

TTNL303 - Mur infini soumis à un saut de température avec propriétés variables

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire non linéaire.

Il s'agit d'un problème 1D linéique représenté par quatre modélisations, deux planes et deux volumiques.

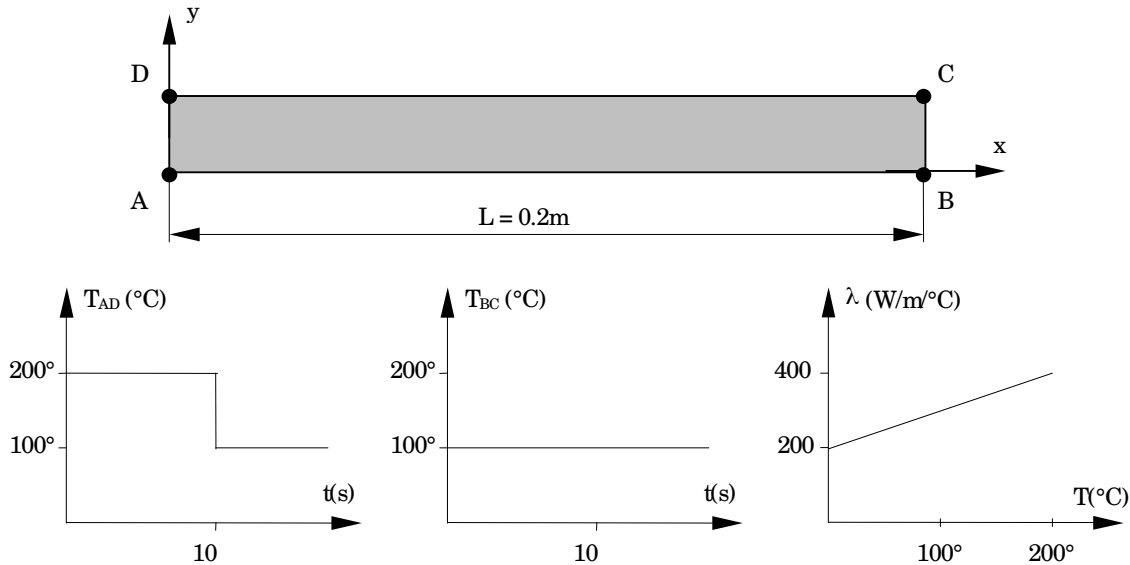
Les fonctionnalités testées sont les suivantes :

- élément thermique plan,
- élément thermique volumique,
- conductivité thermique variable,
- algorithme thermique transitoire non-linéaire,
- conditions limites : température imposée avec saut.

L'intérêt du test réside dans la prise en compte de propriétés variables en analyse transitoire et de la variation des températures imposées en fonction du temps.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

$$\lambda = 200 + T \quad (\text{W/m}^\circ\text{C}) \quad \text{conductivité thermique}$$

$$\rho C = 8 \cdot 10^6 \quad (\text{J/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}) \quad \text{chaleur volumique}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$$\begin{aligned} x=0 \quad & T = 200^\circ\text{C} \quad 0 < t \leq 10 \text{ s} \\ & T = 100^\circ\text{C} \quad t > 10 \text{ s} \\ x=L \quad & T = 100^\circ\text{C} \quad t \geq 0 \text{ s} \end{aligned}$$

1.4 Conditions initiales

$$T(x, 0) = 100^\circ\text{C} \quad \text{pour tout } x$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence a été obtenue avec le logiciel de calcul par éléments finis "IVOHEAT" [bib2] citée dans la référence [bib1]. Cette solution est basée sur maillage constitué de 20 éléments isoparamétriques à 4 nœuds de taille identique, en utilisant une méthode de Crank-Nicolson modifiée avec une précision de 10^{-6} .

2.2 Résultats de référence

Température à :

- $t = 10\text{ s}$ pour $x = 0.01, 0.02, 0.04, 0.06, 0.08$ et 0.1 ,
- $t = 13\text{ s}$ pour $x = 0.01, 0.02, 0.04, 0.06, 0.08$ et 0.1 .

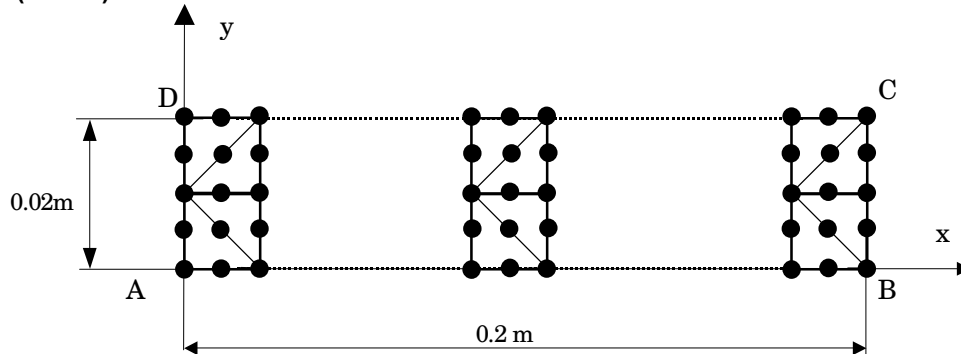
2.3 Références bibliographiques

- S. Orivuori, "Efficient method for solution of nonlinear heat conduction problems", Int. J. num. Meth. Engng, vol 14, n°10, pp 1461-1476, 1979
- S. Orivuori, "A finite element method applied to the solution of the transient heat conduction problem", Licentiate Thesis, Tech. Univ., Helsinki (1977), in Finnish.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

PLAN (TRIA6)



Conditions limites:

- cotés AB, CD $\phi = 0$
- coté AD $T = 200^\circ\text{C}$ $0 < t \leq 10 \text{ s}$
 $T = 100^\circ\text{C}$ $t > 10 \text{ s}$
- coté BC $T = 100^\circ\text{C}$ $t \geq 0 \text{ s}$

Noeuds	x	y
N11	0.01	0.00
N21	0.02	0.00
N41	0.04	0.00
N61	0.06	0.00
N81	0.08	0.00
N101	0.10	0.00

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 205
Nombre de mailles et types : 80 TRIA6

3.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour	$[0., 1.D-3]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-4}$
9 pas pour	$[1.D-3, 1.D-2]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-3}$
9 pas pour	$[1.D-2, 1.D-1]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-2}$
9 pas pour	$[1.D-1, 1.D0]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-1}$
9 pas pour	$[1.D0, 10.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$
3 pas pour	$[10.D0, 13.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$

4 Résultats de la modélisation A

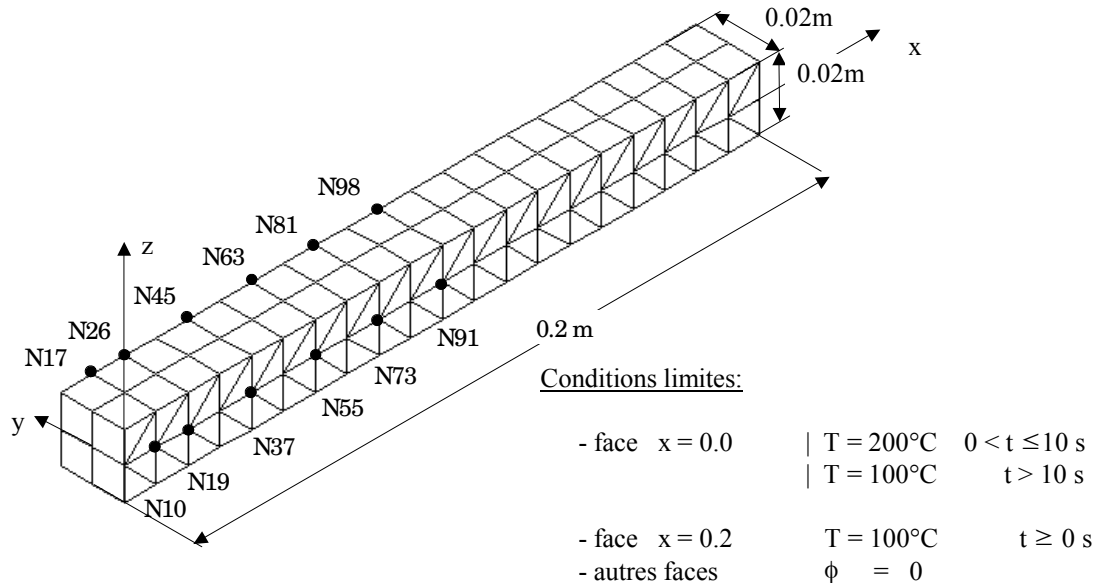
4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence	tolérance
Température ($^{\circ}\text{C}$) à $t=10\text{ s}$				
N11	176.165	174.954	-0.687	2%
N21	153.213	151.049	-1.412	2%
N41	118.600	116.576	-1.707	2%
N61	103.715	103.195	-0.502	2%
N81	100.368	100.417	0.049	2%
N101	100.014	100.088	0.074	2%
Température ($^{\circ}\text{C}$) à $t=13\text{ s}$				
N11	128.125	128.377	0.197	2%
N21	139.970	139.846	-0.089	2%
N41	124.719	122.209	-2.013	2%
N61	107.182	106.279	-0.842	2%
N81	101.290	101.186	-0.103	2%
N101	100.134	100.203	0.067	2%

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (PENTA6)



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 189
Nombre de mailles et types : 160 PENTA6

5.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour	$[0., 1.D-3]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-4}$
9 pas pour	$[1.D-3, 1.D-2]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-3}$
9 pas pour	$[1.D-2, 1.D-1]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-2}$
9 pas pour	$[1.D-1, 1.D0]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-1}$
9 pas pour	$[1.D0, 10.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$
3 pas pour	$[10.D0, 13.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence	tolérance
Température ($^{\circ}C$) à $t=10\text{ s}$				
N10	176.165	175.087	-0.612	2%
N17	176.165	174.910	-0.713	2%
N19	153.213	151.182	-1.326	2%
N26	153.213	151.020	-1.431	2%
N37	118.600	116.314	-1.928	2%
N45	118.600	116.379	-1.872	2%
N55	103.715	102.759	-0.921	2%
N63	103.715	102.892	-0.793	2%
N73	100.368	100.239	-0.129	2%
N81	100.368	100.285	-0.083	2%
N91	100.014	100.060	0.046	2%
N98	100.014	100.066	0.052	2%
Température ($^{\circ}C$) à $t=13\text{ s}$				
N10	128.125	129.395	0.991	2%
N17	128.125	128.291	0.130	2%
N19	139.970	139.819	-0.108	2%
N26	139.970	140.209	-0.171	2%
N37	124.719	122.986	-1.390	2%
N45	124.719	122.569	-1.724	2%
N55	107.182	105.967	-1.134	2%
N63	107.182	106.050	-1.056	2%
N73	101.290	100.945	-0.341	2%
N81	101.290	101.005	-0.282	2%
N91	100.134	100.126	0.008	2%
N98	100.134	100.142	0.008	2%

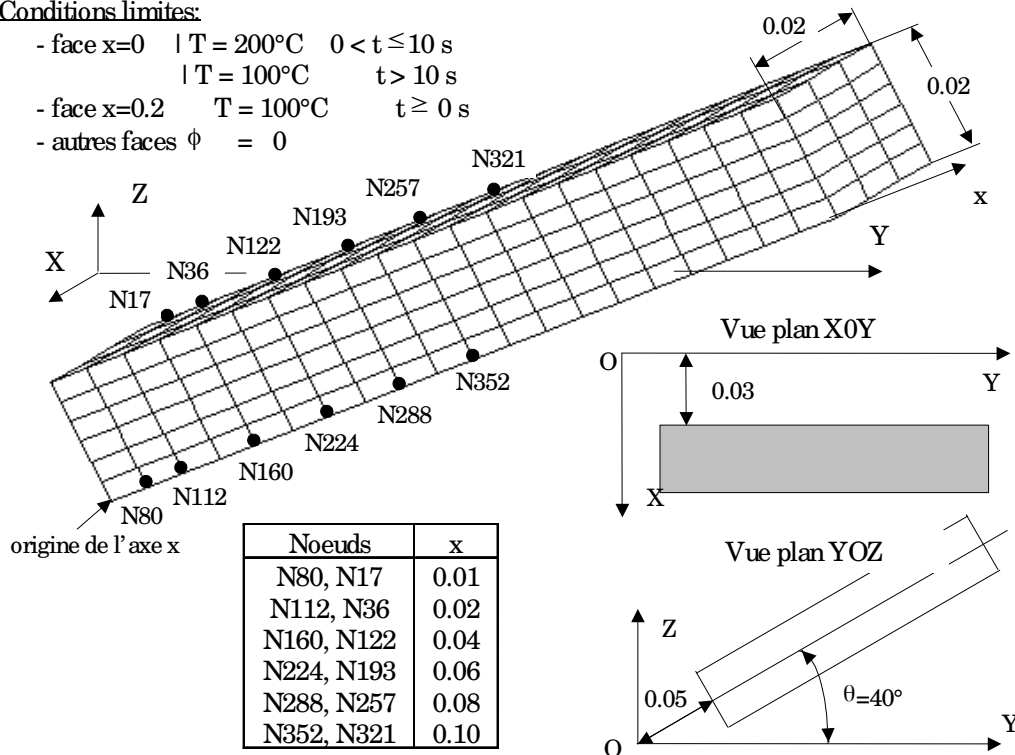
7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA8)

Conditions limites:

- face $x=0$ | $T = 200^\circ\text{C}$ $0 < t \leq 10 \text{ s}$
| $T = 100^\circ\text{C}$ $t > 10 \text{ s}$
- face $x=0.2$ $T = 100^\circ\text{C}$ $t \geq 0 \text{ s}$
- autres faces $\phi = 0$



7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 588
Nombre de mailles et types : 360 HEXA8

7.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour	$[0., 1.D-3]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-4}$
9 pas pour	$[1.D-3, 1.D-2]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-3}$
9 pas pour	$[1.D-2, 1.D-1]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-2}$
9 pas pour	$[1.D-1, 1.D0]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-1}$
9 pas pour	$[1.D0, 10.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$
3 pas pour	$[10.D0, 13.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$

8 Résultats de la modélisation C

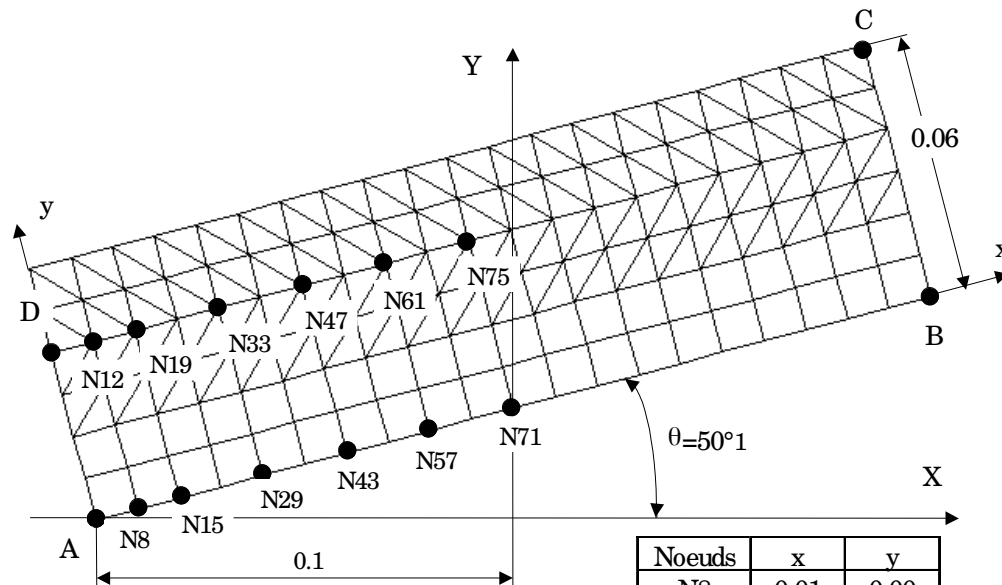
8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	Ecart relatif %		Ecart Absolu	
			différence	tolérance	différence	tolérance
Température (°C)						
$t=10\text{ s}$						
N80	176.165	174.992	-0.666	2%	-1.17	3.0
N17	176.165	174.992	-0.666	2%	-1.17	3.0
N112	153.213	151.092	-1.384	2%	-2.12	3.0
N36	153.213	151.092	-1.384	2%	-2.12	3.0
N160	118.600	116.331	-1.913	2%	-2.27	3.0
N122	118.600	116.331	-1.913	2%	-2.27	3.0
N224	103.715	102.817	-0.866	2%	-0.898	3.0
N193	103.715	102.817	-0.866	2%	-0.898	3.0
N288	100.368	100.265	-0.102	2%	-0.103	3.0
N257	100.368	100.265	-0.102	2%	-0.103	3.0
N352	100.014	100.066	0.052	2%	0.052	3.0
N321	100.014	100.066	0.052	2%	0.052	3.0
$t=13\text{ s}$						
N80	128.125	128.829	0.550	2%	0.704	3.0
N17	128.125	128.829	0.550	2%	0.704	3.0
N112	139.970	139.893	-0.055	2%	-0.077	3.0
N36	139.970	139.893	-0.055	2%	-0.077	3.0
N160	124.719	122.718	-1.605	2%	-2.00	3.0
N122	124.719	122.718	-1.605	2%	-2.00	3.0
N224	107.182	105.988	-1.114	2%	-1.19	3.0
N193	107.182	105.988	-1.114	2%	-1.19	3.0
N288	101.290	100.974	-0.312	2%	-0.316	3.0
N257	101.290	100.974	-0.312	2%	-0.316	3.0
N352	100.134	100.136	0.002	2%	0.002	3.0
N321	100.134	100.136	0.002	2%	0.002	3.0

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

PLAN (TRIA3, QUAD4)



Conditions limites:

- cotés AB, CD $\phi = 0$
- coté AD $\begin{cases} T = 200^\circ\text{C} & 0 < t \leq 10 \text{ s} \\ T = 100^\circ\text{C} & t > 10 \text{ s} \end{cases}$
- coté BC $\begin{cases} T = 100^\circ\text{C} & t \geq 0 \text{ s} \end{cases}$

Noeuds	x	y
N8	0.01	0.00
N15	0.02	0.00
N29	0.04	0.00
N43	0.06	0.00
N57	0.08	0.00
N71	0.10	0.00

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 147
Nombre de mailles et types : 200 (40 QUAD4, 160 TRIA3)

9.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour	$[0, 1.D - 3]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-4}$
9 pas pour	$[1.D - 3, 1.D - 2]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-3}$
9 pas pour	$[1.D - 2, 1.D - 1]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-2}$
9 pas pour	$[1.D - 1, 1.D0]$	soit	$\Delta t = 1.D^{-1}$
9 pas pour	$[1.D0, 10.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$
3 pas pour	$[10.D0, 13.D0]$	soit	$\Delta t = 1.0$

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	Ecart relatif %		Ecart Absolu	
			différence	tolérance	différence	tolérance
Température (°C)						
<i>t</i> = 10 <i>s</i>						
N8	176.165	174.997	-0.663	2%	-1.17	3.0
N12	176.165	175.154	-0.574	2%	-1.01	3.0
N15	153.213	151.117	-1.368	2%	-2.10	3.0
N19	153.213	151.246	-1.284	2%	-1.97	3.0
N29	118.600	116.416	-1.842	2%	-2.18	3.0
N33	118.600	116.246	-1.985	2%	-2.35	3.0
N43	103.715	102.884	-0.801	2%	-0.831	3.0
N47	103.715	102.664	-1.014	2%	-1.05	3.0
N57	100.368	100.283	-0.084	2%	-0.085	3.0
N61	100.368	100.208	-0.159	2%	-0.160	3.0
N71	100.014	100.067	0.053	2%	0.053	3.0
N75	100.014	100.057	0.043	2%	0.044	3.0
<i>t</i> = 13 <i>s</i>						
N8	128.125	128.512	0.302	2%	0.387	3.0
N12	128.125	129.103	0.764	2%	0.978	3.0
N15	139.970	139.689	-0.201	2%	-0.281	3.0
N19	139.970	140.233	0.188	2%	0.263	3.0
N29	124.719	122.723	-1.601	2%	-2.00	3.0
N33	124.719	123.198	-1.220	2%	-1.52	3.0
N43	107.182	106.051	-1.055	2%	-1.13	3.0
N47	107.182	105.887	-1.209	2%	-1.30	3.0
N57	101.290	101.004	-0.282	2%	-0.286	3.0
N61	101.290	100.902	-0.383	2%	-0.388	3.0
N71	100.134	100.143	0.009	2%	0.009	3.0
N75	100.134	100.116	0.018	2%	0.018	3.0

11 Synthèse des résultats

Une modélisation parmi les quatre modélisations effectuées donnent des résultats dont une valeur dépasse de peu la tolérance fixée initialement (2%). L'écart maximum est de :

- 2.013% pour la modélisation PLAN (TRIA6),
- 1.928% pour la modélisation 3D (PENTA6),
- 1.913% pour la modélisation 3D (HEXA8),
- 1.985% pour la modélisation PLAN (TRIA3, QUAD4).

On constate que cet écart est quel que soit la modélisation proche de 2%, toutes les modélisations effectuées, ont le même découpage dans le sens de propagation de la température.

Les résultats obtenus sont considérés comme acceptables pour l'ensemble des modélisations

Ce test a permis de tester la prise en compte d'une conductivité thermique variable avec une condition limite variant au cours du temps.