

## SSLS132 – Plaque console sous chargement de flexion

---

### Résumé

Ce test quasi-statique entre dans le cadre de la validation des éléments `GRILLE_EXCENTRE`, `GRILLE_MEMBRANE` et `MEMBRANE`. Une plaque en béton (modélisée par `COQUE` éventuellement) est recouverte de deux nappes d'armature sur ses faces supérieure et inférieure, chacune excentrée de la même quantité. Les chargements sont de trois types :

- 1) bord encastré et flexion de la plaque
- 2) effet de la gravité et du poids propre
- 3) pré-déformations dans les deux nappes d'armatures pour faire comprimer la plaque

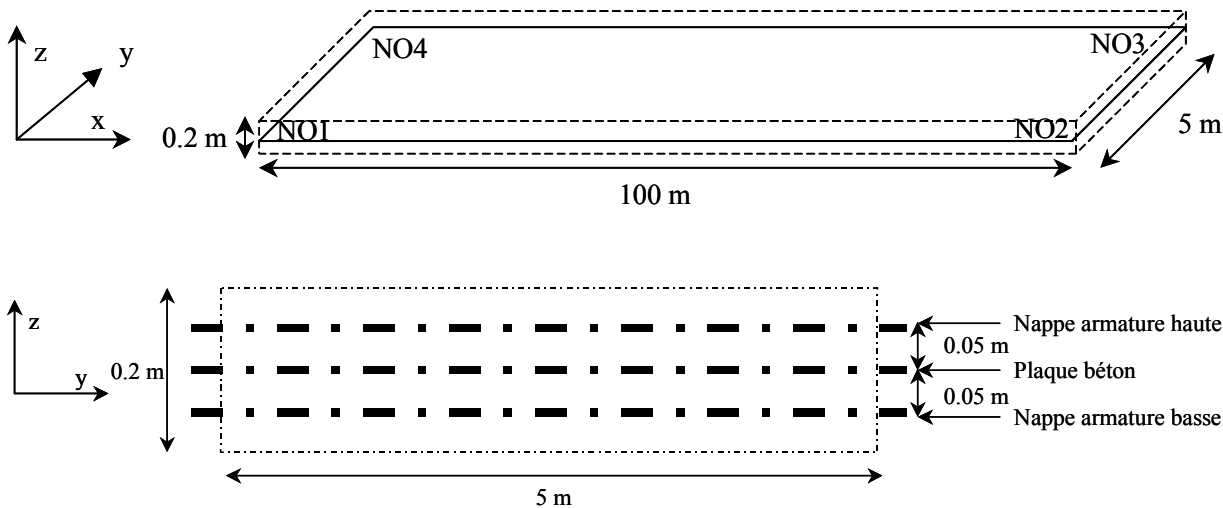
Les résultats de la simulation sont comparés à des solutions analytiques.

L'intérêt de ce test est de valider la modélisation `GRILLE_EXCENTRE`, `GRILLE_MEMBRANE` et `MEMBRANE` sous des chargements de flexion, de pesanteur et en imposant des pré-déformations.

Modélisation / teste l'algorithme IMPLEX en élasticité.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



La console en béton est modélisée soit en éléments volumiques standards soit par la modélisation COQUE (DKT) . Les nappes d'armature sont respectivement modélisées par des modélisations de GRILLE (GRILLE\_MEMBRANE quand il n'y a pas d'excentrement ou GRILLE\_EXCENTRE quand les armatures sont excentrées).

### 1.2 Propriétés des matériaux

**Console en béton :**  $E=3E+10 \text{ Pa}$  ,  $\nu=0$  ,  $\rho=2500 \text{ kg/m}^3$

Epaisseur de la console :  $0.2 \text{ m}$  ;  $\text{ANGL\_REP} = (0 ; 0)$

**Nappes d'armature en acier :**  $E=2E+11 \text{ Pa}$  ,  $\nu=0$  ,  $\rho=7800 \text{ kg/m}^3$

Nappe d'armature haute : section par mètre linéaire =  $0.2 \text{ m}^2/\text{ml}$  ; excentrement =  $0.05 \text{ m}$  ;  
 $\text{ANGL\_REP} = (0 ; 0)$

Nappe d'armature basse : section par mètre linéaire =  $0.2 \text{ m}^2/\text{ml}$  ; excentrement =  $-0.05 \text{ m}$  ;  
 $\text{ANGL\_REP} = (0 ; 0)$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites et les chargements se décomposent de la manière suivante :

**Modélisation A et B :**

Bord  $NO1NO4$  (  $B0X$  ) encastéré

$DZ=1.0$  sur le bord  $NO2NO3$  (  $B1X$  ) (flexion)

**Modélisation C, D et G :**

Bord  $B0X$  et  $B1X$  encastérés

Pesanteur

**Modélisation E, F et H ;**Bord  $B0X$  encastréPré-déformations  $EXX$  imposées sur les deux nappes d'armatures, égales à 0.001 .

Les modélisations et les chargements considérés sont résumés dans le tableau suivant :

| Modélisations   | Flexion | Pesanteur | Pré-déformation |
|-----------------|---------|-----------|-----------------|
| GRILLE_EXCENTRE | A et B  | C         | E et F          |
| GRILLE_MEMBRANE |         | D         |                 |
| MEMBRANE        |         | G         | H               |

Modélisation I teste MEMBRANE et GRILLE\_MEMBRANE simultanément.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Plaque en flexion

On cherche à calculer la résultante  $F_z$  des efforts s'appliquant sur une plaque en béton armé (2 nappes d'armature) de dimension  $L_1 \times L_2 \times e$  ( $L_1$  est la dimension suivant la direction principale des armatures), encastrée sur un bord et que l'on soumet à un déplacement de flexion sur le bord opposé ( $U_z$ ).

La force s'écrit :

$$F_z = K_z U_z$$

avec  $K_z$  la rigidité selon  $z$  donnée par :

$$K_z = \frac{3(EI)_{tot}}{L_1^3}$$

avec  $(EI)_{tot}$  égal à

$$(EI)_{tot} = (EI)_{beton} + (EI)_{armatures}$$

où

$$(EI)_{armatures} = 2.E_{armat} \cdot (s.L_2).e_{exc}^2$$

avec  $E_{armat}$  le module de Young de l'acier,  $s$  la section des armatures par mètre linéaire et  $e_{exc}$  l'excentrement des nappes d'armatures par rapport au feuillet moyen

$$(EI)_{beton} = E_{beton} \cdot L_2 \cdot \frac{e^3}{12}$$

où  $E_{beton}$  est le module de Young du béton.

Connaissant le déplacement vertical imposé et en utilisant les formules précédentes, il est possible de remonter à la valeur analytique de la force.

### 2.2 Effet de la gravité

On s'intéresse à présent à une plaque en béton armé encastree à ses deux extrémités et soumise à l'effet de la gravité.

On cherche à calculer la résultante des efforts verticaux associée  $F_z$

$$F_z = F_{z,armat} + F_{z,beton}$$

où  $F_{z,beton}$  et  $F_{z,armat}$  sont respectivement les effets de gravité liés au béton et aux armatures.

$$F_{z,beton} = L_1.L_2.e.\rho_{beton}.g$$

avec  $g$  l'accélération de la pesanteur

$$F_{z,armat} = 2.s.L_2.L_1.\rho_{armat}.g$$

avec  $\rho_{armat}$  la masse volumique des armatures en acier, et  $s$  la section par mètre linéaire.

En combinant les équations précédentes, il devient possible de déterminer la valeur de la force verticale liée à la gravité et d'en déduire la résultante verticale des réactions d'appui.

## 2.3 Pré-Déformations

On cherche à calculer le déplacement moyen suivant  $U_x$  du bord libre d'une plaque en béton armé encastree à l'autre bord. On applique aux armatures une pré-déformation  $\varepsilon_{xx}$ .

En considérant la déformation homogène et égale sur les nappes d'armatures et dans le béton, on écrit simplement :

$$U_x = \varepsilon_{xx}.L_x$$

avec  $L_x$  la dimension de la plaque dans la direction  $x$  (égale à  $L_1$  dans ce cas)

On peut ainsi déterminer la valeur de déplacement cherchée.

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de flexion avec des éléments GRILLE\_EXCENTRE. La console en béton est maillée avec 1616 éléments TRIA3

### 3.2 Résultats de la modélisation A

On teste la valeur de la réaction suivant  $z$  sur le bord encastré (  $BOX$  )

Valeur de référence (solution analytique) :  $-3.299E3\ N$

Valeur fournie par Code\_Aster :  $-3.3E3\ N$

Écart : 0.016 %

## 4 Modélisation B

---

Modélisation identique à la modélisation A, avec un maillage de 500 éléments QUAD4.

Les résultats de la modélisation B sont les mêmes que ceux de la modélisation A.

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pesanteur avec des éléments GRILLE\_EXCENTRE. La console en béton est maillée avec 500 éléments QUAD4.

### 5.2 Résultats de la modélisation C

On teste la valeur de la réaction suivant  $z$  sur les bords encastrés (  $BOX + BIX$  )

Valeur de référence (solution analytique) :  $1.7756E+07\ N$

Valeur fournie par Code\_Aster :  $1.7756E+07\ N$

Écart : 0.

## 6 Modélisation D

---

On teste ici un chargement de pesanteur avec des éléments GRILLE\_MEMBRANE. L'excentrement des armatures est considéré nul. Le maillage est identique à celui de la modélisation C.

Les résultats de la modélisation D sont les mêmes que ceux de la modélisation C.

## 7 Modélisation E

---

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pré-déformation avec des éléments GRILLE\_EXCENTRE. Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

### 7.2 Résultats de la modélisation E

On teste la valeur du déplacement moyen suivant  $x$  du bord libre  $BIX$

Valeur de référence (solution analytique) :  $0.1\text{ m}$

Valeur fournie par Code\_Aster :  $0.1\text{ m}$

Écart : 0.

## 8 Modélisation F

---

Modélisation identique à la modélisation E, avec un maillage de 500 éléments QUAD4.

Les résultats de la modélisation F sont les mêmes que ceux de la modélisation E.

## 9 Modélisation G

---

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pesanteur avec des éléments MEMBRANE. Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

### 9.2 Résultats de la modélisation G

On teste la valeur de la réaction suivant  $z$  sur les bords encastres ( $BOX + BIX$ )

Valeur de référence (solution analytique) :  $1.7756\text{E}+07\text{ N}$

Valeur fournie par Code\_Aster :  $1.7756\text{E}+07\text{ N}$

Écart : 0.

## 10 Modélisation H

---

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pré-déformation avec des éléments MEMBRANE. Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

### 10.2 Résultats de la modélisation H

On teste la valeur du déplacement moyen suivant  $x$  du bord libre  $BIX$

Valeur de référence (solution analytique) : 0.1 m

Valeur fournie par Code\_Aster : 0.1 m

Écart : 0.

## 11 Modélisation I

---

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici la méthode IMPLEX en élasticité. Un chargement de flexion est combiné avec la pesanteur. Les éléments MEMBRANE et GRILLE\_MEMBRANE sont testés simultanément. Le maillage est volumique avec deux nappes de mailles bidimensionnelles.

### 11.2 Résultats de la modélisation I

On teste la valeur de la résultante  $dz$  de la force nodale du bord libre *BIX*

Valeur de référence (solution élastique) est égale à la solution en IMPLEX

Écart : 0.

## 12 Conclusions

---

On valide par ce cas-test divers modélisations du comportement d'une plaque console sous chargement de flexion, sous l'effet de la gravité et en imposant des pré-déformations aux nappes d'armature. On valide ainsi les modélisations GRILLE\_EXCENTRE, GRILLE\_MEMBRANE et MEMBRANE.

Les résultats des simulations sont en accord avec les valeurs des solutions analytiques.