

## COMP002 – Test de comportements visco-élasto-plastiques. Simulation en un point matériel

---

### Résumé :

Ce test met en œuvre une simulation d'un trajet de chargement en contraintes ou en déformations en un point matériel, c'est à dire sur un modèle tel que les états de contraintes et de déformations sont homogènes à tout instant. Il permet ainsi de tester un certain nombre de modèles de comportement visco-élasto-plastiques, dans le but de vérifier la robustesse de leur intégration numérique, leur insensibilité par rapport à un changement d'unités, la bonne prise en compte des variables de commande dont dépendent les coefficients du modèle, l'invariance par rapport à une rotation globale appliquée au problème, la justesse de la matrice tangente.

Modélisation A : cette modélisation permet de valider le modèle LEMAITRE en 3D.  
Modélisation B : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_CIN1\_CHAB en 3D.  
Modélisation C : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_CIN2\_CHAB en 3D.  
Modélisation D : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_ENDO\_LEMA en 3D.  
Modélisation E : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_TAHERI en 3D.  
Modélisation F : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_ISOT\_LINE en 3D.  
Modélisation G : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_ISOT\_TRAC en 3D.  
Modélisation H : cette modélisation permet de valider le modèle VISC\_CIN2\_MEMO en 3D.  
Modélisation I : cette modélisation permet de valider le modèle VISCOCHAB en 3D.  
Modélisation J : cette modélisation permet de valider le modèle MONOCRISTAL en CPLAN et en 3D.  
Modélisation K : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS\_JOHN\_COOK en 3D.  
Modélisation L : cette modélisation permet de valider le modèle HAYHURST en 3D.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

La géométrie (générée automatiquement dans la macro-commande `SIMU_POINT_MAT [U4.51.12]` est unique et simple : il s'agit en 3D d'un tétraèdre de côté 1, et en 2D d'un triangle de côté 1, aux nœuds desquels on applique des relations linéaires pour obtenir un état de contrainte et de déformation homogène.

### 1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques des matériaux sont définies pour chaque comportement via la commande `DEFI_MATERIAU`. Les caractéristiques élastiques et la limite d'élasticité retenues sont celles de l'acier standard 16MND5 :

- $E=200\,000\text{ MPa}$  ,  $\nu=0.3$  ,  $\sigma_y=437\text{ MPa}$ .

Les autres paramètres décrivant les lois ont été choisis à partir des cas-tests de Code\_Aster. Les deux tableaux suivants résument l'ensemble des lois de Code\_Aster considérées et les paramètres associés

Model.	lois viscoplastiques d'ASTER	paramètres retenus	test retenu pour le choix des paramètres
A	LEMAITRE	$m = 5.6$ $K_{inv}=1/K= 3.2841e-4$ $n = 11$	test ASTER ssna01a
B	VISC_CIN1_CHAB	$SY = 437.0;$ $R_{inf} = 758.0;$ $b = 2.3;$ $C_{inf} = 63767.0$ $\Gamma_0 = 341.0$ $1/m = 0$ $K_{inv}=1/K= 3.2841e-4$ $n = 11$	écrouissage : données 16MND5 autres paramètres : ssnv101c
C	VISC_CIN2_CHAB	$SY = 437.0;$ $R_{inf} = 758.0;$ $b = 2.3;$ $C_{1inf} = 63767.0/2.0$ $C_{2inf} = 63767.0/2.0$ $\Gamma_1 = 341.0$ $\Gamma_2 = 341.0$ $1/m = 0$ $1/K= 3.2841e-4$ $n = 11$	Ecrouissage données 16MND5 autres paramètres ssnv101c Choix cinématique $X_1+X_2= X$ de VMIS_CIN1_CHAB
D	VISC_ENDO_LEMA	$SY=0.0$ $N=12.0$ $UN\_SUR\_M=1/9.0$ $UN\_SUR\_K=1/2110.0$ $R\_D=6.3$ $A\_D=3191.0$	
E	VISC_TAHERI	$SY = 437.0;$ $S_{inf} = 758.0;$ $\alpha = 0.3;$ $m = 0.1;$ $a = 312.0;$ $b = 30.0;$	test ASTER ssnp101b

		c1 = -0.012; cinf = 0.065	
F	VISC_ISOT_LINE	SY=437 MPa, DSY=2024Mpa SIGM_0=6176. EPSI_0=3.31131121483e13 M=6.76	Test ssn129 pour la partie VISC_SINH Données matériau 16MND5 pour l'érouissage
G	VISC_ISOT_TRAC	courbe de traction à 100°C du 16 MND5 SIGM_0=6176. EPSI_0=3.31131121483e13 M=6.76	Test ssn129 pour la partie VISC_SINH Données matériau 16MND5 pour l'érouissage
H	VISC_CIN2_MEMO	R0=SY = 437.0; Q0 = 758.0-437.0; Qm=Q0+100 Mu=10 Eta=0.5 b = 2.3; C1inf = 63767.0/2.0 C2inf = 63767.0/2.0 Gam1 = 341.0 Gam2 = 341.0 1/m =0 1/K= 3.2841e-4 n = 11	Choix cinématique X1+X2= X de VMIS_CIN1_CHAB. Effet de mémoire.
I	VISCOCHAB	SY = 437.0; Rinf = 758.0; b = 2.3; C1inf = 63767.0/2.0 C2inf = 63767.0/2.0 Gam1 = 341.0 Gam2 = 341.0 1/m = 0 1/K= 3.2841e-4 n = 11 Q0 = 758.0-437.0; Qm=Q0+100 Mu=10 Eta=0.5	Érouissage :données 16MND5 autres paramètres ssnv101c Choix cinématique X1+X2= X de VMIS_CIN1_CHAB Effet de mémoire.
J	MONOCRISTAL	lois viscoplastiques d'ASTER	Paramètres plastiques issus de ssnv171.Paramètres orthotropes issus de SSLV120
K	VMIS_JOHN_COOK	YOUNG = 124000.e6; POISSON = 0.34; A=90.e6 B=292.e6 C=0.025 N_PUIS=0.31 M_PUIS=1.09 EPSI0=10000.0 TROOM=298.0 TMELT=1083.0	
L	HAYHURST	YOUNG = 145000.; POISSON = 0.34; BIGA=9,7E-8 DELTA1=1.0, DELTA2=0.0, BIGA=9.707593E-08, H1ST=0.33, H2ST=1.0, K=9.69	

		H1=3.E4, H2=-280.0, SIG0=27.9317, ALPHAD=0.5, EPS0=5.82516E-11	
--	--	---	--

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

### 1.3.1 Caractéristiques des trajets de chargement

Deux trajets de chargement ont été définis pour traiter les cas 3D et 2D plan. Ils sont communs à toutes les lois de comportement. Chacun d'eux respecte les critères suivants :

- une déformation plastique cumulée,  $p$ , de 4 à 5% sur l'ensemble du trajet,
- une augmentation de 1% de la déformation plastique cumulée  $p$  au cours d'une portion du trajet,
- en présence de viscosité, une vitesse de sollicitation en déformation respectivement de  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  et  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Celles-ci ont été évaluées de manière approximative en considérant une déformation équivalente de 5% sur l'ensemble du trajet : soit des temps de trajets de 50, 500 et 5000 secondes respectivement pour  $v1$ ,  $v2$  et  $v3$ . Les tests restitués correspondent à une vitesse de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

Ce calibrage a été mené sur la loi VMIS\_ISOT\_LINE, puis reporté sur les autres lois.

Le chargement proposé fait varier de manière découplée chaque composante du tenseur des déformations par étape successive. On propose un trajet cyclique en charge décharge en couvrant les états de traction et compression ainsi qu'une inversion des signes des cisaillements afin d'éprouver une large gamme de valeurs.

Schématiquement, il suit un parcours sur 8 segments [O-A-B-C-O-C'-B'-A'-O] où la seconde partie du trajet [O-C'-B'-A'-O] est symétrique par rapport à l'origine de la première [O-A-B-C-O].

### 1.3.2 Application des sollicitations

On se ramène à l'étude d'un point matériel (en utilisant la macro-commande SIMU\_POINT\_MAT [U4.51.12]) en sollicitant un élément de manière homogène en imposant :

- en 3D, les 6 composantes du tenseur de déformation :

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

- en 2D les trois composantes du tenseur

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix}$$

Pour une écriture plus générale, le tenseur des déformations imposé sera décomposé en une partie hydrostatique et déviatorique sur des bases de cisaillement :

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \epsilon_{xy} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ en 2D,}$$

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + d_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + d_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & 0 & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & 0 \end{bmatrix} \text{ en 3D.}$$



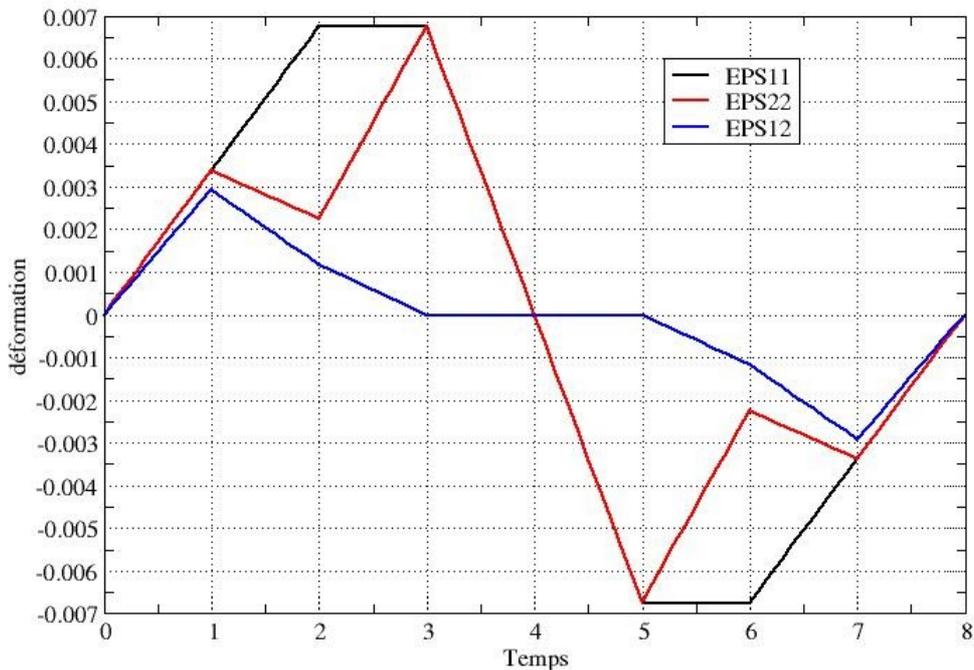
### 1.3.3 Description du trajet de déformation imposée en 2D

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations sont calibrées vis à vis du module élastique :

temps	1	2	3	4	5	6	7	8
Point de chargement	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>O</i>	<i>C'</i>	<i>B'</i>	<i>A'</i>	<i>O</i>
$E \cdot \varepsilon_{xx}$	675	1350	1350	0	-1350	-1350	-675	0
$E \cdot \varepsilon_{yy}$	675	450	1350	0	-1350	-450	-675	0
$\frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xy}$	450	180	0	0	0	-180	-450	0
$p$	675	900	1350		-1350	-900	-675	0
$d$	0	0	450	0	0	-450	0	0

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :

Déformations imposées



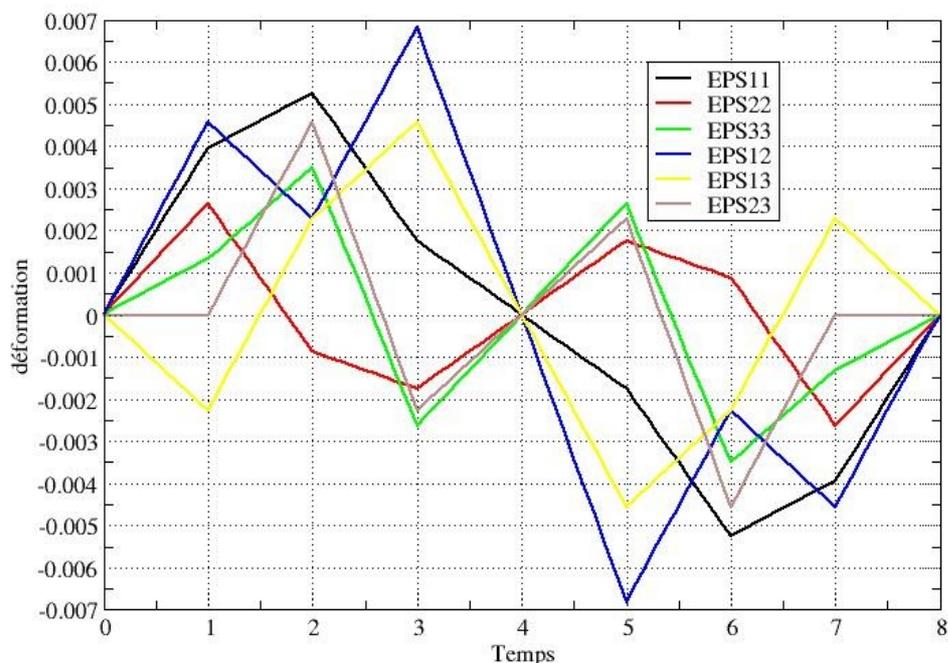
## 1.3.4 Description du trajet de déformation imposée en 3D

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations appliquées sont calibrées vis à vis du module élastique :

N° segment	1	2	3	4	5	6	7	8
Segment	$O-A$	$A-B$	$B-C$	$O$	$C'$	$B'$	$A'$	$O$
$E \cdot \varepsilon_{xx}$	787.5	1050	350	0	-350	-1050	-787.5	0
$E \cdot \varepsilon_{yy}$	525.0	-175	-350	0	350	175	525	0
$E \cdot \varepsilon_{zz}$	262.5	700	-525	0	525	-700	-262.5	0
$\frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xy}$	700	350	1050	0	-1050	-350	-700	0
$\frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xz}$	-350	350	700	0	-700	-350	700	0
$\frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{yz}$	0	700	-350	0	350	-700	0	0
$p$	525	525	-175	0	175	-525	-525	0
$d_1$	262.5	525	525	0	-525	-525	-262.5	0
$d_2$	262.5	-175	350	0	-350	175	-262.5	0

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :

Déformations imposées



## 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

## 2 Solution de référence

Ce test procède, pour chaque modélisation, à une inter-comparaison entre la solution de référence (obtenue avec un pas de temps très fin), la solution avec une discrétisation moyennement grossière, la solution avec effet de la température (ou d'une autre variable de commande), la solution en changeant le système d'unités ( $Pa$  en  $MPa$ ), et celle obtenue après rotation ou symétrie.

### 2.1 Définition des cas tests de robustesse

On propose 3 angles d'analyse pour tester la robustesse de l'intégration des lois de comportement :

- études de problèmes équivalents
- vérification de la matrice tangente
- étude de la discrétisation du pas de temps

Pour chacun d'eux, on étudie l'évolution les écarts relatifs entre plusieurs calculs utilisant la même loi mais présentant des paramètres ou des options de calculs différentes. L'exploitation porte sur les invariants du tenseur des contraintes : trace du tenseur, contrainte de Von-Mises et les variables internes de nature scalaire : généralement il s'agit de la plasticité cumulée.

Les critères de convergence globaux sont les valeurs prévues par défaut par Code\_Aster. ( $RESI\_GLOB\_RELA=10^{-6}$ ,  $ITER\_GLOB\_MAXI=10$ ). On a adopté un schéma usuel de Newton pour la réactualisation de la matrice tangente :

- calcul de la matrice tangente de prédiction à chaque incrément convergé ( $REAC\_INC=1$ )
- calcul de la matrice tangente cohérente à chaque itération de Newton ( $REAC\_ITER=1$ ).

### 2.2 Etudes de problèmes équivalents

Pour une discrétisation grossière des trajets : 1 pas de temps pour chaque segment du trajet, la solution obtenue pour chaque loi est comparée à 3 problèmes strictement équivalents pour l'état du point matériel :

- $Tpa$ , même trajet avec un changement d'unité, on substitue les  $Pa$  aux  $MPa$  dans les données matériaux et les éventuels paramètres de la loi,
- Trot, trajet en imposant le même tenseur  $\bar{\epsilon}$  après une rotation :  $R\bar{\epsilon}R^T$  où  $R$  est une matrice de rotation. Pour le cas 2D, l'angle de rotation sera  $\alpha=0.9$  radian, pour la configuration 3D, on a choisi les angles d'Euler avec les valeurs arbitraires  $\{\psi=0.9$  radian  $\theta=0.7$  radian et  $\phi=0.4$  radian  $\}$ ,
- Tsym, trajet en imposant le tenseur  $\bar{\epsilon}$  après une symétrie : permutation des axes  $x$  et  $y$  en 2D, permutation de  $x$  en  $y$ ,  $y$  en  $z$  et  $z$  en  $x$  en 3D.

Pour chacun de ces problèmes, la solution (invariants des contraintes, déformation plastique équivalente cumulée) doit être identique à la solution de base, obtenue avec la même discrétisation en temps. La valeur de référence de l'écart est donc 0. Cela signifie en pratique que l'écart trouvé doit être de l'ordre de la précision machine soit environ  $1.E-15$ .

### 2.3 Test de la matrice tangente

On teste également pour chaque comportement la matrice tangente, par différence avec la matrice obtenue par perturbation. Là encore, la valeur de référence est 0.

### 2.4 Etude de la discrétisation du pas de temps

On étudie le comportement de l'intégration des lois en fonction de la discrétisation. Pour une même modélisation, donc un comportement donné, on étudie ici plusieurs discrétisations en temps différentes, en multipliant par 5 le nombre de pas du trajet de chargement. Dans la référence [1], la discrétisation est poussée jusqu'à 3125 incréments par segment sur le même principe. Ici, pour limiter la durée des tests, on se limite à 3 raffinements successifs. Ceci conduit à la discrétisation suivante :

Nombre d'intervalles par segment de chargement	5	25
Nombre de pas total sur l'ensemble du trajet	40	200
Calcul	T1	Tréf solution de référence

La solution de référence,  $T_{réf}$ , est celle obtenu pour  $N=25$ , soit 200 pas pour la totalité du trajet. Ces différentes solutions permettent de juger de la sensibilité aux grands pas de temps et de la robustesse de l'intégration.

Pour faire apparaître la vitesse de convergence en fonction du pas de temps, on reporte ici les solutions présentées dans [1], jusqu'à 3125 pas de temps pour chacun des 8 segments du trajet de chargement.

## 2.4.1 Loi LEMAITRE

Ecarts	N1	N5	N25	N125	N625	N3125
V1_N	3.15e-02	3.00e-02	1.35e-02	3.25e-03	5.74e-04	0.00e+00
VMIS	1.64e-02	1.33e-02	3.58e-03	7.95e-04	1.38e-04	0.00e+00
TRAC	2.25e-14	2.22e-14	2.18e-14	2.39e-14	3.36e-14	0.00e+00
SIXX	4.70e-02	4.09e-02	1.05e-02	2.16e-03	3.64e-04	0.00e+00
SIYY	2.30e-01	1.87e-01	4.64e-02	9.71e-03	1.65e-03	0.00e+00
SIZZ	9.71e-02	7.43e-02	1.78e-02	3.79e-03	6.47e-04	0.00e+00
SIXY	4.70e-02	7.04e-02	2.74e-02	5.40e-03	9.05e-04	0.00e+00
SIXZ	2.45e-01	2.23e-01	5.76e-02	1.19e-02	2.01e-03	0.00e+00
SIYZ	1.92e-01	1.36e-01	4.41e-02	9.03e-03	1.53e-03	0.00e+00

## 2.4.2 Loi VISC\_CIN1\_CHAB $\nu=10^{-5}$

Ecarts (A2)	N1	N5	N25	N125	N625	N3125
V1_N	3.53e+00	1.14e+00	2.45e-01	4.78e-02	7.98e-03	0.00e+00
VMIS	7.83e-02	5.64e-02	2.35e-02	5.52e-03	9.60e-04	0.00e+00
TRAC	1.33e-14	1.37e-14	1.33e-14	1.18e-14	2.25e-14	0.00e+00
SIXX	1.27e-01	6.25e-02	2.89e-02	6.93e-03	1.21e-03	0.00e+00
SIYY	2.51e-01	9.65e-02	5.05e-02	1.26e-02	2.23e-03	0.00e+00
SIZZ	2.51e-01	4.71e-02	2.04e-02	5.53e-03	9.91e-04	0.00e+00
SIXY	1.32e-01	6.54e-01	2.32e-01	5.35e-02	9.32e-03	0.00e+00
SIXZ	9.85e-02	7.60e-02	3.21e-02	7.63e-03	1.34e-03	0.00e+00
SIYZ	6.24e+00	1.62e+00	9.91e-02	1.71e-02	3.05e-03	0.00e+00

## 2.4.3 Loi VISC\_CIN2\_CHAB $\nu=10^{-5}$

Ecart (A2)	N1	N5	N25	N125	N625	N3125
V1_N	3.53e+00	1.14e+00	2.45e-01	4.78e-02	7.98e-03	0.00e+00
VMIS	7.83e-02	5.64e-02	2.35e-02	5.52e-03	9.60e-04	0.00e+00
TRAC	1.33e-14	1.37e-14	1.33e-14	1.18e-14	2.25e-14	0.00e+00
SIXX	1.27e-01	6.25e-02	2.89e-02	6.93e-03	1.21e-03	0.00e+00
SIYY	2.51e-01	9.65e-02	5.05e-02	1.26e-02	2.23e-03	0.00e+00
SIZZ	2.51e-01	4.71e-02	2.04e-02	5.53e-03	9.91e-04	0.00e+00
SIXY	1.32e-01	6.54e-01	2.32e-01	5.35e-02	9.32e-03	0.00e+00
SIXZ	9.85e-02	7.60e-02	3.21e-02	7.63e-03	1.34e-03	0.00e+00
SIYZ	6.24e+00	1.62e+00	9.91e-02	1.71e-02	3.05e-03	0.00e+00

## 2.4.4 Loi VISC\_TAHERI $\nu=10^{-5}$

Ecart (A2)	N1	N5	N25	N125	N625	N3125
V1_N	3.30e-02	4.17e-02	2.04e-02	5.14e-03	9.19e-04	0.00e+00
VMIS	8.29e-02	2.87e-02	7.27e-03	1.52e-03	2.59e-04	0.00e+00
TRAC	6.79e-14	6.78e-14	6.80e-14	6.70e-14	8.73e-14	0.00e+00
SIXX	8.71e-02	3.26e-02	8.47e-03	1.78e-03	3.03e-04	0.00e+00
SIYY	1.36e-01	5.39e-02	1.82e-02	4.69e-03	8.40e-04	0.00e+00
SIZZ	6.04e-02	3.26e-02	1.47e-02	3.85e-03	6.92e-04	0.00e+00
SIXY	1.68e+00	7.74e-01	2.08e-01	4.43e-02	7.57e-03	0.00e+00
SIXZ	5.37e-01	2.97e-01	9.61e-02	2.17e-02	3.77e-03	0.00e+00
SIYZ	2.43e-01	5.68e-01	3.11e-01	7.77e-02	1.38e-02	0.00e+00

## 2.5 Références bibliographiques

1. P.LEVASSEUR : « Tierce Maintenance Applicative du code\_Aster » Vérification de la robustesse et de la fiabilité de l'intégration de lois de comportement dans ASTER. Rapport PRINCIPIA RET.693.127.01 Décembre 2006.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est LEMAITRE , en 3D.

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D ,  $\Theta=1$  .

Écarts (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
V1_P	0	0	0	2.7	2.1	0
VMIS	0	0	0	7.1	0.1	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente,  $\Theta=1$

Écarts	N25
Max ( Ktgte – Kpert )	5.E-9

Modélisation 3D ,  $\Theta=0.5$

Écarts (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
V1_P	0	0	0	36	1.2	0
VMIS	0	0	0	10.97	3	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente,  $\Theta=0.5$

Écarts	N25
Max ( Ktgte – Kpert )	3.E-8

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VISC\_CIN1\_CHAB , en 3D.

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N10	N25	N50
Vl_P	0	0	0	42.5	10.9	0
VMIS	0	0	0	3	1.1	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	N25
Max (Ktgte – Kpert)	2.2E-4

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est `VISC_CIN2_CHAB`, en 3D.

### 5.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N10	N25	N50
V1_P	0	0	0	42.5	10.9	0
VMIS	0	0	0	3	1.1	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	N25
Max ( Ktgte – Kpert )	2.12E-4

## 6 Modélisation D

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VENDOCHAB , en 3D.

### 6.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
Vl_P	0	0	0	2.7	1.9	0
VMIS	0	0	0	6.9	0.7	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	N25
Max (Ktgte – Kpert)	0.07

## 7 Modélisation E

---

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est `VISC_TAHERI`, en 3D.

### 7.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Ecart (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
V1_P	0	0	0	3.3	2.2	0
VMIS	0	0	0	7.6	2.2	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écart	N25
Max (K <sub>tgte</sub> – K <sub>pert</sub> )	2.6 E-5

## 8 Modélisation F

---

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VISC\_ISOT\_LINE , en 3D.

### 8.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Ecart (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
Vl_P	0	0	0	2.5	0.96	0
VMIS	0	0	0	0.62	0.16	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Ecart	N25
Max (Ktgte - Kpert)	1.6 10 <sup>-6</sup>

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est `VISC_ISOT_TRAC`, en 3D.

### 9.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Ecart (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
V1_P	0	0	0	2.5	0.96	0
VMIS	0	0	0	1.1	0.12	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écart	N25
Max (K <sub>tgte</sub> – K <sub>pert</sub> )	$7.3 \cdot 10^{-7}$

## 10 Modélisation H

---

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VISC\_CIN2\_MEMO , en 3D.

### 10.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_Pa	T_sym	T_ro t	N1	N5	N25
v1_p	0	0	0	2.65	0.72	0
VMIS	0	0	0	0.073	0.037	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	N25
Max (Ktgte – Kpert)	$1.16 \cdot 10^{-4}$

## 11 Modélisation I

---

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VISCOCHAB , en 3D.

### 11.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Ecart (%)	T_Pa	T_sym	T_rot	N1	N5	N25
V13_p	0	0	0.647	2.64	0.72	0
VMIS	0	0	0.0497	0.0734	0.037	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écart	N25
Max ( Ktgte – Kpert )	$2.0 \cdot 10^{-4}$

#### Remarque :

Pour ce comportement il subsiste une erreur dans le cas de la rotation.

## 12 Modélisation J

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est MONOCRISTAL , en C\_PLAN et en 3D.

### 12.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation C\_PLAN :

Écarts (%)	T_Pa	T_rot	N1	N5	N25
V44_p	0	0	0.009	0.008	0
VMIS	0.022	0	0.022	0.004	0
TRACE	0.024	0	0.008	0.018	0

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_Pa	T_rot	N1	N5	N25
V13_p	0	0	0.07	0.02	0
VMIS	0	0.	0.13	0.018	0
TRACE	0	0	0.4	0.1	0

Matrice tangente 3D:

Écarts	N25
Max (Ktgte – Kpert)	0.024

#### Remarque :

La précision dans le cas C\_PLAN est moins bonne que dans le cas 3D pour la cas de charge « Pa ». Cela s'explique par le fait que l'algorithme de De Borst ne conduit à la solution exacte qu'après un nombre relativement important d'itérations. Pour éviter d'augmenter le temps CPU de ce test, les itérations (et le critère d'arrêt) de la méthode De Borst sont ici prises par défaut.

Les autres valeurs sont satisfaisantes (bonne convergence, et pas de problème de robustesse même pour de grands pas de temps).

Ce test permet en particulier de valider la rotation pour ce comportement anisotrope.

## 13 Modélisation K

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS\_JOHN\_COOK , en 3D.

### 13.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
ER_V1_Pa_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_V1_Th_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_V1_sym_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_V1_rot_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_V1_N1	ANALYTIQUE	0.0	0.1
ER_V1_N5	ANALYTIQUE	0.0	0.01
ER_V1_N25	ANALYTIQUE	0.0	0.01
ER_VMIS_Pa_1	ANALYTIQUE	0.0	1.6E-15
ER_VMIS_Th_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_VMIS_sym_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_VMIS_rot_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_VMIS_N1	ANALYTIQUE	0.0	1.1E-15
ER_VMIS_N5	ANALYTIQUE	0.0	1.1E-15
ER_VMIS_N25	ANALYTIQUE	0.0	0.01
ER_TRACE_Pa_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_TRACE_Th_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_TRACE_sym_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_TRACE_rot_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_TRACE_N1	ANALYTIQUE	0.0	1.8E-15
ER_TRACE_N5	ANALYTIQUE	0.0	1.2E-15
ER_TRACE_N25	ANALYTIQUE	0.0	0.010
MAT_DIFF	ANALYTIQUE	0.0	3.3E-10

## 14 Modélisation L

### 14.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est HAYHURST , en 3D. Pour ce comportement, la seule méthode d'intégration disponible actuellement est RUNGE\_KUTTA. On ne teste donc pas de matrice tangente.

### 14.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
ER_V7_Pa_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_V7_Th_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_V7_sym_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_V7_rot_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_V7_N10	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_V7_N30	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_V7_N60	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_VMIS_Pa_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_VMIS_Th_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_VMIS_sym_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_VMIS_rot_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_VMIS_N10	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_VMIS_N30	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_VMIS_N60	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10
ER_TRACE_Pa_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_TRACE_Th_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_TRACE_sym_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_TRACE_rot_1	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_TRACE_N10	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_TRACE_N30	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-5
ER_TRACE_N60	ANALYTIQUE	0.0	1.0E-10

## 15 Synthèse

---

Pour l'ensemble des comportements visco-élasto-plastiques testés, les résultats sont satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (  $Pa$  en  $MPa$  ), ou bien suite à une rotation ou une symétrie du chargement
- les résultats convergent correctement avec le pas de temps, et les schémas d'intégration sont robustes, puisqu'ils permettent d'utiliser de grands pas de temps. Signalons toutefois pour ces modèles mettant en œuvre une viscosité une plus grande sensibilité au pas de temps que pour les modèles élasto-plastiques.
- les matrices tangentes sont correctes car similaires aux matrices tangentes calculées par perturbation.