FORMA08 - Travaux pratiques de la formation « Utilisation avancée » : Poutre DCB 3D élastique

Résumé :

Ce test 3D en quasi-statique, entre dans le cadre de la validation de la propagation de fissure par modèle cohésif. Une poutre DCB est chargée en traction.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère ici une poutre dite double Cantilever tridimensionnelle dont la géométrie est présentée ci-dessous. Elle présente une fissuration initiale du quart de sa longueur.

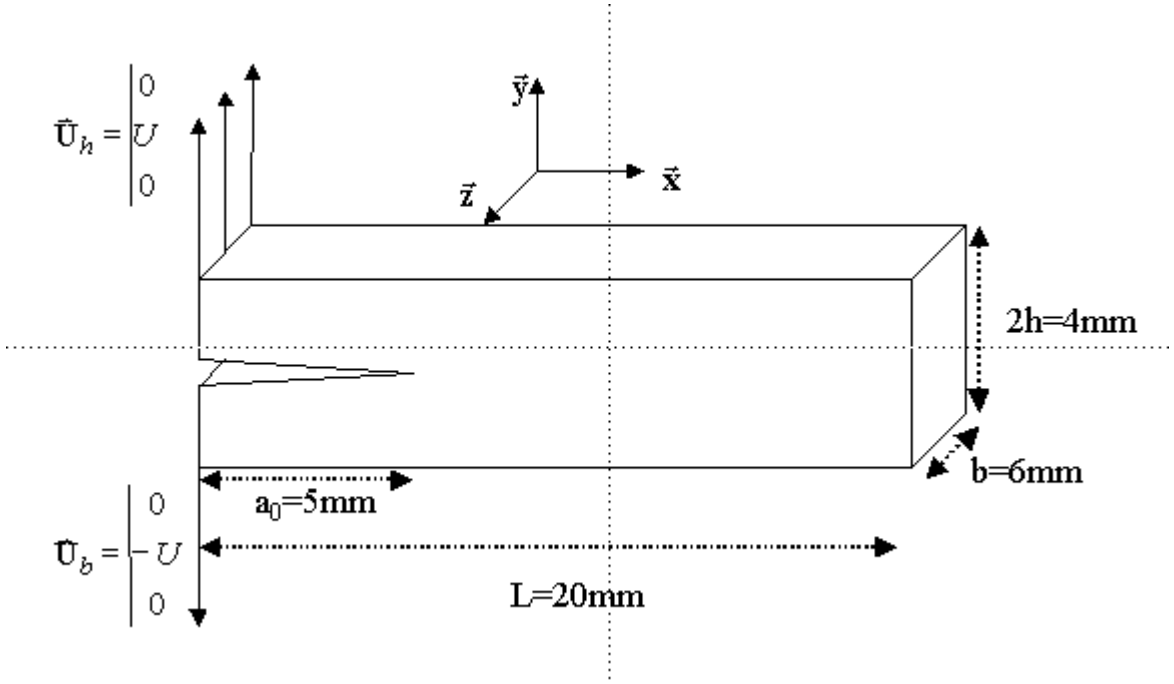

Figure 1.1 : géométrie

1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau de la poutre est supposé isotrope élastique linéaire avec les caractéristiques suivantes :

- Module d'Young : $E = 100\text{MPa}$ (oui, c'est très très faible !)
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$
- Energie de fissuration : $G_C = 0,9\,MPa.m^{-1}$
- Contrainte critique de fissuration : $\sigma_c = 4\text{MPa}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose un déplacement purement vertical des faces latérales gauche de la DCB.
En prenant en compte la symétrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la DCB.
Il faut alors ajouter la condition de symétrie comme condition limite du problème.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode utilisée pour la solution de référence

Il existe une solution analytique approchée à la fissuration de ce type de poutre en traction (mode I pur), déterminée par la méthode dite de la complaisance.
Cette solution se base sur la théorie des poutres. Si l'on considère la DCB suffisamment élancée et les déformations suffisamment petites, les équations de Bernoulli peuvent être appliquées. La flèche U s'exprime alors en fonction du moment fléchissant M_f par la relation :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial^2 x}=\frac{m_f}{EI}=\frac{Fx}{EI}\Rightarrow U(x)=\frac{F}{EI}\left(\frac{x^3}{6}-\frac{a^2}{2}x+\frac{a^3}{3}\right)$$

avec a la longueur de fissure, $I=\frac{b\,h^3}{12}$ le moment quadratique de la poutre, et F la force appliquée sur les faces latérales.
La complaisance (rapport entre l'ouverture et la force nécessaire à la provoquer) s'exprime donc :

$$C=\frac{U(0)}{F}=\frac{a^3}{3\mathrm{EI}}$$

Le taux de restitution d'énergie associé à une fissure de longueur a s'exprime par conséquent :

$$G=\frac{F^2}{2\mathrm{b}}\frac{dC}{da}=\frac{9\mathrm{EI}}{2\mathrm{ba}^4}U^2$$

En supposant la propagation de fissure stable et suivant la loi de Griffith, il est possible de déterminer la longueur de fissure en fonction du chargement.

$$a=\left(\frac{9\mathrm{EI}}{2\mathrm{bG}_c}\right)^{\frac{1}{4}}U^{\frac{1}{2}}$$

En combinant les formules de la flèche et de la longueur de fissure, on obtient alors l'expression de la force :

$$F=\frac{(EI)^{\frac{1}{4}}(2\mathrm{b}G_c)^{\frac{3}{4}}}{(3\mathrm{U})^{\frac{1}{2}}}$$

Cette relation est approximative du fait des hypothèses et également du fait qu'elle ne répond par exactement aux hypothèses des zones cohésives (mais de Griffith pur). On peut toutefois la considérer comme une base de comparaison aux résultats expérimentaux.

2.2 Résultats de référence

Avec les valeurs numériques de l'énoncé, on trouve analytiquement les résultats suivants :
$U=10\mathrm{mm}\Rightarrow F=4{,}86\,N$
$U=10{,}651\,mm\Rightarrow F=4{,}71\,N$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A : ELEMENTS 3D_JOINTS

3.1 Déroulement du TP

Le fichier de commande correspondant aux demandes est fourni : fichier forma08a.comm.
Toutefois, il est préférable d'utiliser le fichier à compléter.

3.1.1 Maillage

En prenant en compte la symétrie de la géométrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la poutre DCB.
Pour plus de rapidité, un maillage linéaire comprenant uniquement des hexaèdres HEXA8 est fourni (forma08a.med).
Les groupes utiles de ce maillage sont les suivants :

- volume de la DCB : groupes de mailles DCB_1 et DCB_2
- volume de la zone cohésive : groupe de mailles DCB_J
- application du déplacement : groupe de mailles et groupe de nœuds DCB_GB (correspondant au côté $X=0$ de la face de chargement), contenant un groupe de nœuds NO7 (utile pour récupérer le déplacement)
- application de la symétrie : groupe de mailles JOINT_B

Il est également possible de recréer un maillage libre en HEXA8 et PENTA6 pour cette étude ; il faudra alors veiller à plusieurs points :

- définir une zone additionnelle, d'épaisseur faible 1 élément qui représentera la couche d'éléments cohésifs
- définir les groupes de mailles nécessaires à l'application du déplacement
- définir les groupes de mailles surfaciques représentant les lèvres inférieures et supérieures de la zone cohésive.

3.1.2 Calcul mécanique

Réaliser le calcul en utilisant la loi cohésive CZM_EXP_REG et des éléments 3D_JOINT .
On réalisera le calcul jusqu'à un déplacement imposé de 10 mm par incrément de 0.05 mm .

3.1.3 Calcul de la force

Récupérer la force nodale, la tracer en fonction du déplacement imposé, et comparer aux résultats théoriques.

3.1.4 Visualisation de la déformée

Imprimer au format MED les résultats du calcul mécanique, sur les mailles volumiques (ne pas insérer les mailles de joint) et visualiser la déformée.

3.1.5 Influence de la loi de comportement

Réaliser le même calcul et les mêmes post-traitements en utilisant la loi cohésive CZM_LIN_REG .
Comparer les résultats

3.2 Grandeurs testées et résultats

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Référence	% tolérance
Force nodale pour un déplacement imposé de 10 mm	4,86 N	1,0%

Tableau 3.1 : Résultats pour la Modélisation A

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B : ELEMENTS 3D_INTERFACE_S

4.1 Déroulement du TP

Le fichier de commande correspondant aux demandes est fourni : fichier forma08b.comm.
Toutefois, il est préférable d'utiliser le fichier à compléter.

4.1.1 Maillage

En prenant en compte la symétrie de la géométrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la poutre DCB.
Pour plus de rapidité, un maillage linéaire comprenant uniquement des hexaèdres HEXA8 est fourni (forma08b.med).
Les groupes utiles de ce maillage sont les suivants :

- volume de la DCB : groupes de mailles DCB_1 et DCB_2
- volume de la zone cohésive : groupe de mailles DCB_J
- application du déplacement : groupe de mailles DCB_GB, contenant un groupe de nœuds NO7 (utile pour récupérer le déplacement)
- application de la symétrie : groupe de mailles JOINT_B

4.1.2 Calcul mécanique

Réaliser le calcul en utilisant la loi cohésive CZM_OUV_MIX et des éléments 3D_INTERFACE.

Réfléchir au critère de convergence à employer...

On réalisera un premier calcul jusqu'à un déplacement imposé de $10\,mm$ par incrément de $0{,}05\,mm$.

4.1.3 Calcul de la force

Récupérer la force nodale, la tracer en fonction du déplacement imposé, et comparer aux résultats théoriques.

4.1.4 Installation du pilotage

On propose maintenant d'utiliser les outils de pilotage. Utiliser le pilotage de type prédiction élastique avec une sélection de type résidu sur le déplacement imposé et sur les mailles d'interface, et demander un temps limite de 4,5 par incrément de 0,05. Que constate-t-on ? La courbe force déplacement est-elle conforme à la courbe analytique ?

4.1.5 Visualisation de la déformée

Imprimer au format MED les résultats du calcul mécanique piloté, sur les mailles volumiques (ne pas insérer les mailles de joint) et visualiser la déformée.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	% tolérance
Force nodale pour un déplacement imposé de 10,561 mm	4,71 N	5,0%

Tableau 4.1 : Résultats de la Modélisation B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)