

## TPLL101 - Chauffage par effet Joule d'un cylindre creux

---

### Résumé :

On impose des courants électriques à l'intérieur et à l'extérieur d'un cylindre creux de longueur finie, puis on calcule la température établie sous l'effet d'une source de chaleur produite par effet Joule. La solution de référence est analytique.

Le domaine d'application est la thermique linéaire stationnaire.

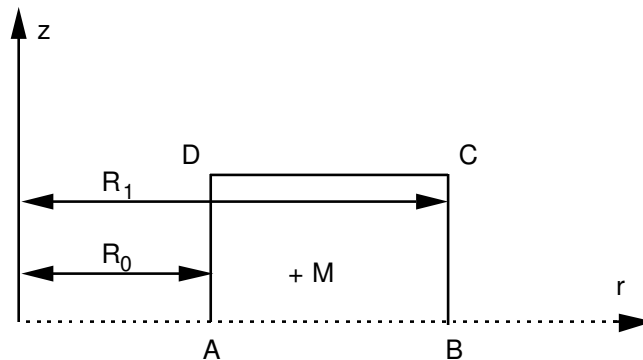
Le modèle est axisymétrique.

Le test est effectué sur les éléments QUAD8 et TRIA6 pour la première modélisation, axisymétrique (AXIS). Avec des éléments TETRA4 pour la seconde modélisation, 3D.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Axisymétrique



|   | A  | B      | C      | D   | M      |
|---|----|--------|--------|-----|--------|
| r | 1. | 2.7182 | 2.7182 | 1.  | 1.8591 |
| z | 0. | 0.     | 0.1    | 0.1 | 0.025  |

### 1.2 Propriétés de matériaux

Caractéristique électrique : conductivité électrique  $\sigma = 1. \Omega^{-1} m^{-1}$

Caractéristiques thermiques :  $\lambda = 2.10^{-2} W/m^{\circ}C$   $C_p = 0.$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Calcul électrique :

$$\begin{aligned} j.n &= -10 && \text{sur } DA \\ j.n &= 3.6787944 && \text{sur } BC \end{aligned}$$

Calcul thermique

$$T = 0. \text{ sur } DA$$

$$T = 0. \text{ sur } BC$$

$$FLUX = 0. \text{ sur } AB$$

$$FLUX = 0. \text{ sur } CD$$

### 1.4 Conditions initiales

Calcul stationnaire.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Problème élastostatique  $V$  potentiel électrique

Dans le volume  $\Delta V = 0$ .

$$\text{Conditions aux limites NEUMANN} \begin{cases} j.n = 0. & \text{sur } CD \text{ et } AB \\ j.n = -10. & \text{sur } AD \\ j.n = 3.6787944 & \text{sur } BC \end{cases}$$

conductivité électrique  $\sigma = 1$ .

$$\text{Solution axisymétrique} \quad j.n = -\sigma \nabla V$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = 0 \Rightarrow V = V_0 \log \frac{r}{A}$$

Les conditions aux limites sur  $AD$  et  $BC$  imposent :  
 $V_0 = 10$ .

Remarque :

*La connaissance de  $A$  n'est pas nécessaire pour le calcul thermique.*

- Problème thermique  $T$  la température

$$-\lambda \Delta T = s \text{ avec une source volumique } s = \sigma (\nabla V)^2$$

Conditions aux limites :  $T = 0$ , sur  $DA$  et  $BC$

$$-\lambda \nabla T . n = 0 \text{ sur } DC \text{ et } AB$$

Solution axisymétrique :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{\sigma}{1} \frac{v_0^2}{r^2} \Rightarrow \text{compte tenu des conditions aux limites}$$

$$T(r) = -\frac{1}{2} \sigma \frac{v_0^2}{\lambda} \log \left( \frac{r}{R_0} \right) \log \left( \frac{r}{R_1} \right)$$

### 2.2 Résultats de référence

$T = 588.9313^\circ C$  (température au point  $M$ ).

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation `AXIS` avec des éléments `THAXSE2`, `THAXTR3` et `THAXQU4`.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 72 mailles de type `TRIA3` et 44 mailles de type `QUAD4`.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                   | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|----------------------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| Température au point<br><i>M</i> | 'ANALYTIQUE'      | 588.9313            | 0.1%      |

On teste la source de chaleur (à partir d'un potentiel électrique via la loi d'Ohm) :

| Identification                                                | Type de référence | Valeur de référence |
|---------------------------------------------------------------|-------------------|---------------------|
| SOUR_ELGA au 1er<br>point de Gauss de la<br>maille <i>M67</i> | 'NON_REGRESSION'  | 13.7076             |

### 3.4 Remarques

Les conditions aux limites du problème électrique sont toutes des conditions de NEUMANN. Néanmoins, on retrouve la solution analytique.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D avec des éléments THER\_FACE3 et THER\_TETRA4.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 716 mailles de type TRIA3 et 910 mailles de type TETRA4.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification              | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|-----------------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| Température au point<br>$M$ | 'ANALYTIQUE'      | 588.9313            | 1.0%      |

On teste la source de chaleur (à partir d'un potentiel électrique via la loi d'Ohm) au premier point de Gauss de la maille  $M_{834}$  :

| Identification                                          | Type de référence | Valeur de référence |
|---------------------------------------------------------|-------------------|---------------------|
| SOUR_ELGA au 1er<br>point de Gauss de la<br>maille M834 | 'NON_REGRESSION'  | 41.7093             |

---

## 5 Synthèse des résultats

---

En plus du test présenté, on a effectué un calcul sur structure (COTHAA). Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux obtenus à l'aide du Code CASTEM 2000. On obtient des résultats très proches.