

SSLV134 - Fissure circulaire en milieu infini

Résumé

Ce test permet, après obtention du champ de déplacement par `MECA_STATIQUE`, le calcul du taux de restitution de l'énergie local pour une fissure circulaire plongée dans un milieu supposé infini.

Pour la première modélisation, seul un demi-espace défini par le plan de la fissure est représenté. Le fond de fissure est alors une courbe fermée (un cercle) et est défini en tant que tel dans `DEFI_FOND_FISS`. Le taux de restitution local est comparé à la solution analytique de référence.

Les sept modélisations suivantes permettent de calculer les facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_3 , en 3D et axisymétrique, calculés par `POST_K1_K2_K3` et/ou `CALC_G`.

- La modélisation A teste G pour un maillage 3D avec la fissure fermée,
- La modélisation B teste K_I pour un maillage 3D,
- La modélisation C teste K_I pour un maillage axi-symétrique,
- La modélisation D teste la combinaison de K_I et K_3 pour un maillage 3D.
- La modélisation H teste K_I pour une fissure non maillée (méthode X-FEM)
- La modélisation I teste K_I pour une fissure axi-symétrique non maillée (méthode X-FEM)
- La modélisation J teste G pour un maillage 3D avec la fissure fermée pour les éléments incompressibles,
- La modélisation K teste K_I pour un maillage axi-symétrique pour les éléments incompressibles,
- La modélisation L teste G pour un maillage 3D avec la fissure fermée (méthode X-FEM).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La fissure est circulaire (penny shaped crack) de rayon a , dans le plan Oxy . Pour que le milieu soit considéré comme infini, les grandeurs caractéristiques du massif sont de l'ordre de 5 fois supérieures au rayon a .

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young : $E = 2.10^5 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Masse volumique: $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Face inférieure : contrainte uniforme de traction $\sigma_z = 1. \text{ MPa}$

Face supérieure : contrainte uniforme de traction $\sigma_z = 1. \text{ MPa}$

Suivant la modélisation, on a également des conditions aux limites de symétrie et de blocage des mouvements de corps rigide.

Dans la modélisation D où on ne représente que le quart du parallélépipède, on utilise des conditions aux limites d'antisymétrie pour le chargement de torsion : elles reviennent à imposer nuls les déplacements tangentiels à une face. Le chargement de torsion est introduit sous forme d'une force surfacique tangentielle (cisaillement réparti) appliquée sur les lèvres de la fissure.

- Lèvre supérieure : $F_X = -\tau \frac{Y}{a}$ et $F_Y = +\tau \frac{X}{a}$
- Lèvre inférieure : $F_X = +\tau \frac{Y}{a}$ et $F_Y = -\tau \frac{X}{a}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour une fissure circulaire de rayon a dans un milieu infini, soumise à une traction uniforme σ suivant la normale au plan des lèvres, le taux de restitution d'énergie local $G(s)$ est indépendant de l'abscisse curviligne s et vaut [bib1] :

$$G(s) = \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} 4\sigma^2 a$$

alors le coefficient d'intensité de contrainte K_I est donné par la formule d'Irwin :

$$G(s) = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_I^2 \text{ soit } K_I = \frac{2\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}}$$

Si cette fissure est soumise à un cisaillement réparti sur les lèvres : $\sigma_{\theta z} = \tau \frac{r}{a}$

(ce qui équivaut à une torsion à l'infini), alors on est en mode 3 pur et le facteur d'intensité de contraintes correspondant vaut :

$$K_3 = \frac{4\tau\sqrt{a}}{3\sqrt{\pi}} \text{ donc par la formule d'Irwin } G(s) = \frac{(1+\nu)}{E} K_3^2$$

En présence des deux modes combinés, on aura :

$$G(s) = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_1^2 + \frac{(1+\nu)}{E} K_3^2$$

2.2 Résultats de référence

Application Numérique (cas avec chargement de traction uniquement) :

Pour le chargement considéré et $a = 2m$, on obtient alors :

$$G(s) = 11.586 J/m^2 \\ KI = 1.5958E6 J/m^2$$

Pour la modélisation G (3 fonds de fissure différents) avec le même chargement, on obtient :

pour $a = 2m$

$$G(s) = 10.586 J/m^2 \\ KI = 1.5958E6 J/m^2$$

pour $a = 1.88m$

$$G(s) = 10.891 J/m^2 \\ KI = 1.5472E6 J/m^2$$

pour $a = 1.76m$

$$G(s) = 10.196 J/m^2$$
$$KI = 1.4969E6 J/m^2$$

Application Numérique (cas avec chargement de torsion uniquement) :

$$G(s) = 7.3565 J/m^2$$
$$KI = 1.0638E6 J/m^2$$

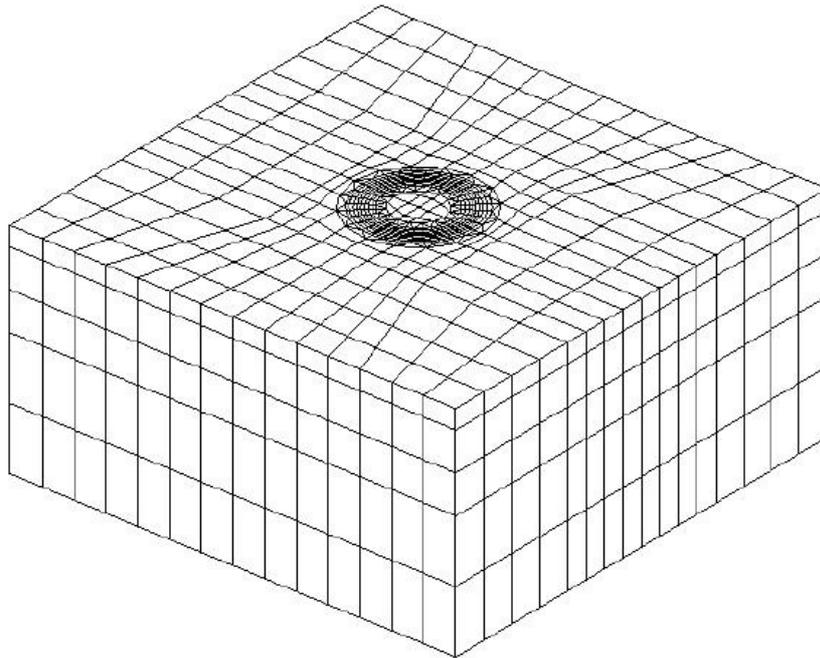
2.3 Références bibliographiques

- 1) Solution de Sneddon (1946) dans G.C. SIH : Handbook of stress-intensity factors Institute of Fracture and Solid Mechanics - Lehigh University Bethlehem, Pennsylvannie

3 Modélisation A

Le fond de fissure est fermé. On calcule G .

3.1 Caractéristiques de la modélisation



L'intérêt de cette modélisation est de représenter l'intégralité du fond de fissure qui est une courbe fermée, sans tirer parti des symétries du problème.

Seul le chargement de traction est pris en compte.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 11114

Nombre de mailles et type : 2432 PENTA15

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes.

3.3 Remarque

On utilise le mot clé `SYME` dans l'opérateur `CALC_G` pour multiplier automatiquement par deux le taux de restitution d'énergie calculé sur une seule lèvres de la fissure, lorsque l'opérande `FOND_FISS` est absent. Quand `FOND_FISS` est présent, l'information sur la symétrie est récupérée directement dans le concept `fond_fiss` créé via `DEFI_FOND_FISS`.

Le principe est le même pour `POST_K1_K2_K3`. L'indication de la symétrie induit le calcul des facteurs d'intensité des contraintes et du taux de restitution de l'énergie `G_IRWIN` par interpolation des déplacements d'une lèvres unique de la fissure. Le déplacement des nœuds milieux des arêtes des

éléments touchant le fond de fissure au quart de ces arêtes permettrait d'améliorer la précision du calcul.

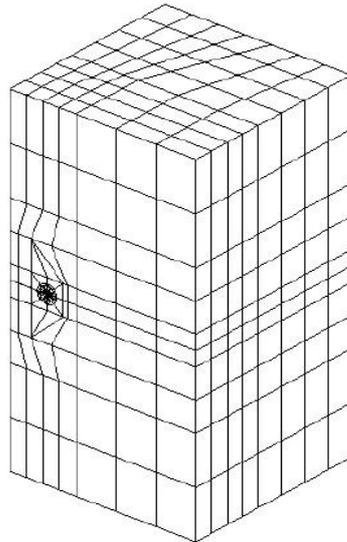
3.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Type de référence	% tolérance
G local Nœud <i>N403</i> - G Lagrange	11.586	ANALYTIQUE	3,0
G local Nœud <i>N2862</i> - G Lagrange	11.586	ANALYTIQUE	2,0
G local Nœud <i>N375</i> - G Lagrange	11.586	ANALYTIQUE	3,0
G local Nœud <i>N292</i> - G Lagrange	11.586	ANALYTIQUE	2,4
$\max(G_{local})$ - G Lagrange	11,59	ANALYTIQUE	2,5
$\min(G_{local})$ - G Lagrange	11,59	ANALYTIQUE	2,0
G local Nœud <i>N403</i> - G Lagrange_no_no	11.586	ANALYTIQUE	2,0
G local Nœud <i>N2862</i> - G Lagrange_no_no	11.586	ANALYTIQUE	2,0
G local Nœud <i>N375</i> - G Lagrange_no_no	11.586	ANALYTIQUE	2,0
G local point 1 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=33	11.586	ANALYTIQUE	1,0
G local point 13 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=33	11.586	ANALYTIQUE	1,0
G local point 21 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=33	11.586	ANALYTIQUE	1,0
G local point 33 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=33	11.586	ANALYTIQUE	1,0
G local Nœud <i>N292</i> - G Lagrange_no_no	11.586	ANALYTIQUE	2,0
G (POST_K1_K2_K3) - Nœud <i>N403</i>	11.586	ANALYTIQUE	5,0
G (POST_K1_K2_K3) - Nœud <i>N2862</i>	11.586	ANALYTIQUE	10,0
G (POST_K1_K2_K3) - Nœud <i>N375</i>	11.586	ANALYTIQUE	5,0
G (POST_K1_K2_K3) - Nœud <i>N292</i>	11.586	ANALYTIQUE	5,0

4 Modélisation B

Calcul avec POST_K1_K2_K3 en 3D

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Cette modélisation permet de tester le calcul de K_I à l'aide de POST_K1_K2_K3 (méthode d'extrapolation des déplacements sur les lèvres de la fissure). Le paramètre ABSC_CURV_MAXI de l'opérateur est calculé dans POST_K1_K2_K3 de manière à retenir 5 nœuds sur le segment d'extrapolation ($d_{max} = 0,35$).

Seul le chargement de traction est pris en compte.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6536

Nombre de mailles et type : 432 PENTA15 et 987 HEXA20

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes, pour obtenir une meilleure précision.

4.3 Grandeurs testées et résultats

4.3.1 Résultats de CALC_G

Identification	Référence (analytique)	% tolérance
G local Nœud 49	11,59	3,0
G local Nœud 1710	11,59	2,0
G local Nœud 77	11,59	3,0

4.3.2 Résultats de POST_K1_K2_K3

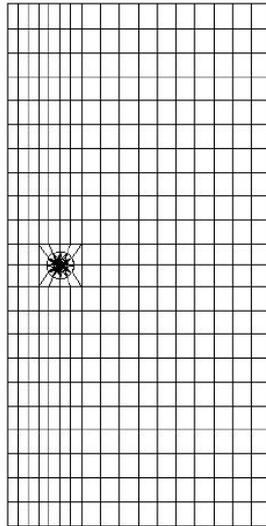
Identification	Référence (analytique)	% tolérance
<i>G</i> Nœud 49	11,586	2
<i>G</i> Nœud 77	11,586	2
<i>G</i> Nœud 1710	11,586	2
<i>KI</i> Nœud 49	1,60E+006	1
<i>KI</i> Nœud 77	1,60E+006	1
<i>KI</i> Nœud 1710	1,60E+006	1

D'autres tests purement informatiques de la commande POST_K1_K2_K3 sont également effectués.

5 Modélisation C

Calcul avec POST_K1_K2_K3 en axisymétrique.

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Cette modélisation permet de tester le calcul de K_I à l'aide de POST_K1_K2_K3 (méthode d'extrapolation des déplacements sur les lèvres de la fissure) en axisymétrique.

Seul le chargement de traction est retenu dans cette modélisation.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1477

Nombre de mailles et type : 402 QUAD8 et 60 TRIA6

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes, pour obtenir une meilleure précision.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Méthode	Référence	Type de référence	% tolérance
G	CALC_G	23,2	ANALYTIQUE	1,8
K_I	POST_K1_K2_K3	1,60E+006	ANALYTIQUE	3
G	POST_K1_K2_K3	11,6	ANALYTIQUE	1,8

5.4 Remarque

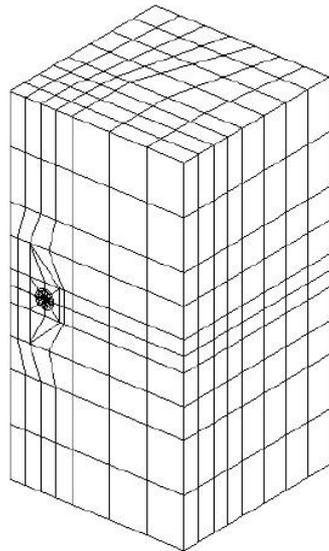
Une commande de STAT_NON_LINE est ajoutée pour valider les modifications apportées sur xpesro.f. Les résultats obtenus de ce cas test seront comparés avec ceux obtenus de cas test

sslv134i pour X-FEM en axi-symétrique. En addition de la traction simple appliquée sur les bords haut et bas de la plaque, une rotation de 150 trs/min autour de l'axe symétrique est appliquée. Avec l'option `CALC_G`, $G=21,4$ et $K_1=219\text{E}+05$.

6 Modélisation D

Calcul avec POST_K1_K2_K3 en 3D pour les modes 1 et 3.

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Les conditions aux limites suivantes sont successivement appliquées :

- traction : comme pour la modélisation B ;
- torsion.

Cette modélisation permet de tester le calcul de $K1$ et $K3$ combinés à l'aide de POST_K1_K2_K3 (méthode d'extrapolation des déplacements sur les lèvres de la fissure).

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes, pour obtenir une meilleure précision.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6536

Nombre de mailles et type : 432 PENTA15 et 987 HEXA20

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes, pour obtenir une meilleure précision.

6.3 Remarque

Les deux cas de charge (traction et torsion) sont pris en compte. Il faut donc cumuler les valeurs de G pour les deux chargements.

Ainsi

$$G(s) = (11.586 + 7.356) = 18.943 \text{ J/m}^2$$

Seule la traction contribue à $K1$, seule la torsion contribue à $K3$.

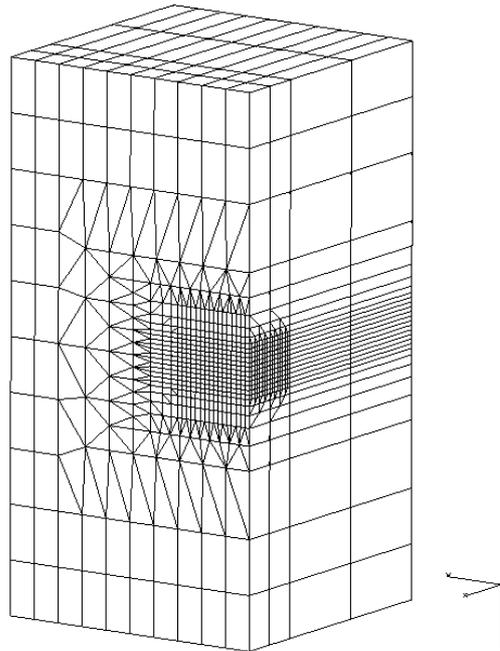
6.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Méthode	Localisation	Référence	Type de référence	% tolérance
G	CALC_G Legendre	Nœud 49	18,94	ANALYTIQUE	3,0
G	CALC_G Legendre	Nœud 1710	18,94	ANALYTIQUE	2,0
G	CALC_G Legendre	Nœud 77	18,94	ANALYTIQUE	3,0
K1	POST_K1_K1_K3	Nœud 49	1,596 10 ⁶	ANALYTIQUE	1,0
K1	POST_K1_K1_K3	Nœud 1710	1,596 10 ⁶	ANALYTIQUE	1,0
K1	POST_K1_K1_K3	Nœud 77	1,596 10 ⁶	ANALYTIQUE	2,0
K3	POST_K1_K1_K3	Nœud 49	1,064 10 ⁶	ANALYTIQUE	2,0
K3	POST_K1_K1_K3	Nœud 1710	1,064 10 ⁶	ANALYTIQUE	2,0
K3	POST_K1_K1_K3	Nœud 77	1,064 10 ⁶	ANALYTIQUE	1,0
G	POST_K1_K1_K3	Nœud 49	18,94	ANALYTIQUE	2,0
G	POST_K1_K1_K3	Nœud 1710	18,94	ANALYTIQUE	2,0
G	POST_K1_K1_K3	Nœud 77	18,94	ANALYTIQUE	2,0

7 Modélisation H

Méthode X-FEM.

7.1 Caractéristiques de la modélisation



Cette modélisation permet de tester le calcul de K_I à l'aide de `POST_K1_K2_K3` et `CALC_G` (option `CALC_K_G`) sur une fissure non maillée (méthode X-FEM).

Seul le chargement de traction est pris en compte. Des conditions de symétrie sont imposées sur les deux faces latérales. De plus, il ne faut pas oublier d'imposer les conditions de symétrie sur les lèvres de la fissure à travers les degrés de liberté de saut H1X, H1Y et H1Z).

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6100

Nombre de mailles et type : 1500 PENTA6 et 4600 HEXA8 (maillage linéaire)

7.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs testées sont les facteurs d'intensité des contraintes K_I le long du fond de fissure, calculés soit par `POST_K1_K2_K3` (méthode 3), soit par `CALC_G`. Le test s'effectue en 3 points du fond de fissure : points 1 (premier point), 10 et 24 (dernier point).

L'erreur quadratique moyenne correspond à la quantité suivante :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\int_{\Gamma} (K_I^{ref} - K_I^{Aster})^2 ds}{\int_{\Gamma} (K_I^{ref})^2 ds}}$$

Identification	Référence	Type de référence	% tolérance
----------------	-----------	-------------------	-------------

CALC_G			
<i>KI</i> - point 1	1.595e6	ANALYTIQUE	12,00
<i>KI</i> - point 10	1.595e6	ANALYTIQUE	3,00
<i>KI</i> - point 24	1.595e6	ANALYTIQUE	18,00
<i>Erreur quadratique moyenne</i>			9,90

POST_K1_K2_K3			
<i>KI</i> - point 1	1.595e6	ANALYTIQUE	2,00
<i>KI</i> - point 10	1.595e6	ANALYTIQUE	2,00
<i>KI</i> - point 24	1.595e6	ANALYTIQUE	2,00
<i>Erreur quadratique moyenne</i>			1,15

Remarques

La précision des résultats obtenus sur une fissure non maillée (méthode X-FEM) et le post-traitement POST_K1_K2_K3 est très satisfaisante, comparable à la précision avec une fissure maillée FEM. Néanmoins, les résultats sont dégradés avec CALC_G comme c'est le cas généralement avec les fronts courbes (test SSVL154 également). L'utilisation de cet opérateur est à déconseiller pour les fronts non droits avec la méthode X-FEM, étant donné la précision assez modeste de cet opérateur (18%).

Pour l'opérateur CALC_G, les lissages de type LAGRANGE ne permettent pas d'avoir des résultats facilement exploitables ; un lissage de type LEGENDRE est donc à privilégier.

On rappelle que le maillage utilisé est linéaire ; l'utilisation d'un maillage plus fin permet d'améliorer la précision du résultat, mais au détriment des temps de calcul.

8 Modélisation I

Méthode X-FEM en axi-symétrique.

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation permet de tester le calcul de KI à l'aide de `POST_K1_K2_K3` et `CALC_G` (option `CALC_K_G`) sur une fissure axi-symétrique non maillée (méthode X-FEM).

Deux types de chargements sont considérés. Le premier est de traction simple appliquée sur les bords haut et bas de la plaque. Le deuxième est de traction simple appliquée sur les bords haut et bas de la plaque et une rotation de 150 trs/min autour de l'axe symétrique.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20301

Nombre de mailles et type : 20000 `QUA4` et 600 `SE2` (maillage linéaire)

8.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de G et K_I calculées par la commande `CALC_G` option '`CALC_K_G`' et par la commande `POST_K1_K2_K3`, ainsi que la valeur de G calculée par la commande `CALC_G` (option '`CALC_G`').

Chargement 1: traction simple appliquée sur les bords haut et bas de la plaque

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
G (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_K_G</code> ')	'ANALYTIQUE'	11,59	2,1%
KI (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_K_G</code> ')	'ANALYTIQUE'	1,60E+06	6,0%
G (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_K_G</code> ')	'AUTRE_ASTER'	11,78	0,4%
KI (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_K_G</code> ')	'AUTRE_ASTER'	1,64E+06	2,0%
G (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_G</code> ')	'ANALYTIQUE'	23,17	2,1%
G (<code>POST_K1_K2_K3</code>)	'ANALYTIQUE'	11,59	6,0%
KI (<code>POST_K1_K2_K3</code>)	'ANALYTIQUE'	1,60E+06	6,0%

Chargement 2: traction simple appliquée sur les bords haut et bas de la plaque et une rotation de 150 trs/min autour de l'axe symétrique.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
G (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_K_G</code> ')	'AUTRE_ASTER'	2136,52	0,3%
KI (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_K_G</code> ')	'AUTRE_ASTER'	2,191E+07	2,5%
G (<code>CALC_G</code> option ' <code>CALC_G</code> ')	'AUTRE_ASTER'	4273,04	0,3%

G (POST_K1_K2_K3)	'AUTRE_ASTER'	2136,52	4,0%
KI (POST_K1_K2_K3)	'AUTRE_ASTER'	2,191E+07	2,5%

8.4 Remarques

Dans ce cas test, le ratio a/W entre la taille de la fissure a et la largeur W est 0,2 . Les effets de bords contribuent donc à la différence entre la solution numérique pour un bord fini et la solution de référence pour un milieu continu.

9 Modélisation J

Fond de fissure fermé, calcul de G pour les éléments incompressibles.

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Identiques à la modélisation A sauf les éléments utilisés sont 3D_INCO_UPG et 3D_INCO_UP.

9.2 Caractéristiques du maillage

Identiques à la modélisation A

9.3 Remarque

On utilise le mot clé SYME dans l'opérateur CALC_G pour multiplier automatiquement par deux le taux de restitution d'énergie calculé sur une seule lèvres de la fissure, lorsque l'opérande FOND_FISS est absent. Quand FOND_FISS est présent, l'information sur la symétrie est récupérée directement dans le concept fond_fiss créé via DEFI_FOND_FISS.

9.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Type de référence	% tolérance
G local Nœud <i>N403</i> - G Lagrange	11,586	ANALYTIQUE	4,0
G local Nœud <i>N2862</i> - G Lagrange	11,586	ANALYTIQUE	1,0
G local Nœud <i>N375</i> - G Lagrange	11,586	ANALYTIQUE	3,5
G local Nœud <i>N292</i> - G Lagrange	11,586	ANALYTIQUE	4,0
<i>max(G local)</i> - G Lagrange	11,590	ANALYTIQUE	5,0
<i>min(G local)</i> - G Lagrange	11,586	ANALYTIQUE	1,0
G local Nœud <i>N403</i> - G Lagrange_no_no	11,586	ANALYTIQUE	2,5
G local Nœud <i>N2862</i> - G Lagrange_no_no	11,586	ANALYTIQUE	2,0
G local Nœud <i>N375</i> - G Lagrange_no_no	11,586	ANALYTIQUE	2,0
G local Nœud <i>N292</i> - G Lagrange_no_no	11,586	ANALYTIQUE	3,0
<i>max(G local)</i> - G Lagrange_no_no	11,715	ANALYTIQUE	2,0
<i>min(G local)</i> - G Lagrange_no_no	11,575	ANALYTIQUE	2,0

10 Modélisation K

On teste K en axisymétrique pour les éléments incompressibles

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Identiques à la modélisation C sauf les éléments utilisés sont `AXIS _INCO_UPG` et `AXIS _INCO_UP`.

10.2 Caractéristiques du maillage

Identique à la modélisation C

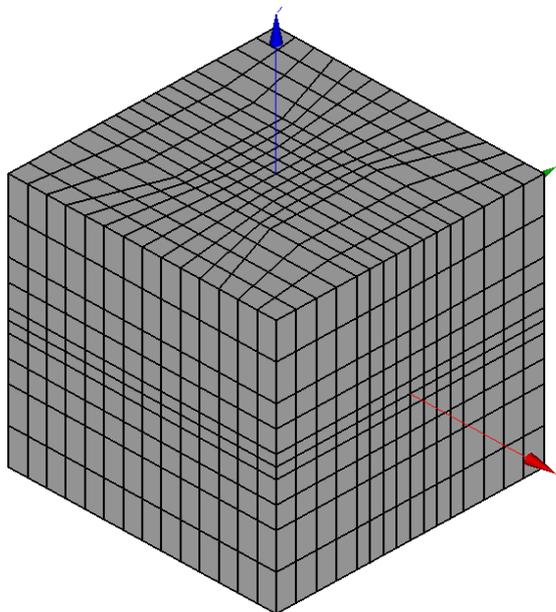
10.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Méthode	Référence	Type de référence	% tolérance
G	CALC_G	23,2	ANALYTIQUE	2
G	CALC_K_G	23,2	ANALYTIQUE	2
KI	CALC_K_G	1.595769E6	ANALYTIQUE	3,5
KI	CALC_K_G	1.643E+06	ANALYTIQUE	3

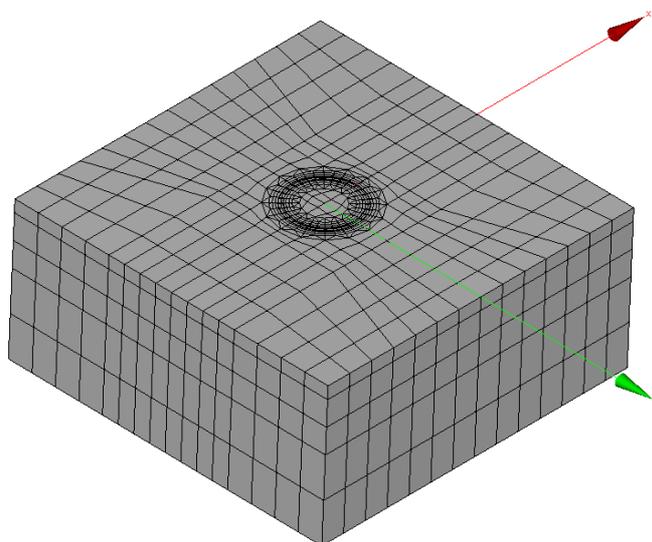
11 Modélisation L

Le fond de fissure est fermé. On calcule G .

11.1 Caractéristiques de la modélisation



L'intérêt de cette modélisation est de repartir de la modélisation A et de symétriser le maillage.



Ainsi, nous retrouvons la discrétisation de la couronne de la modélisation A.

Seul le chargement de traction est pris en compte.

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 18571

Nombre de mailles et type : 3136 HEXA20 et 1728 PENTA15

11.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Type de référence	% tolérance
G local point 3 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=16	11.586	ANALYTIQUE	5,0
G local point 8 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=16	11.586	ANALYTIQUE	1,0
G local point 11 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=16	11.586	ANALYTIQUE	4,0
G local point 15 LAGRANGE / NB_POINT_FOND=16	11.586	ANALYTIQUE	2,0

12 Synthèses des résultats

Les conclusions de ce cas test sont les suivantes :

- La définition et le calcul de G local sur des fonds de fissure fermés est validé. On vérifie en particulier l'indépendance de G local vis-à-vis de l'angle pour une fissure et un chargement axisymétriques. On constate un écart de moins de 2% sur l'ensemble du fond de fissure par les méthodes 'LAGRANGE' et 'LAGRANGE_NO_NO'.
- La commande `POST_K1_K2_K3`, qui permet de calculer les facteurs d'intensité de contraintes en exploitant le saut de déplacements sur les lèvres de la fissure, est également validé. Cette méthode, moins précise que `CALC_G`, permet d'obtenir ici (avec un maillage approprié : nœuds milieux des arêtes touchant le fond de fissure déplacés au quart de ces arêtes) des valeurs de K_I et K_{II} à moins de 2% de la référence.

Trois méthodes d'interpolation sont utilisées et donnent des résultats proches. La méthode 3 est intéressante car elle fournit une valeur unique des facteurs d'intensité de contrainte et non pas une valeur maximale et une valeur minimale.

L'utilisation de `POST_K1_K2_K3` pour étudier une fissure par relâchement de nœuds est testée et donne des résultats satisfaisants.

- On valide le calcul de la forme bilinéaire de G et les options `G_MAX` et `CALC_K_MAX`.
- La méthode X-FEM permet d'évaluer les facteurs d'intensité des contraintes K sur un maillage non fissuré avec une erreur inférieure à 20% avec `CALC_G`. Avec l'opérateur `POST_K1_K2_K3`, la précision augmente considérablement, pour atteindre un écart à la solution analytique de 2%.
- On valide les calculs pour éléments `3D_INCO_UPG`, `3D_INCO_UP`, `AXIS_INCO_UPG` et `AXIS_INCO_UP`