

SSNL106 - Poutre élastoplastique en traction et flexion pure

Résumé :

Ce test valide l'élastoplasticité dans une poutre droite en traction et flexion, pour un comportement élastoplastique parfait ou à écrouissage linéaire ainsi que des options pour le post-traitement des poutres.

- Analyse statique,
- Comportement élastique,
- Comportement élastoplastique,
- 3 sections : rectangulaire, circulaire pleine, circulaire creuse,
- 1 types d'écrouissage : linéaire (VMIS_ISOT_LINE)

Les modélisations permettent de tester les éléments `POU_D_E` (seulement en élasticité), `POU_D_TGM`, `POU_D_EM`, `TUYAU_3M` (3 et 4 nœuds) `COQUE_3D`.

Le test permet de valider le fonctionnement de l'intégration de ces lois de comportement et de l'algorithme de résolution jusqu'à la plastification complète de la poutre.

une des modélisations permet de tester le fonctionnement de `DYNA_NON_LINE` sur un calcul quasi-statique de traction d'une poutre modélisée en `POU_D_TGM`.

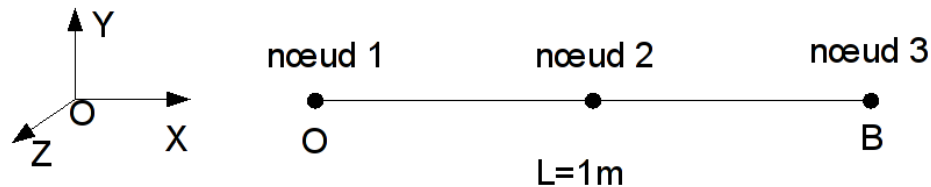
De plus, la modélisation `G` est utilisée pour tester le fonctionnement du mot-clé facteur `ETAT_INIT` de `STAT_NON_LINE` avec le champ de structure `STRX_ELGA`.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

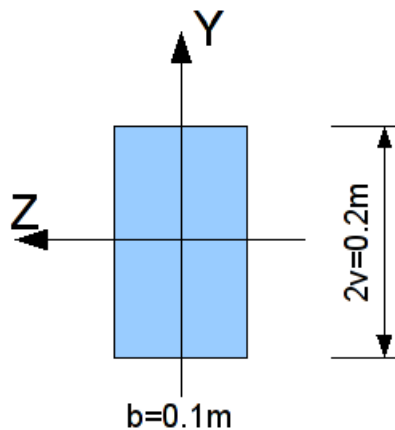
Les valeurs géométriques sont exprimées en mètres.

Poutre droite de longueur $L=1$, de direction x .

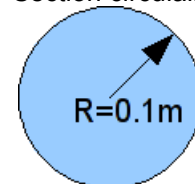


On calcule simultanément 2 types de section :

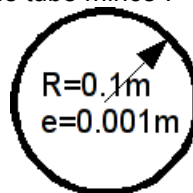
Section rectangulaire



Section circulaire



Pour la modélisation D, on calcule 1 section de tube mince :



1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2.10^{11} Pa$$

$$\nu = 0.3$$

ECRO_LINE :

$$SY = \sigma_y = 150 \cdot 10^6 Pa$$

$$H = D_SIGM_EPSI = 2 \cdot 10^9 Pa \text{ ou } 0$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement en O

Déplacement imposé en B

$$DX^e = \frac{L \cdot \sigma_y}{E} = 0.7510^{-3} m$$

DX varie de DX^e à $3DX^e$

Rotation imposée en B

$$DRZ^e = 0.7510^{-2} m$$

DRZ varie de DRZ^e à $20 \times DRZ^e$ puis décroît jusqu'à $-2 \times DRZ^e$

Remarque :

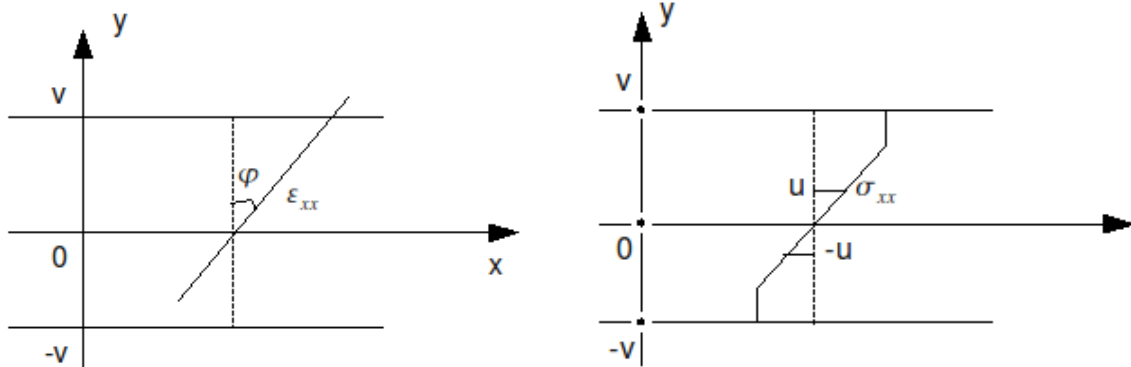
En flexion pure, MZ et DRZ ne dépendent pas de x . La courbure $\varphi = \frac{d(DRZ)}{dx} = DRZ(B)$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

2.1.1 Flexion pure - Écrouissage linéaire

Solution analytique :



$$\epsilon_{xx} = \varphi \cdot y \quad \varphi : \text{courbure}$$

Calcul du moment par :

$$M(u) = \int_s \sigma_{xx}(y) \cdot y \, ds$$

$$\sigma_{xx} = E \epsilon_{xx} \text{ pour } 0 \leq |y| \leq u$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_y + H \left(\epsilon_{xx} - \frac{\sigma_y}{E} \right)$$

$$\text{pour } u < |y| \leq v$$

On obtient :

pour la section rectangulaire :

$$\frac{M}{M_e} = \left(1 - \frac{H}{E} \right) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_e}{\varphi} \right)^2 \right) + \frac{H \varphi}{E} / \varphi \quad \text{avec } \varphi_e = \frac{M_e}{EI} \quad M_e = \frac{I_z \cdot \sigma_y}{v}$$

pour la section circulaire :

$$M(\mu) = \frac{R^3 \sigma_y}{E} \left[\frac{\pi}{4} \frac{H}{\mu} + \frac{4}{3} (E - H) (1 - \mu^2)^{3/2} + \frac{E - H}{2\mu} \left(\text{Arc sin } \mu - \mu (1 - 2\mu^2) \sqrt{1 - \mu^2} \right) \right]$$

$$\text{avec } \mu = \frac{u}{R} = \frac{\sigma_y}{ER \varphi} = \frac{\varphi_e}{\varphi}$$

En décharge, après avoir atteint la charge limite en charge, on obtient une charge limite de signe contraire.

pour la section tubulaire :

(hypothèse de poutre de Navier-Bernoulli)

La charge limite ($H = 0$) vaut :

$$\frac{M}{M_e} = \frac{4}{\pi}$$

La solution complète pour un tube mince est [bib1] :

$$\frac{M(\mu)}{M_e} = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{2(1-\lambda)}{\pi\mu} \left(\arcsin \mu + \mu \sqrt{1-\mu^2} \right) \text{ avec } \lambda = \frac{E_T}{E} = \frac{H}{E+H}$$

2.1.2 Traction - Écrouissage linéaire

Solution analytique : on a immédiatement $N = S \sigma_y \left(1 - \frac{H}{E} \right) + \frac{HS}{L} \cdot DX$.

2.1.3 Traction pure - Élasticité

Solution analytique :

$$N = \frac{E \cdot S \cdot \delta u}{L} \quad \sigma = \frac{E \cdot \delta u}{L}, \text{ avec } \delta u = 7.5E-03$$

2.1.4 Flexion pure - Élasticité

Solution analytique :

$$Mfz = \frac{3.0 \delta u E I}{L^2} \quad \sigma = \frac{M_{\text{fz}} \cdot h}{I}, \text{ avec } \delta u = 7.5E-03$$

avec $h = R$ pour la section circulaire, $h = v$ pour la section rectangulaire.

2.2 Références bibliographiques

1. J.H. LAU et T.T. LAU : Journal of Pressure Vessel Technology Vol. 106 p188-195 - Mai 1984.

3 Modélisation A

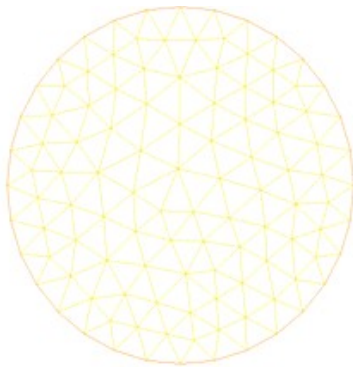
3.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments `POU_D_TGM` par type de section. Il y a donc 2 groupes d'éléments comportant chacun 2 éléments.

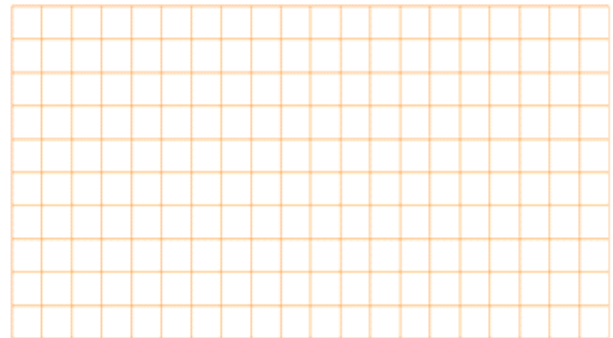
Groupe	<i>GR1</i> :	section rectangulaire
	<i>GCI</i> :	section circulaire
Traction simple avec écrouissage		sur <i>GR1</i> et <i>GCI</i> (<code>ECRO_LINE</code>)
Flexion pure sans écrouissage		sur <i>GR1</i> et <i>GCI</i> (<code>ECRO_LINE</code>)
Élasticité		sur <i>GR1</i> et <i>GCI</i>

3.2 Caractéristiques du maillage

- Maillage de la poutre
2×2 éléments `POU_D_TGM`
- Maillage des sections



111 nœuds, 188 `TRIA3`



231 nœuds, 200 `QUAD4`

3.3 Grandeurs testées et résultats

- Traction simple (avec $DX^e = 0.75E-03$)

$DX_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification		Type de Référence	Référence	Tolérance
2 DX^e	11	GR1	R3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
3 DX^e	21	GR1	R3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
2 DX^e	11	GCI	C3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	4.82E+06	2.5 %
3 DX^e	21	GCI	C3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	4.87E+06	2.5 %
3 DX^e	21	GCI	C3	DEGE_ELNO	EPXX	ANALYTIQUE	2.25E-03	0.10 %

$DX_{(B)}$	N°ordre	MAILLE	Point	Sous-point	Identification		Type de Référence	Référence	Tolérance
3 DX^e	21	SR1	1	1	VARI_ELGA	V1	ANALYTIQUE	1.5E-03	0.1 %
3 DX^e	21	SC1	1	1	VARI_ELGA	V1	ANALYTIQUE	1.5E-03	1.5 %

$DX_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
$2 DX^e$	11	GR1	R3	REAC_NODA DX	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
$3 DX^e$	21	GR1	R3	REAC_NODA DX	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
$2 DX^e$	11	GC1	C3	REAC_NODA DX	ANALYTIQUE	4.82E+06	2.5 %
$3 DX^e$	21	GC1	C3	REAC_NODA DX	ANALYTIQUE	4.87E+06	2.5 %

- Flexion pure (avec $DRZ^e=0.75E-02$)

$DRZ_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
DRZ^e	1	GR1	R3	MFZ (Nm)	ANALYTIQUE	1.0E+05	0.5 %
$5 DRZ^e$	21	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	1.48E+05	1.0 %
$10 DRZ^e$	31	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	1.495E+05	1.0 %
$20 DRZ^e$	41	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	1.499E+05	1.0 %
$-2. DRZ^e$	71	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	-1.5E+05	1.0 %
$10 DRZ^e$	31	GR1	R3	KZ	ANALYTIQUE	0.075	0.1 %
DRZ^e	1	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.178E+05	2.5 %
$5 DRZ^e$	21	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.96E+05	2.0 %
$10 DRZ^e$	31	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.99E+05	1.5 %
$20 DRZ^e$	41	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.998E+05	1.5 %
$-2. DRZ^e$	71	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	-2.0E+05	2.0 %

$DX_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
DRZ^e	1	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.0E+05	0.2 %
$5 DRZ^e$	21	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.48E+05	1.0 %
$10 DRZ^e$	31	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.495E+05	1.0 %
$20 DRZ^e$	41	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.499E+06	1.0 %
DRZ^e	1	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.178E+05	2.5 %
$5 DRZ^e$	21	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.96E+05	2.0 %
$10 DRZ^e$	31	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.99E+05	1.5 %
$20 DRZ^e$	41	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.998E+06	1.5 %

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est réalisée avec 2 éléments `POU_D_E` par type de section. Il y a donc 2 groupes d'éléments comportant chacun 2 éléments.

Groupe `GRI` : section rectangulaire
`GCI` : section circulaire
Élasticité sur `GRI` et `GCI`

4.2 Caractéristiques du maillage

- Maillage de la poutre
 2×2 éléments `POU_D_EM`

4.3 Grandeurs testées et résultats

- Traction simple avec $DX^e = 0.75E-03$

$DX_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification		Type de Référence	Référence
$3 DX^e$	21	SC2	C3	DEGE_ELNO	EPXX	ANALYTIQUE	$2.25E-03$
$3 DX^e$	21	SC1	C2	DEGE_ELNO	EPXX	ANALYTIQUE	$2.25E-03$
$3 DX^e$	21	SR2	R3	DEGE_ELNO	EPXX	ANALYTIQUE	$2.25E-03$
$3 DX^e$	21	SR1	R2	DEGE_ELNO	EPXX	ANALYTIQUE	$2.25E-03$

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments `POU_D_EM` par type de section. Il y a donc 2 groupes d'éléments comportant chacun 2 éléments.

Groupe `GR1` : section rectangulaire

`GC1` : section circulaire

Traction simple avec écrouissage sur `GR1` et `GC1` (`ECRO_LINE`)

Flexion pure sans écrouissage sur `GR1` et `GC1` (`ECRO_LINE`)

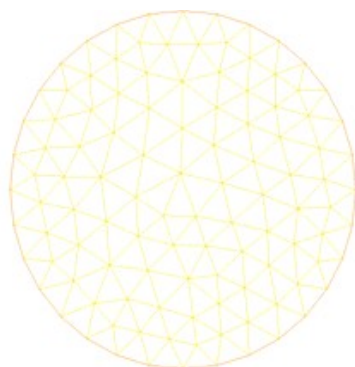
Élasticité sur `GR1` et `GC1`

5.2 Caractéristiques du maillage

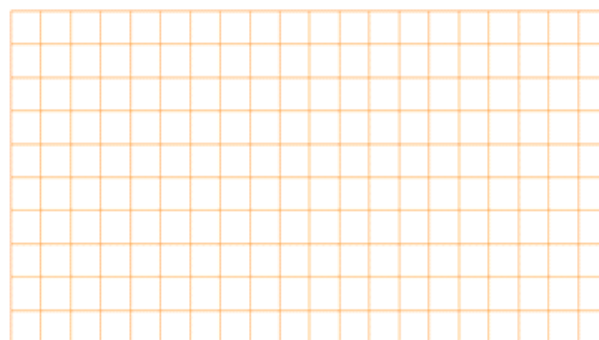
- Maillage de la poutre

2×2 éléments `POU_D_EM`

- Maillage des sections



111 nœuds, 188 TRIA3



231 nœuds, 200 QUAD4

5.3 Grandeurs testées et résultats

- Traction simple (avec $DX^e = 0.75E-03$)

$DX_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification		Type de Référence	Référence	Tolérance
$2DX^e$	11	GR1	R3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
$3DX^e$	21	GR1	R3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	3.E+06	0.5 %
$2DX^e$	11	GC1	C3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	4.82E+06	2.5 %
$3DX^e$	21	GC1	C3	EFGE_ELNO	N	ANALYTIQUE	4.87E+06	2.5 %
$3DX^e$	21	GC1	C3	DEGE_ELNO	EPXX	ANALYTIQUE	2.25E-03	0.10 %

$DX_{(B)}$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification		Type de Référence	Référence	Tolérance
$2DX^e$	11	GR1	R3	REAC_NODA	DX	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
$3DX^e$	21	GR1	R3	REAC_NODA	DX	ANALYTIQUE	3.E+06	0.50 %
$2DX^e$	11	GC1	C3	REAC_NODA	DX	ANALYTIQUE	4.82E+06	2.5 %
$3DX^e$	21	GC1	C3	REAC_NODA	DX	ANALYTIQUE	4.87E+06	2.5 %

- Flexion pure (avec $DRZ^e = 0.75E-02$)

$DRZ_{(B)}^e$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
DRZ^e	1	GR1	R3	MFZ (Nm)	ANALYTIQUE	1.0E+05	0.5%
5 DRZ^e	21	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	1.48E+05	1.0%
10 DRZ^e	31	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	1.495E+05	1.0%
20 DRZ^e	41	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	1.499E+05	1.5%
-2. DRZ^e	71	GR1	R3	MFZ	ANALYTIQUE	-1.5E+05	2.0%
10 DRZ^e	31	GR1	R3	KZ	ANALYTIQUE	0.075	0.1%
DRZ^e	1	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.178E+05	2.5%
5 DRZ^e	21	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.96E+05	1.5%
10 DRZ^e	31	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.99E+05	1.0%
20 DRZ^e	41	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	1.998E+05	2.0%
-2. DRZ^e	71	GC1	C3	MFZ	ANALYTIQUE	-2.0E+05	2.0%

$DX_{(B)}^e$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
DRZ^e	1	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.0E+05	0.5%
5 DRZ^e	21	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.48E+05	1.0%
10 DRZ^e	31	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.495E+05	1.0%
20 DRZ^e	41	GR1	R3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.499E+06	1.5%
DRZ^e	1	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.178E+05	2.5%
5 DRZ^e	21	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.96E+05	1.5%
10 DRZ^e	31	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.99E+05	1.0%
20 DRZ^e	41	GC1	C3	REAC_NODA DRZ	ANALYTIQUE	1.998E+06	1.0%

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments TUYAU pour la section tubulaire.

Traction simple : (ECRO_LINE)

Flexion pure : sans écrouissage

De plus, on bloque les degrés de liberté qui correspondent au mode 3 d'ovalisation : $U03$, $V03$, $W03$.

6.2 Caractéristiques du maillage

2 éléments TUYAU (METUSEG3)

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les réactions nodales :

Identification	Nœud	Numéro ordre	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
DX	B	11	ANALYTIQUE	$9.47152E+4$	0.10 %
DX	B	21	ANALYTIQUE	$9.5653E+4$	0.10 %
DRZ	B	1	ANALYTIQUE	$4.64217E+3$	0.10 %
DRZ	B	21	ANALYTIQUE	$5.9106E+3$	0.50 %

On teste respectivement les déformations, les déformations équivalentes et les contraintes équivalentes :

Grandeur	Maille	Nœud	Numéro ordre	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$EPYY$	SCI	CI	1	NON_REGRESSION	$-2.25E-4$	0.01 %
$INVA_2$	SCI	CI	1	NON_REGRESSION	$5.89491E-4$	0.01 %
$VMIS$	SCI	CI	1	NON_REGRESSION	0.0	0.10 %

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments TUYAU à 4 nœuds pour la section tubulaire.

Traction simple : (ECRO_LINE)

Flexion pure : sans écrouissage

De plus, on bloque les degrés de liberté qui correspondent au mode 3 d'ovalisation : $U03$, $V03$, $W03$

7.2 Caractéristiques du maillage

2 éléments TUYAU (mailles SEG4)

7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les réactions nodales :

Grandeur	Numéro ordre	Nœud	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
DX	11	B	ANALYTIQUE	$9.47152E+4$	0.10 %
DX	21	B	ANALYTIQUE	$9.5653E+4$	0.10 %
DRZ	1	B	ANALYTIQUE	$4.64217E+3$	0.10 %
DRZ	21	B	ANALYTIQUE	$5.9106E+3$	0.50 %

On teste respectivement les déformations, les déformations équivalentes et les contraintes équivalentes :

Grandeur	Numéro ordre	Maille	Nœud	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$EPYY$	1	MI	NI	NON_REGRESSION	$-2.25E-4$	0.01 %
$INVA_2$	1	MI	NI	NON_REGRESSION	$5.89491E-4$	0.01 %
$VMIS$	1	MI	NI	NON_REGRESSION	0.0	0.10 %
KY	1	MI	NI	ANALYTIQUE	$-7.5E-3$	0.10 %
Grandeur	Numéro ordre	Maille	Point	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
KY	1	MI	3	ANALYTIQUE	$-7.5E-3$	0.1 %

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est constituée de 112 éléments `COQUE_3D` pour la section tubulaire, et 2 éléments tuyau pour appliquer les conditions aux limites. La longueur du maillage coques est de 0.98m. La longueur de chaque élément tuyau est de 0.01m.

Une liaison `COQUE_TUYAU` est appliquée à chaque extrémité du maillage coques, avec un élément tuyau. De plus, on bloque les degrés de liberté des tuyaux qui correspondent au mode 3 d'ovalisation : *U03*, *V03*, *W03*

Traction simple : (`ECRO_LINE`)

Flexion pure : sans écrouissage

8.2 Caractéristiques du maillage

112 mailles `QUAD9` et 2 mailles `SEG3`.

8.3 Grandeurs testées et résultats

Traction :

$DX_{(B)}$	N°ordre	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
$2 DX^e$	11	N	ANALYTIQUE	9.47E+04	1.10%
$3 DX^e$	21	N	ANALYTIQUE	9.565E+04	1.10%

Flexion :

$DRZ_{(B)}$	N°ordre	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
DRZ^e	1	MFZ	ANALYTIQUE	4.642E+03	0.10%
$2.8 DRZ^e$	19	MFZ	ANALYTIQUE	5.7824E+03	0.50%

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments `POU_D_EM` pour la section tubulaire.

La section est maillée en `QUAD4` : elle est discrétisée par une maille dans l'épaisseur, et 90 mailles sur la circonférence.

Traction simple : (`ECRO_LINE`)

Flexion pure : sans écrouissage

9.2 Caractéristiques du maillage

2 mailles `SEG2` pour la poutre. 90 mailles `QUAD4` pour la section.

9.3 Grandeurs testées et résultats

Traction :

$DX_{(B)}$	N°ordre	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
$2 DX^e$	11	N	ANALYTIQUE	9.47E+04	0.10 %
$3 DX^e$	21	N	ANALYTIQUE	9.565E+04	0.10 %

Flexion :

$DRZ_{(B)}$	N°ordre	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
DRZ^e	1	MFZ	ANALYTIQUE	4.642E+03	0.10 %
$5 DRZ^e$	21	MFZ	ANALYTIQUE	5.9106E+03	0.50 %

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments `POU_D_TGM` pour la section tubulaire.

La section est maillée en `QUAD4` : elle est discrétisée par une maille dans l'épaisseur, et 90 mailles sur la circonférence.

Traction simple : (`ECRO_LINE`)

Flexion pure : sans écrouissage

10.2 Caractéristiques du maillage

2 mailles `SEG2` pour la poutre. 90 mailles `QUAD4` pour la section.

10.3 Grandeurs testées et résultats

Traction :

$DX_{(B)}$	N°ordre	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
$2 DX^e$	11	N	ANALYTIQUE	9.47E+04	0.10 %
$3 DX^e$	21	N	ANALYTIQUE	9.565E+04	0.10 %

Flexion :

$DRZ_{(B)}$	N°ordre	Identification	Type de Référence	Référence	Différence
DRZ^e	1	MFZ	ANALYTIQUE	4.642E+03	0.10 %
$5 DRZ^e$	21	MFZ	ANALYTIQUE	5.9106E+03	0.50 %

11 Modélisation I

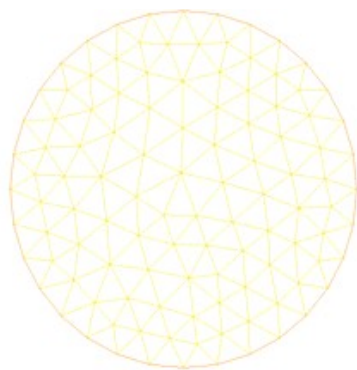
11.1 Caractéristiques de la modélisation

2 éléments `POU_D_TGM` par type de section. Il y a donc 2 groupes d'éléments comportant chacun 2 éléments.

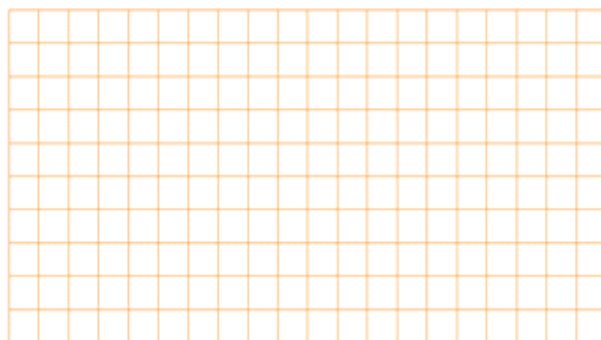
Groupe `GRI` : section rectangulaire
`GCI` : section circulaire
 Traction simple avec écrouissage sur `GRI` et `GCI` (`ECRO_LINE`)
 Flexion pure sans écrouissage sur `GRI` et `GCI` sans écrouissage

11.2 Caractéristiques du maillage

- Maillage de la poutre
 2×2 éléments `POU_D_TGM`
- Maillage des sections



111 nœuds, 188 `TRIA3`



nœuds, 200 `QUAD4`

231

11.3 Remarque

La particularité de la modélisation `L` est de tester le fonctionnement de `DYNA_NON_LINE` dans le calcul de traction quasi-statique d'une poutre modélisée en `POU_D_TGM`. Ce type de modélisation a pour particularité de faire apparaître des pivots nuls sur les lignes de la matrice de masse correspondant aux degrés de liberté de gauchissement. Dans ce cas, l'initialisation du schéma de `NEWMARK` ne se fait plus par inversion de la matrice de masse, qui est singulière, mais par mise à zéro de l'accélération initiale.

11.4 Grandeurs testées et résultats

11.4.1 Valeurs testées

- Traction simple (avec $DX^e = 0.75E-03$)

$DX_{(B)}^e$	N°ordre	GROUP_MA	NOEUD	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
$2 DX^e$	11	GR1	R3	EFGE_ELNO N	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
$3 DX^e$	21	GR1	R3	EFGE_ELNO N	ANALYTIQUE	3.E+06	0.10 %
$2 DX^e$	11	GCI	C3	EFGE_ELNO N	ANALYTIQUE	4.82E+06	2.5 %
$3 DX^e$	21	GCI	C3	EFGE_ELNO N	ANALYTIQUE	4.87E+06	2.5 %
$3 DX^e$	21	GCI	C3	DEGE_ELNO EPXX	ANALYTIQUE	2.25E-03	0.10 %

$DX_{(B)}$	N°ordre	MAILLE	Point	Sous-point	Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance
3 DX^e	21	GR1	1	1	VARI_ELGA V1	ANALYTIQUE	1.5E-03	20.0 %
3 DX^e	21	GC1	1	1	VARI_ELGA V1	ANALYTIQUE	1.5E-03	1.5 %

11.4.2 Observations

On remarque que les résultats en traction issus de DYNANONLINE sont identiques à ceux donnés par STATNONLINE.

12 Synthèse des résultats

Les modélisations en poutres multi-fibres fournissent une solution à moins de 2.5 % de la solution analytique, pour un temps calcul très faible, en comparaison des modélisations tuyau et coque. La seule approximation vient du maillage de la section.

En ce qui concerne les modélisations tuyau et coque, les conclusions sont les mêmes, mais cette fois la différence avec la solution analytique vient de cette solution qui est valable pour une poutre de section tubulaire très mince, sans effet d'ovalisation. Cette ovalisation est bloquée aux extrémités, ce qui permet d'obtenir une solution à moins de 0.4 % de la solution analytique.