

SSLP311 - Fissure centrale oblique dans une plaque rectangulaire finie, à deux matériaux, soumise à traction uniforme

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique avec bi-matériau en présence d'une fissure d'interface interne oblique.

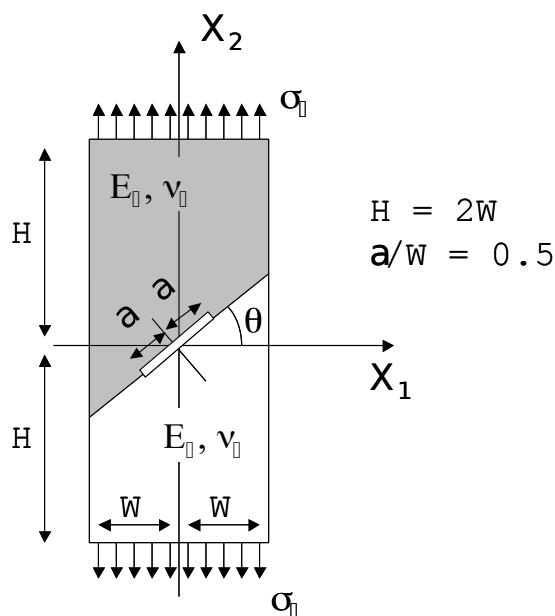
Le comportement de la structure (bi-matériau) est élastique linéaire isotrope.

Le cas test comprend quatre modélisations en contraintes planes dans lesquelles l'influence de l'inclinaison de la fissure θ est étudiée (4 cas).

Le calcul des facteurs d'intensité des contraintes n'est pas disponible pour une fissure située à l'interface d'un bi-matériau ; la comparaison à la solution de référence se fait donc sur le taux de restitution de l'énergie uniquement, calculé avec l'opérateur `CALC_G`.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On considère 4 valeurs de l'angle θ : 15° , 30° , 45° et 60° .
Les autres dimensions sont choisies telles que $H = 2W = 4a$.
La valeur de a vaut $1.E-3\text{ m}$.

1.2 Propriétés des matériaux

Matériau n° 1

Élastique, linéaire, isotrope, module d'Young $E_1 = 2E + 12\text{ Pa}$ et coefficient de Poisson $\nu_1 = 0,3$.

Matériau n° 2

Élastique, linéaire, isotrope, module d'Young $E_2 = 2E + 11\text{ Pa}$ et coefficient de Poisson $\nu_2 = 0,3$.

1.3 Conditions aux limites et chargement

- Les modes rigides sont bloqués par les conditions aux limites suivantes :
 $UX = UY = 0$ au coin inférieur gauche du modèle.
 $UY = 0$ sur le bord inférieur.
- Chargement : tension uniforme $\sigma_{yy} = \sigma_0$ sur le bord supérieur.
La valeur de σ_0 est 100 MPa .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Méthode des éléments de frontière, avec des éléments quadratiques [bib1].

Le calcul de K_I et K_{II} est effectué par une intégrale de contour (intégrale M [bib2]) dans laquelle interviennent les contraintes et déplacements calculés dans la pièce, ainsi que les contraintes et déplacements déduits de solutions asymptotiques définies analytiquement, dans lesquelles K_I et K_{II} sont alternativement nuls.

A titre de comparaison, le calcul des K est également effectué par la méthode d'extension virtuelle.

2.2 Résultats de référence

Les résultats de la solution de référence sont présentés dans le tableau ci-dessous, pour les différentes valeurs de l'angle et pour les deux extrémités de la fissure, avec

$$F_j = \frac{K_j}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}} \quad (j = I, II).$$

Méthode		Côté gauche				Côté droit			
		$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$
intégrale <i>M</i>	F_I	1,0115	0,7868	0,5211	0,2770	1,1266	0,9910	0,7646	0,4919
	F_{II}	0,4434	0,6244	0,6723	0,5804	0,0862	0,2961	0,4056	0,4057
extension	F_I	1,0110	0,7864	0,5210	0,2769	1,1260	0,9904	0,7643	0,4919
virtuelle	F_{II}	0,4429	0,6240	0,6720	0,5801	0,0865	0,2960	0,4055	0,4056

La relation entre le taux global de restitution de l'énergie G et les K_j s'écrit comme suit [bib3] :

$$G = \beta (K_I^2 + K_{II}^2)$$

avec :

$$\beta = \frac{1}{16 C h^2 (\alpha \pi)} \left(\frac{1 + \kappa_1}{\mu_1} + \frac{1 + \kappa_2}{\mu_2} \right) \quad \text{et} \quad \kappa_i = \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i}$$

$$\mu_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}$$

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{\kappa_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) \left(\frac{\kappa_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1} \right)^{-1} \right]$$

2.3 Incertitude sur la solution

Estimée à moins de 0,1%. On note que l'écart entre la méthode des intégrales de contour et la méthode d'extension virtuelle est généralement inférieur à 0,05 %.

2.4 Références bibliographiques

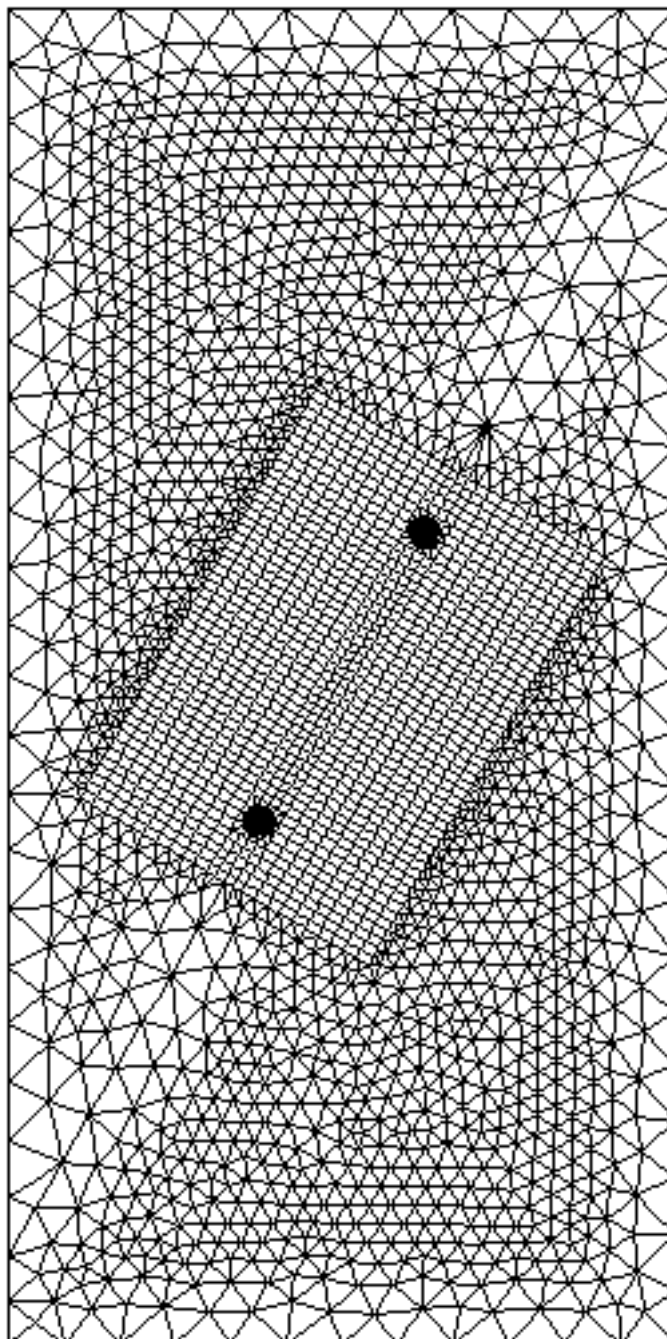
- 1) Stress intensity factor analysis of interface crack using boundary element method. Application of contour-integral method. N. MIYAZAKI, T. IKEDA, T.SODA et T. MUNAKATA. Engng.Fract.Mechs., 45, n°5, 599-610, 1993.
- 2) An analysis of interface cracks between dissimilar isotropic materials using conservation integrals in elasticity. J. F. YAU et T. C. CHANG. Engng.Fract.Mechs., 20, 423-432, 1984.

- 3) The strength of adhesive joints using the theory of cracks. B. M. MALYSHEV et R. L. SALGANIK. Int.J.Fract.Mech., 1, 114-128, 1965.

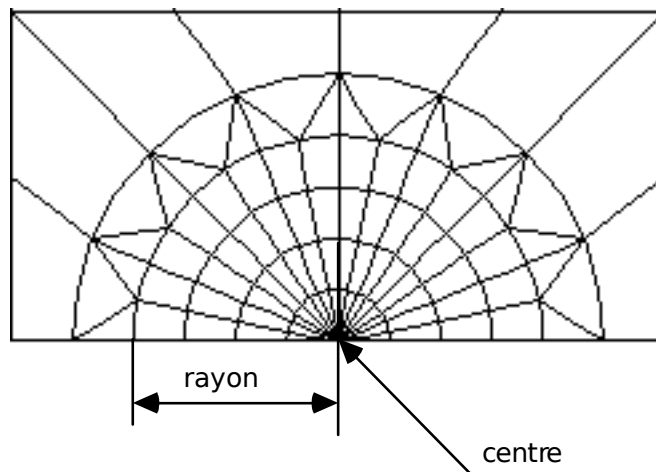
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les différentes modélisations sont identiques à part l'inclinaison de la fissure.



Maillage complet pour un angle $\beta = 60^\circ$



Zoom sur la pointe de fissure

Le rayon vaut $7.5E-5\text{ m}$.

Il y a quatre couronnes définies par la commande `CALC_G` :

couronne 1 : $R_{inf} = 0$, $R_{sup} = 1.875E-5\text{ m}$
 couronne 2 : $R_{inf} = 1.875E-5\text{ m}$, $R_{sup} = 3.750E-5\text{ m}$
 couronne 3 : $R_{inf} = 3.750E-5\text{ m}$, $R_{sup} = 5.625E-5\text{ m}$
 couronne 4 : $R_{inf} = 5.625E-5\text{ m}$, $R_{sup} = 7.500E-5\text{ m}$

La direction de propagation est définie par : $\cos \theta$, $\sin \theta$

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 10676 nœuds et 4584 éléments, dont 1392 éléments QUA8 et 3168 éléments TRI6.

3.3 Fonctionnalités testées

Le calcul de K_I et K_{II} n'est pas valide pour un bimatériau : l'option `CALC_K_G` ne peut être utilisé et seul le calcul du taux de restitution de l'énergie est possible.

3.4 Grandeurs testées et résultats

3.4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 15^\circ$			
G , couronne 1	9,67362E+1	9,2428E+1	4,45
G , couronne 2	9,67362E+1	9,6392E+1	0,356
G , couronne 3	9,67362E+1	9,6417E+1	0,330
G , couronne 4	9,67362E+1	9,6421E+1	0,326
K_I	5,6694E+6	-	-
K_{II}	2,4852E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 15^\circ$			

G , couronne 1	1,0125E+2	9,6763E+1	4,33
G , couronne 2	1,0125E+2	1,0093E+2	0,315
G , couronne 3	1,0125E+2	1,0095E+2	0,295
G , couronne 4	1,0125E+2	1,0095E+2	0,291
K_I	6,3145E+6	-	-
K_{II}	4,8309E+5	-	-

3.4.2 Remarques

Pour obtenir le G sur le fond de fissure, on calcule le taux de restitution d'énergie à l'aide de la relation entre G et les K_j [bib3] :

$$\kappa_1 = \kappa_2 = 2.076923$$

$$\mu_1 = 7.6923 E + 11$$

$$\mu_2 = 7.6923 E + 10$$

$$\alpha = -9.37742 E - 2$$

$$\beta = 2.524488 E - 12$$

$$G = \beta (K_I^2 + K_{II}^2)$$

4 Modélisation B

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 30^\circ$			
G , couronne 1	8,0017E+1	7,6431E+1	4,48
G , couronne 2	8,0017E+1	7,9707E+1	0,387
G , couronne 3	8,0017E+1	7,9730E+1	0,358
G , couronne 4	8,0017E+1	7,9734E+1	0,353
K_I	4,4100E+6	-	-
K_{II}	3,499E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 30^\circ$			
G , couronne 1	8,48417E+1	8,1080E+1	4,433
G , couronne 2	8,48417E+1	8,4583E+1	0,305
G , couronne 3	8,48417E+1	8,4602E+1	0,282
G , couronne 4	8,48417E+1	8,4602E+1	0,282
K_I	5,5545E+6	-	-
K_{II}	1,6596E+6	-	-

5 Modélisation C

5.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 45^\circ$			
G , couronne 1	5,73826E+1	5,48161E+1	4,473
G , couronne 2	5,73826E+1	5,71687E+1	0,373
G , couronne 3	5,73826E+1	5,71865E+1	0,342
G , couronne 4	5,73826E+1	5,7189E+1	0,337
K_I	2,92076E+6	-	-
K_{II}	3,7682E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 45^\circ$			
G , couronne 1	5,94122E+1	5,7039E+1	3,994
G , couronne 2	5,94122E+1	5,9505E+1	0,157
G , couronne 3	5,94122E+1	5,9516E+1	0,175
G , couronne 4	5,94122E+1	5,9518E+1	0,179
K_I	4,28557E+6	-	-
K_{II}	2,27338E+6	-	-

6 Modélisation D

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 60^\circ$			
G , couronne 1	3,28015E+1	3,10680E+1	5,285
G , couronne 2	3,28015E+1	3,24037E+1	1,213
G , couronne 3	3,28015E+1	3,24140E+1	1,181
G , couronne 4	3,28015E+1	3,24156E+1	1,177
K_I	1,55258E+6	-	-
K_{II}	3,2531E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 60^\circ$			
G , couronne 1	3,22436E+1	3,11825E+1	3,291
G , couronne 2	3,22436E+1	3,25321E+1	0,895
G , couronne 3	3,22436E+1	3,25383E+1	0,914
G , couronne 4	3,22436E+1	3,25398E+1	0,919
K_I	2,75709E+6	-	-
K_{II}	2,27394E+6	-	-

7 Synthèse des résultats

Le calcul de K_I et K_{II} n'est pas disponible pour une fissure située à l'interface d'un bimatériau, et la comparaison se fait donc directement sur le taux de restitution de l'énergie G .

Le calcul de G n'est pas précis sur la première couronne dans tous les cas d'inclinaison de la fissure, ce qui confirme qu'il faut éviter de prendre un rayon R_{inf} nul. En ce qui concerne les autres couronnes, les écarts sont de l'ordre de 0,4%. Pour le cas d'inclinaison $\theta = 60^\circ$ l'écart dépasse 1 %. Dans l'ensemble, les résultats sont satisfaisants pour G .