SDNL100 - Pendule simple en grande oscillation

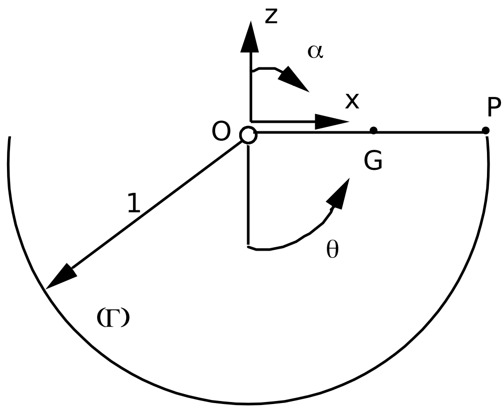
Résumé :

L'objet de ce test est de calculer le mouvement d'une barre pesante articulée à un point fixe par l'une de ses extrémités, libre ailleurs et oscillant avec grande amplitude dans un plan vertical.

Intérêt : tester l'élément de câble à deux nœuds - qui est en fait un élément de barre - en dynamique et son fonctionnement dans l'opérateur DYNA_NON_LINE.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Un pendule OP rigide de longueur 1 et de centre de gravité G oscille autour du point O .

La position angulaire du pendule est repérée par : $\alpha=\theta-\pi$

1.2 Propriétés de matériaux

Masse linéique du pendule : $1.kg/m$

Rigidité axiale (produit du module d'Young par l'aire de la section droite) : $1.10^8\,N$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le pendule est articulé au point fixe O . Sous l'action de la pesanteur, son extrémité P oscille sur le demi-cercle (Γ) de centre O et de rayon 1 . Il n'y a pas de frottement.

1.4 Conditions initiales

Le pendule est lâché sans vitesse de la position horizontale OP .

$$\theta=+\frac{\pi}{2}\,,\ \dot{\theta}=0$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La période T d'un pendule mobile sans frottement autour du point fixe O, dont la masse est concentrée au centre de gravité G ($OG=l$) et dont l'amplitude angulaire maximale est θ_0 est donnée par la série [bib1] :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1+\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2\left(\sin\frac{\theta_0}{2}\right)^{2n}\right]$$

avec

$$a_n=\frac{2n-1}{2n}$$

2.2 Résultats de référence

Pour $l=0.5\,m$, $g=9.81\,m/s^2$ et $\theta_0=\pi/2$, on trouve : $T=1.6744\,s$

2.3 Incertitude sur la solution

On a sommé les termes de la série jusqu'à $n=12$ inclusivement, le dernier terme pris en compte étant inférieur à 10^{-5} fois la somme calculée.

2.4 Références bibliographiques

1) J. HAAG, "Les mouvements vibratoires", P.U.F. (1952).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le pendule est modélisé par un élément de câble à 2 noeuds, identique à un élément de barre de section constante.

Discrétisations :

- spatiale : un élément de câble MECABL2
- temporelle : analyse du mouvement sur une période complète T par pas de temps égaux à $T/40$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	2
Nombre de mailles et types :	1 maille SEG2

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Tolérance
DX sur noeud P à $t=0{,}4186$	-1,000000	2,5 % (relatif)
DZ sur noeud P à $t=0{,}4186$	-1,000000	0,05 % (relatif)
DX sur noeud P à $t=0{,}8372$	-2,000000	0,01 % (relatif)
DZ sur noeud P à $t=0{,}8372$	0,000000	7,0E-4 % (absolu)
DX sur noeud P à $t=1{,}2558$	-1,000000	7,5 % (relatif)
DZ sur noeud P à $t=1{,}2558$	-1,000000	0,3 % (relatif)
DX sur noeud P à $t=1{,}6744$	0,000000	1,0E-6 % (absolu)
DZ sur noeud P à $t=1{,}6744$	0,000000	1,5E-3 % (absolu)

On teste également les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence	Tolérance
INST pour NUME_ORDRE= 10	0,418600	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE= 10	9,000000	0,00%
INST pour NUME_ORDRE= 15	0,837200	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE= 15	5,000000	0,00%
INST pour NUME_ORDRE= 19	1,674400	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE= 19	6,000000	0,00%

4.2 Remarques

- L'intégration temporelle se fait par la méthode de NEWMARK (règle du trapèze),
- A chaque pas de temps, la convergence est atteinte en moins de 9 itérations.

5 Synthèse des résultats

On voit sur ce cas-test que l'intégration temporelle par la "règle du trapèze" de Newmark ne modifie que très légèrement la fréquence et n'apporte pas d'amortissement parasite, puisqu'au bout d'une période on revient à très peu près à la position initiale.