc les valeurs sont liées au repère de coordonnées choisi.

## 6 Synthèse

---

Pour le comportement `BETON_RAG`, les résultats sont satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (  $Pa$  et  $MPa$  )
- suite à une rotation, les résultats sont identiques.

Pour le comportement `BETON_UMLV_FP`, les résultats sont très satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (  $Pa$  en  $MPa$  )
- suite à une rotation, les résultats sont identiques
- les résultats convergent avec le pas de temps, et les schémas d'intégration permettent d'utiliser de grands pas de temps.

Pour le comportement `BETON_BURGER_FP`, les résultats sont très satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (  $Pa$  en  $MPa$  )
- suite à une rotation, les résultats sont identiques
- les résultats convergent avec le pas de temps, et les schémas d'intégration permettent d'utiliser de grands pas de temps.