SSLS115 - Plaque carrée composite sous pression uniforme

Résumé :

On traite le cas d'une plaque carrée tri-couches, simplement supportée et soumise à une pression uniforme. Les peaux sont constituées d'un matériau homogène orthotrope, ainsi que le cœur (mêmes axes d'orthotropie). Les modules E et G du cœur sont dix fois plus faibles que ceux des peaux.

On calcule le déplacement au centre ainsi que les contraintes aux interfaces inférieures et supérieures des peaux.

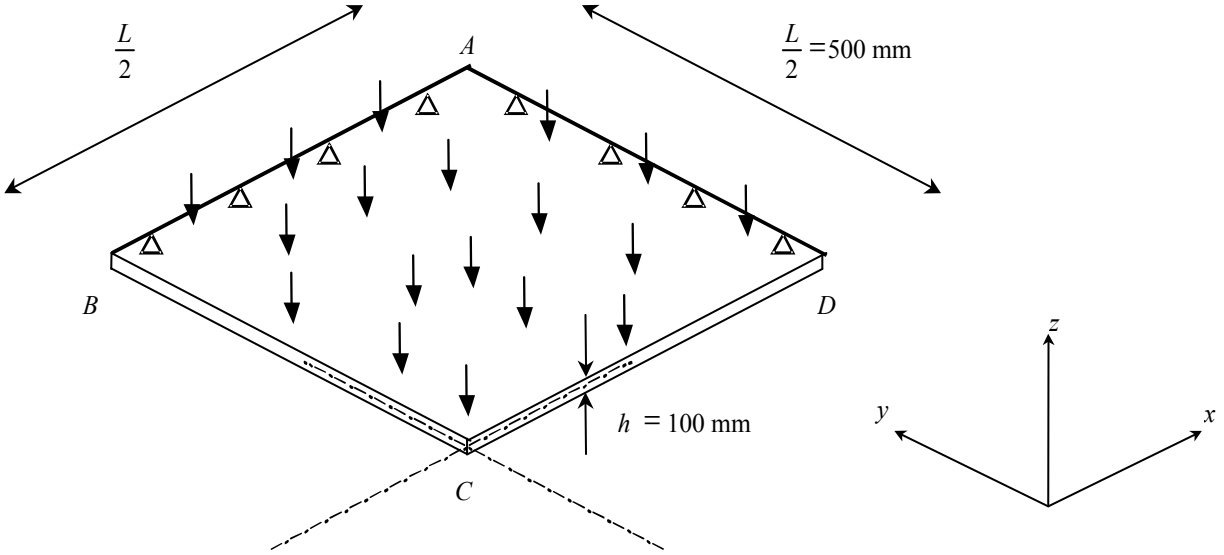
Le test regroupe huit modélisations : en ce qui concerne les quatre premières, les résultats obtenus sont comparés pour des mailles surfaciques triangulaires puis quadrangulaires, dans deux repères utilisateur différents. Les quatre dernières modélisations permettent de mesurer la sensibilité des résultats à l'orientation des mailles triangulaires dans les deux repères utilisateur.

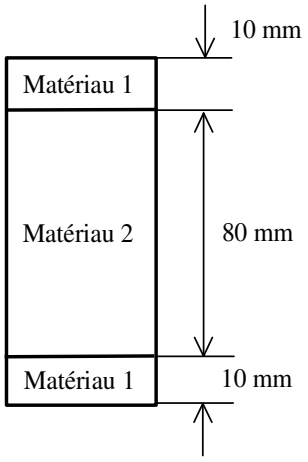
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

En raison de la symétrie géométrique et physique du problème, seul le quart de la plaque est modélisé.





Élancement : $\frac{L}{h}=10$: la plaque est relativement épaisse.

1.2 Propriétés de matériaux

	Matériau 1	Matériau 2
$E_L(10^{11} N/m^2)$	3.4156	0.34156
$E_T(10^{11} N/m^2)$	1.793	0.1793
$G_{LN}(10^{11} N/m^2)$	0.608	0.0608
$G_{TN}(10^{11} N/m^2)$	1.015	0.1015
$G_{LT}(10^{11} N/m^2)$	1.0	0.1
NU_T	0.44	0.44

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Plaque en appui simple

Conditions aux limites : AB : $DZ=0.$ $DRY=0.$

AD : $DZ=0.$ $DRX=0.$

Symétrie BC : $DX=0.$ $DRY=0.$ $DRZ=0.$

CD : $DY=0.$ $DRX=0$. $DRZ=0.$

Chargement :

`FORCE_COQUE` Pression uniforme $P=1\mathrm{N}/m^2$

2 Solution de référence

2.1 Solution de référence

La solution numérique obtenue avec une théorie de plaque multi-couches en élasticité linéaire orthotrope est donnée dans la référence [bib1] page 341.

2.2 Résultats de référence

Au point C, on calcule le déplacement suivant z du point ainsi que les contraintes σ_x aux interfaces inférieures et supérieures des peaux.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution numérique.

2.4 Références bibliographiques

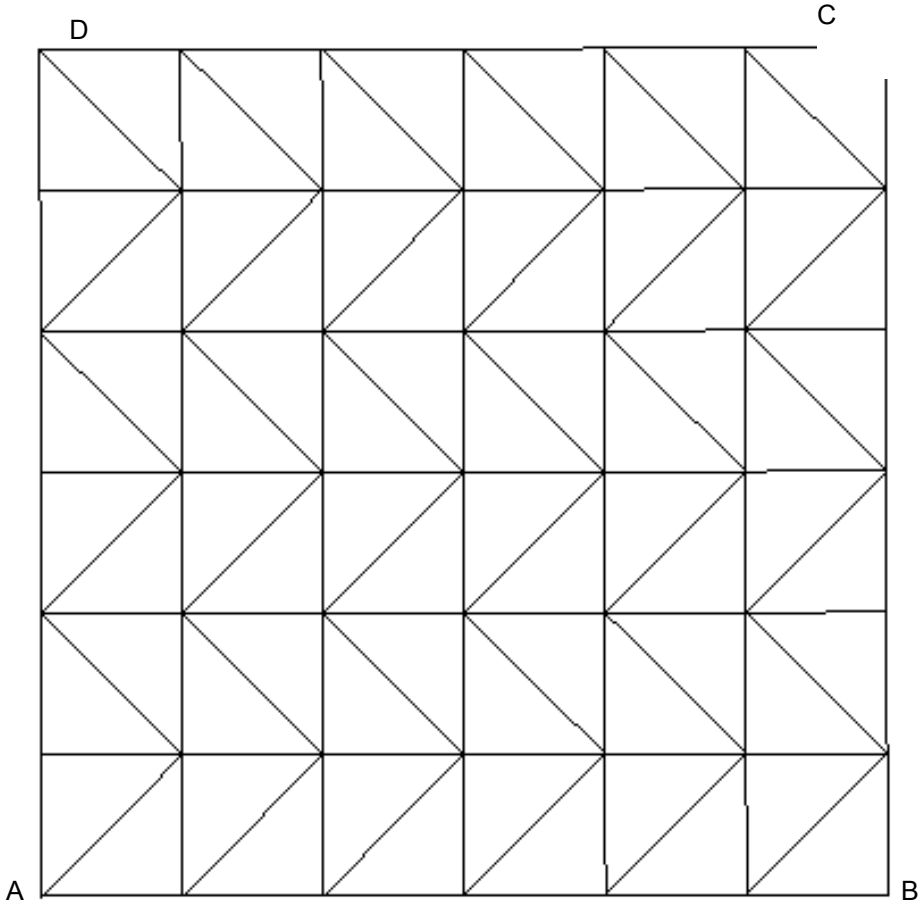
1) BATOZ et DHATT. Modélisation des structures par éléments finis. Poutres et plaques. Hermès, 1990.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le repère utilisateur est confondu avec le repère d'orthotropie.



Conditions limites :

```
DDL_IMPO
(GROUP_NO='AB', DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 72

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

3.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence
	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	5.9577E+01	1.323
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–4.7662E+01	1.194
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–5.9577E+01	1.323
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–4.7662E+01	1.194
Déplacement	DX	0.0	0.0	0.0
	DY	0.0	0.0	0.0
	DZ	4.1920E+01	4.1851E+01	–0.163

3.4 Contenu du fichier résultats

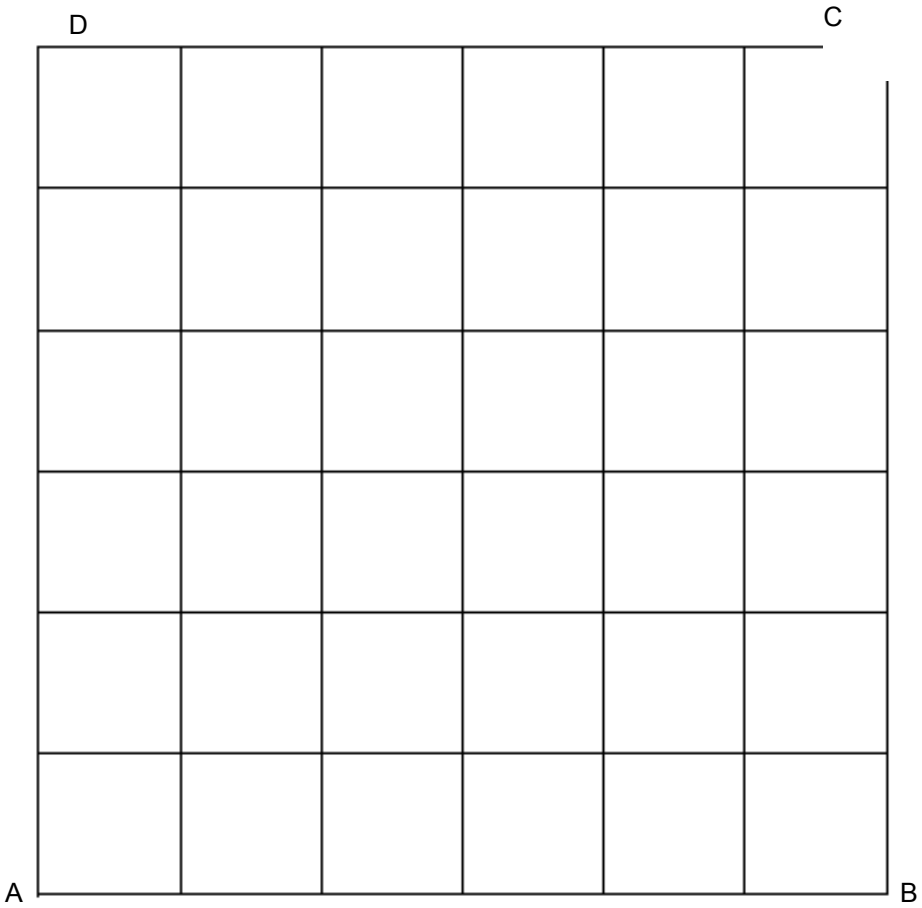
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le repère utilisateur est confondu avec le repère d'orthotropie .



Conditions aux limites : DDL_IMPO

```
(GROUP_NO='AB', DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 36

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 57

Nombre de mailles et types : 36 QUAD4

4.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.3601E+01	8.166
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–5.0881E+01	8.028
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–6.3601E+01	8.166
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–5.0881E+01	8.028
Déplacement	DX	0.0	0.0	0.0
	DY	0.0	0.0	0.0
	DZ	4.1920E+01	4.2040E+01	0.29

4.4 Contenu du fichier résultats

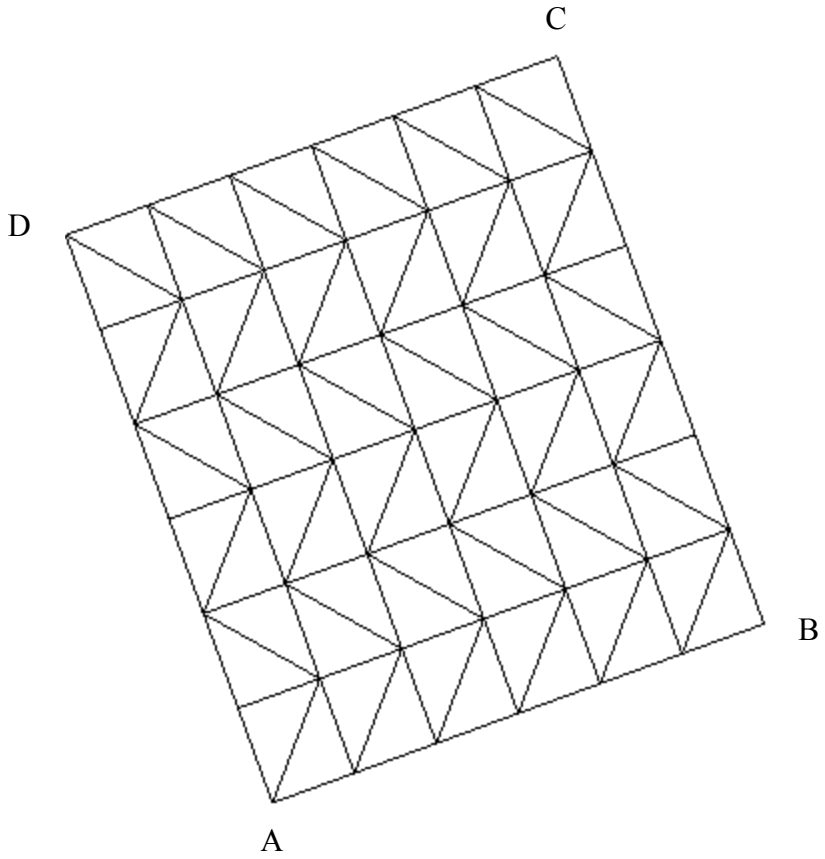
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le modèle de plaque associé à la modélisation A est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta.



Conditions aux limites : LIAISON_OBLIQUE

```
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 72

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

5.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence
	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	5.9577E+01	1.323
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–4.7662E+01	1.194
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–5.9577E+01	1.323
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–4.7662E+01	1.194
Déplacement	DX	1.9696E+01	1.9663E+01	–0.163
	DY	7.1687E+00	7.1570E+00	–0.162
	DZ	3.6304E+01	3.6244E+01	–0.163

5.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point C sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe Z). Dans le repère local, la projection de l'axe Z est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin\beta\cos\alpha \\ \sin\beta\sin\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

5.5 Contenu du fichier résultats

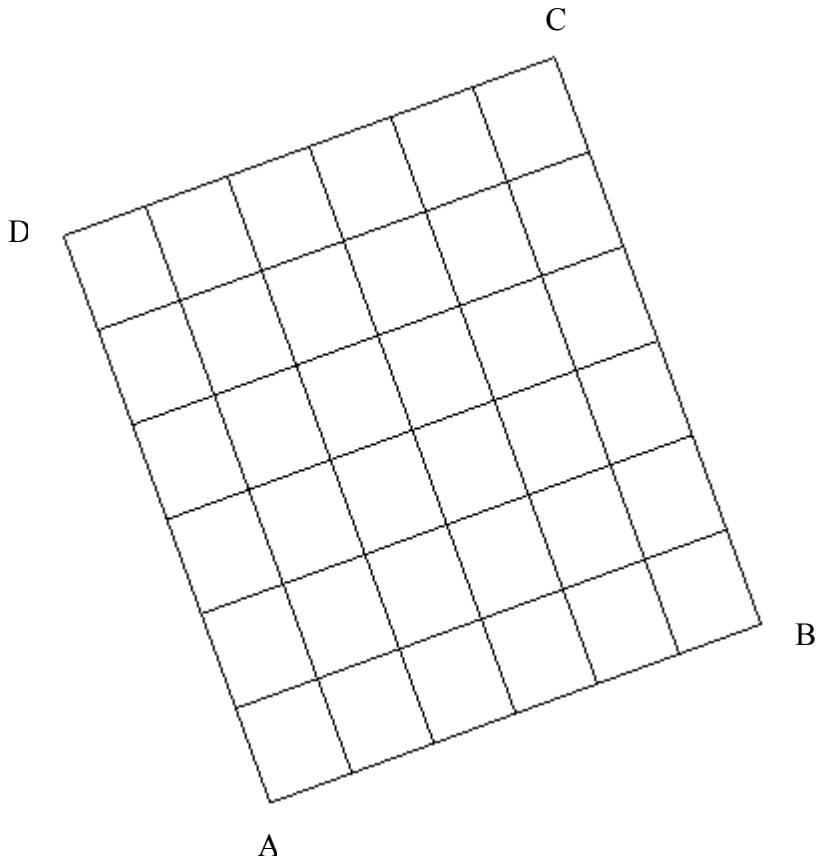
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le modèle de plaque associé à la modélisation B est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta.



Conditions aux limites : LIAISON_OBLIQUE

```
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 36

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 57

Nombre de mailles et types : 36 QUAD4

6.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.3601E+01	8.166
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–5.0881E+01	8.028
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–6.3601E+01	8.166
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–5.0881E+01	8.028
Déplacement	DX	1.9696E+01	1.9750E+01	0.290
	DY	7.1687E+00	7.1895E+00	0.291
	DZ	3.6304E+01	3.6409E+01	0.289

6.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point C sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe Z). Dans le repère local, la projection de l'axe Z est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin\beta\cos\alpha \\ \sin\beta\sin\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

6.5 Contenu du fichier résultats

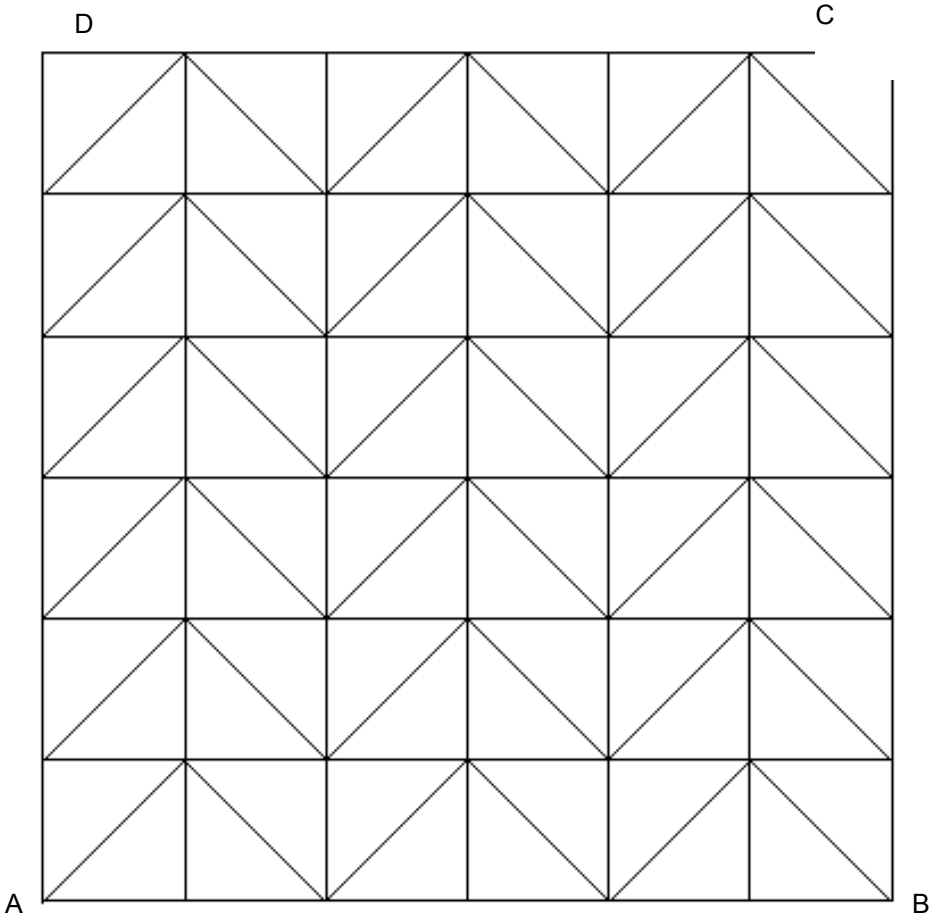
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le repère utilisateur est confondu avec le repère d'orthotropie. Comparativement à la modélisation A, le modèle est ici caractérisé par une orientation différente des mailles surfaciques.



Conditions aux limites : DDL_IMPO

```
(GROUP_NO='AB', DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 72

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

7.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.5537E+01	11.459
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–5.2430E+01	11.317
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–6.5537E+01	11.459
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–5.2430E+01	11.317
Déplacement	DX	0.0	0.0	0.0
	DY	0.0	0.0	0.0
	DZ	4.1920E+01	4.2024E+01	0.248

7.4 Contenu du fichier résultats

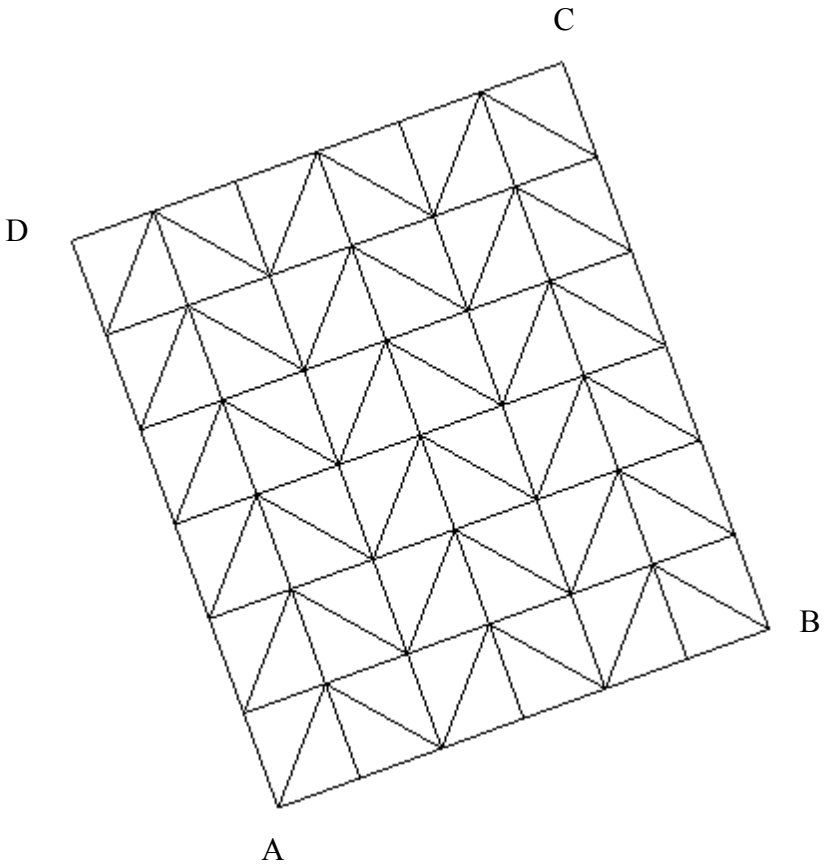
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le modèle de plaque associé à la modélisation E est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta. Comparativement à la modélisation C, le modèle est ici caractérisé par une orientation différente des mailles.



Conditions aux limites : LIAISON_OBLIQUE

```
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 72

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

8.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.5537E+01	11.459
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–5.2430E+01	11.317
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–6.5537E+01	11.459
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–5.2430E+01	11.317
Déplacement	DX	1.9696E+01	1.9744E+01	0.248
	DY	7.1687E+00	7.1865E+00	0.249
	DZ	3.6304E+01	3.6393E+01	0.248

8.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point C sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe Z). Dans le repère local, la projection de l'axe Z est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin\beta\cos\alpha \\ \sin\beta\sin\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

8.5 Contenu du fichier résultats

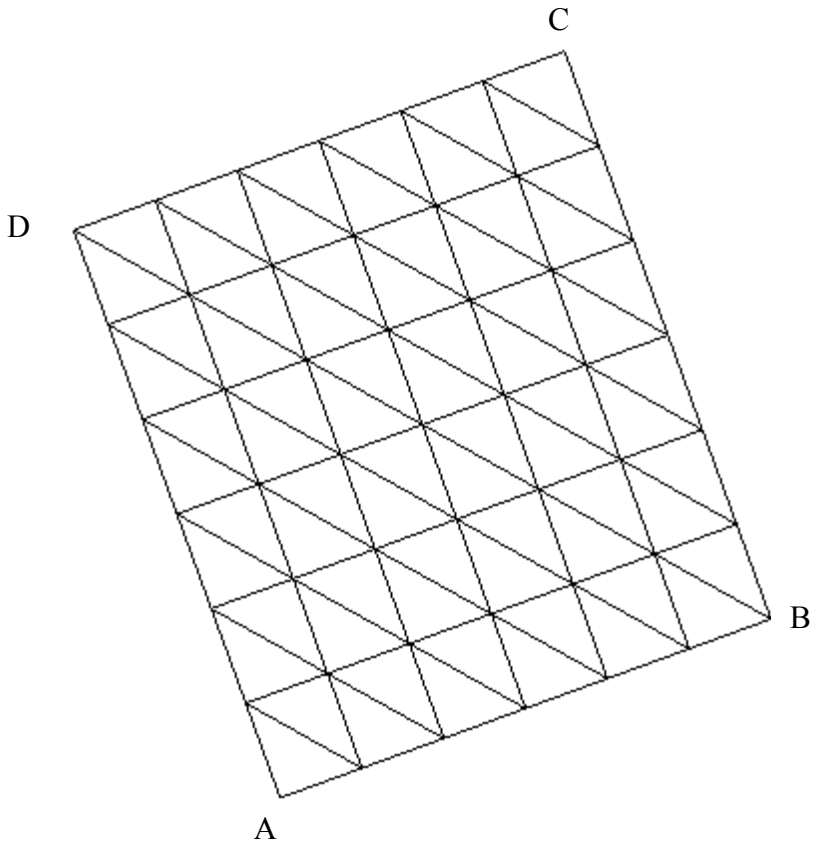
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le modèle de plaque est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta, sans référence à un modèle non tourné.
L'orientation des mailles est ici identique à celle de la référence [bib1].



Conditions limites :

```
LIAISON_OBLIQUE
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 72

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

9.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence
	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	4.7920E+01	1.742

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	5.9900E+01	1.872
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–4.7920E+01	1.742
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	4.7920E+01	1.742
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–5.9900E+01	1.872
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–4.7920E+01	1.742
Déplacement	DX	1.9696E+01	1.9882E+01	0.946
	DY	7.1687E+00	7.2365E+00	0.947
	DZ	3.6304E+01	3.6647E+01	0.946

9.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point C sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe Z). Dans le repère local, la projection de l'axe Z est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin\beta\cos\alpha \\ \sin\beta\sin\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

9.5 Contenu du fichier résultats

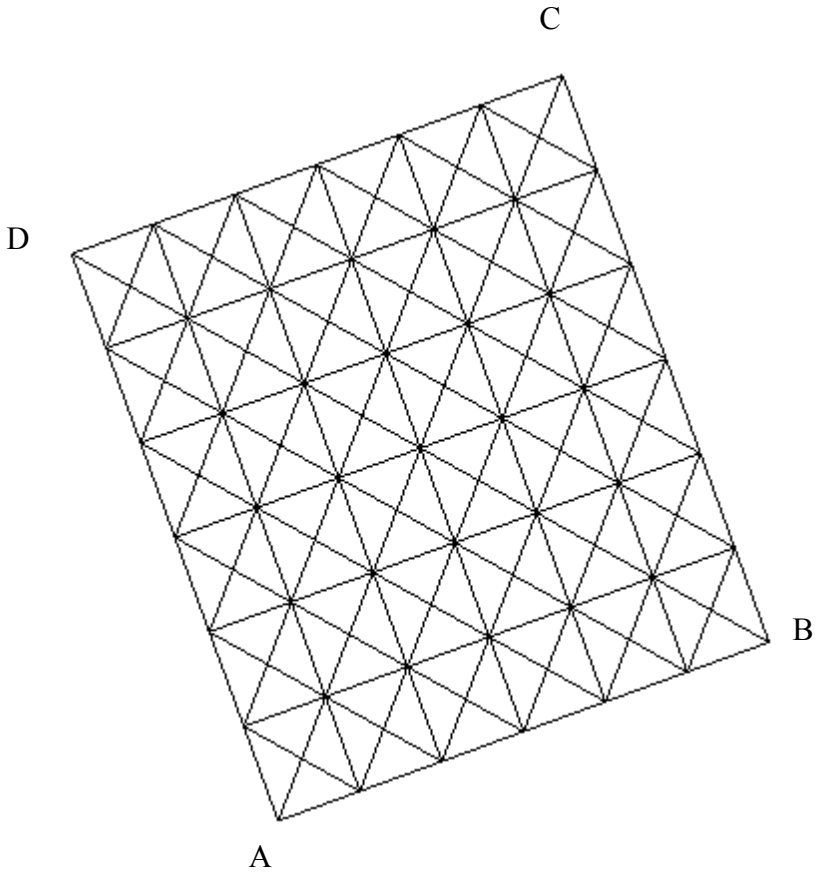
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).
Le modèle de plaque est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta, sans référence à un modèle non tourné.



Conditions limites :

```
LIAISON_OBLIQUE
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 142

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 101

Nombre de mailles et types : 144 TRIA3

10.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	*Aster*	% Différence
	σ_x sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.0957E+01	8.19

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes	σ_x sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.3691E+01	8.32
	σ_x sur couche 2 inférieure	–4.7100E+01	–5.0957E+01	8.19
	σ_x sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.0957+01	8.19
	σ_x sur couche 1 inférieure	–5.8800E+01	–6.3696E+01	8.32
	σ_x sur couche 1 supérieure	–4.7100E+01	–5.0957E+01	8.19
Déplacement	DX	1.9696E+01	1.9735E+01	0.199
	DY	7.1687E+00	7.1830E+00	0.200
	DZ	3.6304E+01	3.6376E+01	0.200

10.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point C sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe Z). Dans le repère local, la projection de l'axe Z est la suivante :

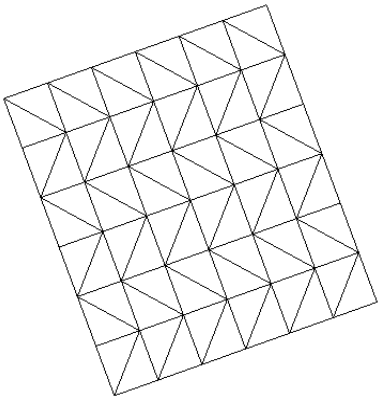
$$\begin{bmatrix} \sin\beta\cos\alpha \\ \sin\beta\sin\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

10.5 Contenu du fichier résultats

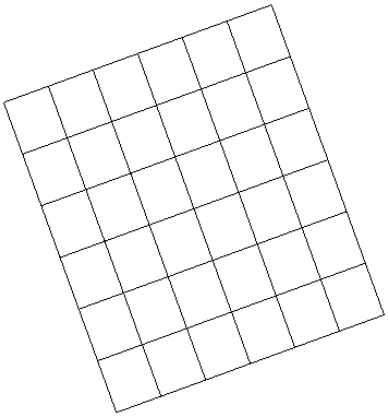
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes σ_x.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

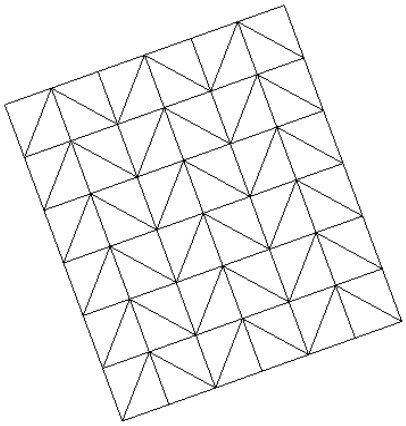
11 Synthèse graphique



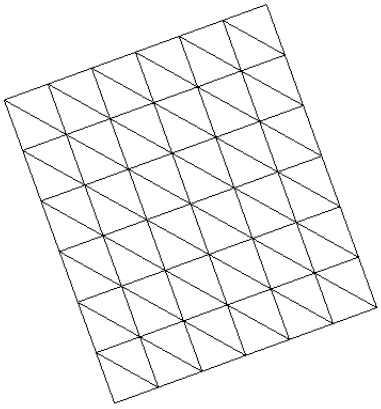
Modélisation C



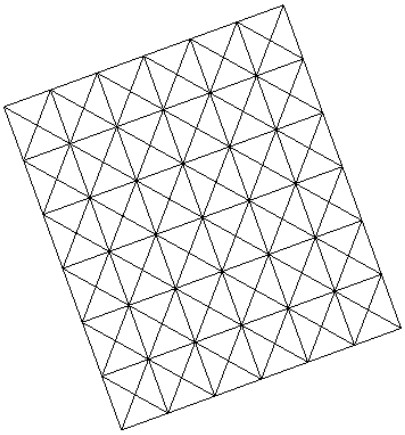
Modélisation D



Modélisation F



Modélisation G



Modélisation H

	% Contrainte	% Déplacement
C	1.2	–0.17
D	8.1	0.23
F	11.4	0.25
G	1.8	0.95

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

H	8.2	0.20

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus montrent que :

- A maillage identique (type de mailles surfaciques et orientation des mailles), le changement de repère utilisateur n'influe pas sur les contraintes ;
- Du fait de l'orthotropie du problème, il existe une sensibilité non négligeable à l'orientation des mailles surfaciques triangulaires (la précision des calculs passe de 1 à 11% pour les contraintes et de 0.17 à 0.95% pour les déplacements). Cette sensibilité ne disparaît pas en raffinant le maillage. Ce point est donc à prendre en compte lors de la comparaison des performances triangle/quadrangle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)