

## SSLP305 - Disque mince en appui sous charge concentrée

---

### Résumé :

Le test a pour but de valider le calcul de l'énergie potentielle en élasticité linéaire.

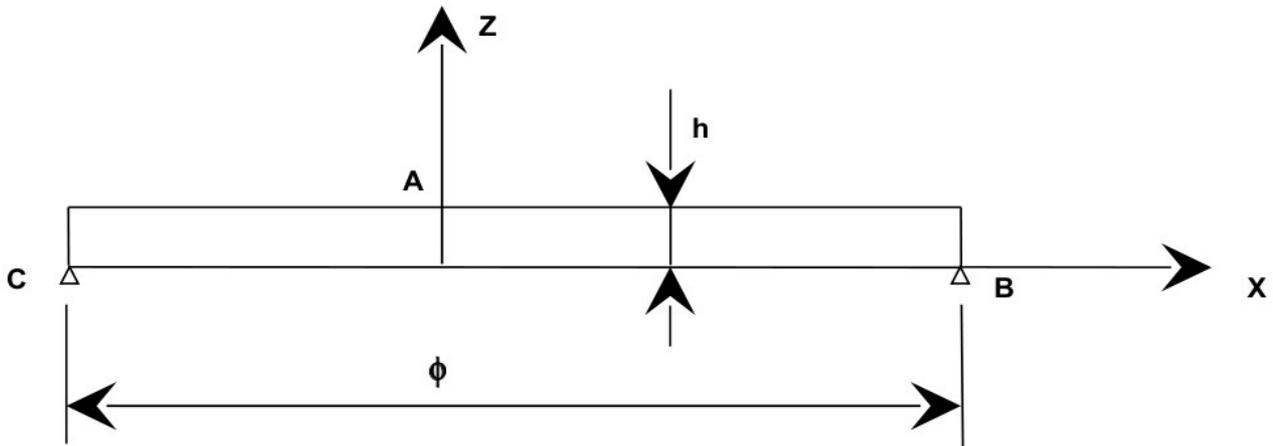
Une seule modélisation axisymétrique est présentée.

La solution de référence est analytique.

## 1 Problème de référence

---

### 1.1 Géométrie



Diamètre :  $\phi = 0.5 \text{ m}$

Épaisseur :  $h = 0.005 \text{ m}$

### 1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young :  $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Appui sur le bord ( $w = 0$ )
- Charge concentrée au point A :  $P = -350 \text{ N}$

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse statique.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- La valeur du déplacement axial au centre du disque (point A) est donné par :

$$W_a = -\frac{P \phi^2}{64 \pi D} \times \frac{3+\nu}{1+\nu}$$

où  $D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$

- La valeur de l'énergie potentielle (à l'équilibre) est donnée par :

$$E_p = -\frac{1}{2} P W_a$$

- La valeur absolue de l'énergie potentielle par radian est :

$$e_p = \frac{1}{2} \frac{P W_a}{2 \pi}$$

### 2.2 Résultats de référence

- Déplacement au point A :  $W_a = -0.4596 \times 10^{-3} m$
- Energie potentielle par radian :  $e_p = 0.012799 Nm/rd$

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

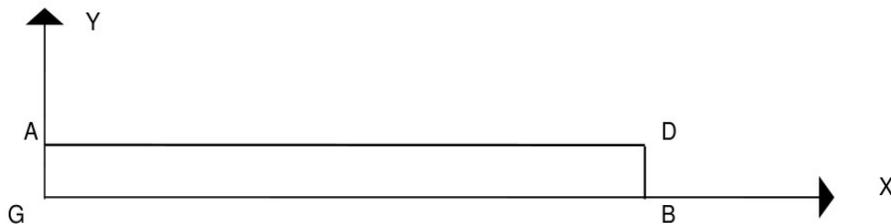
### 2.4 Références bibliographiques

- 1) R. J. ROARK et W. C. YOUNG Formulas for stress and strain, 5<sup>ème</sup> édition, New York, Mc Graw-Hill, 1975

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

C'est une modélisation axisymétrique.



Conditions limites :

en  $B$                     DDL\_IMPO : ( GROUP\_NO : B    DY : 0.)  
sur  $AG$                 DDL\_IMPO : ( GROUP\_NO : 1AG DX : 0.)

Chargement :

en  $A$                     FORCE\_NODALE : (GROUP\_NO : A    FY : -55.704 )

Nom des nœuds :

$A=N1$                  $B=N755$                  $D=N858$                  $G=N201$

Découpage :        100 éléments suivant le rayon  
                      2 éléments suivant l'épaisseur

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 905

Nombre de mailles et types : 100 QUAD 8, 200 TRIA 6, 208 SEG 3

### 3.3 Valeurs testées

Localisation	Type de valeur	Référence	Aster	% différence
Point $A$	$W_A(m)$	$-0.4596 \cdot 10^{-3}$	$-0.4617 \cdot 10^{-3}$	0.46
	$e_p(Nm/rd)$	$-1.2799 \cdot 10^{-2}$	$-1.2859 \cdot 10^{-2}$	0.47

### 3.4 Remarques

- La valeur de la charge à fournir est ramenée à un secteur de 1 radian. Par conséquent, la valeur de l'énergie potentielle donnée sur le fichier résultat correspond à la déformation de ce secteur (au signe près).
- L'option ENERPOT calcule en fait une énergie de déformation :

$E_d = \frac{1}{2} U^T K U$  qui est identique à l'énergie potentielle au signe près :

$$E_p = \frac{1}{2} U^T K U - U^T F = -\frac{1}{2} U^T F = -\frac{1}{2} U^T K U \text{ (car } KU = F \text{)}$$

## 4 Synthèse des résultats

---

Ces bons résultats sur le déplacement et l'énergie de déformation (écart similaire de 0,5 % avec la solution de référence analytique) montrent que le calcul de cette énergie est correcte. Pour approcher encore mieux la valeur de référence, il faudrait discrétiser davantage le maillage.