

## SSLP115 - Calcul du taux de restitution d'énergie d'un disque fissuré en présence de contraintes initiales

---

### Résumé

Ce test permet de valider le calcul du taux de restitution d'énergie par la méthode thêta en présence d'un état de contraintes initiales.

**Modélisation A** : un disque encastré et fissuré est soumis à un champ de contraintes initiales ouvrant la fissure. Ce champ de contraintes initiales est identique à celui engendré par un gradient thermique. La solution est identique à celle obtenue dans le cas du chargement thermique seul, validant la prise en compte d'un état initial de contraintes.

**Modélisation B** : elle est similaire à la modélisation A avec une fissure non-maillée (X-FEM).

**Modélisation C** : elle est similaire à la modélisation A. Les coefficients matériaux sont définis par des fonctions constantes de la température.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On considère un disque de rayon 100mm, encastré sur ses bords, et contenant une fissure horizontale de 23mm dont une des pointes est au centre du disque. La Figure 1.1 présente cette géométrie.

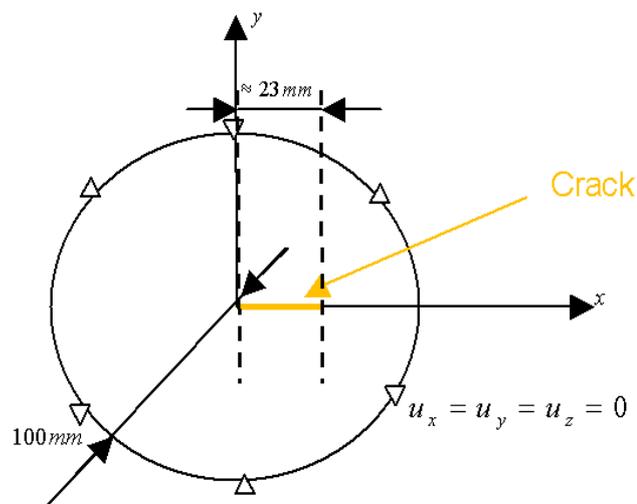


Figure 1.1 : Géométrie du disque.

### 1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young :  $E = 210000 \text{ MPa}$   
 Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,3$   
 Coefficient de dilatation thermique :  $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le disque est totalement encastré sur son bord.

Il est soumis à un champ de contraintes initiales obtenu par application d'un chargement thermique présentant un fort gradient selon la direction horizontale (voir Figure 1.2 et Figure 1.3).

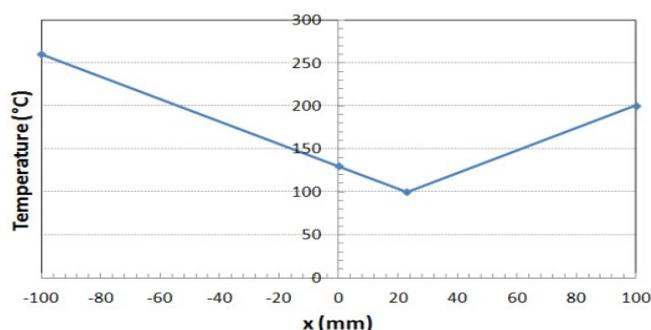


Figure 1.2 : Gradient de température appliqué au disque encastré.

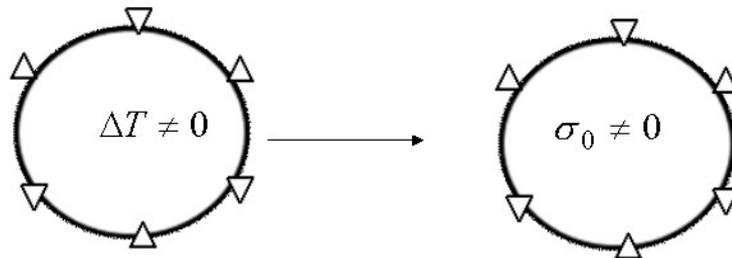


Figure 1.3 : Création du champ de contraintes initiales.

## 1.4 Solution de référence

La solution de référence est celle obtenue par l'application du chargement thermique directement sur le disque fissuré sans état initial. En effet, le comportement étant élastique, le principe de superposition s'applique et les résultats en présence de chargement thermique sans contraintes initiales et en absence de thermique avec contraintes initiales sont équivalents, comme le résume la Figure 1.4.

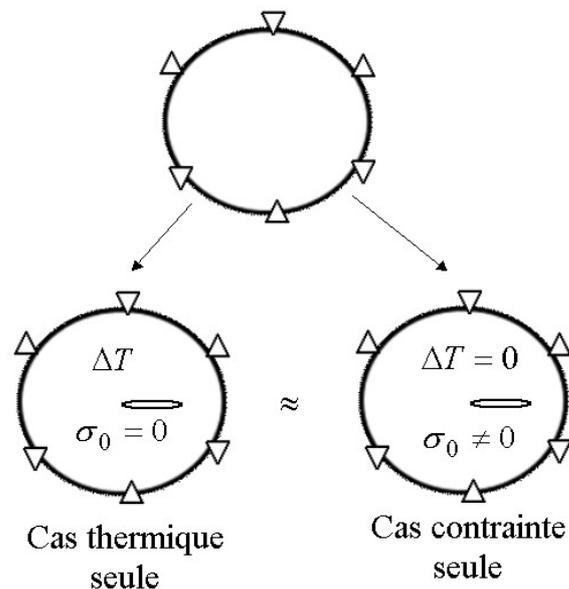


Figure 1.4 : Équivalence des chargements.

## 2 Modélisation A

### 2.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est quadratique rayonnant autour de la fissure ; il est composé de 27670 nœuds formant 9519 mailles dont 100 triangles permettant le déraffinement. Les mailles sont quadratiques. Des éléments de type « Barsoum » sont utilisés aux 2 fonds de la fissure. Les Figure 2.1 et Figure 2.2 présentent le maillage utilisé.

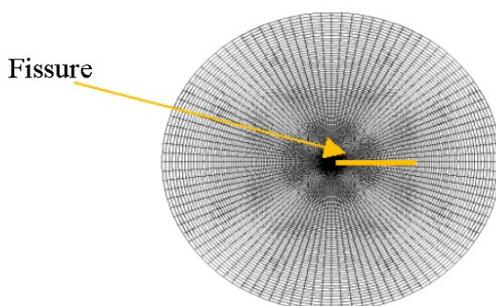


Figure 2.1 : Maillage du disque.

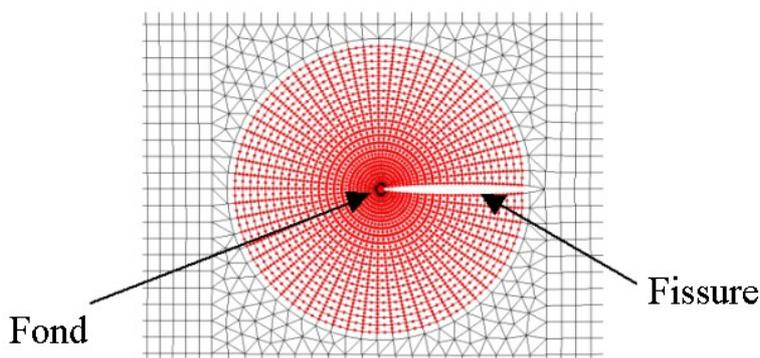


Figure 2.2 : Maillage : zoom sur la fissure.

A partir du maillage, on définit plusieurs couronnes qui seront utilisées par la suite, lors du post-traitement en mécanique de la rupture. Chaque couronne est caractérisée par la donnée d'un rayon inférieur (R\_INF) et d'un rayon supérieur (R\_SUP). On donne aussi la correspondance en termes de nombre de couches d'éléments.

	Valeur de R_INF (mm)	Valeur de R_SUP (mm)	Correspondance en nombre de couches d'éléments <sup>1</sup>
Couronne n°1	1,009	2,05	2h-4h
Couronne n°2	2,05	4,228	4h-8h
Couronne n°3	4,228	9,0	8h-16h

### 2.2 Calculs effectués

On rappelle que le principe de ce test de vérifier l'équivalence entre la prise en compte d'un état initial et un chargement thermique équivalent, lors d'un post-traitement de mécanique de la rupture.

<sup>1</sup> h représente la taille « radiale » d'un élément

Les grandeurs d'intérêt sont le taux de restitution d'énergie (G) et les facteurs d'intensité des contraintes (limités ici à  $K_1$  car la configuration ne sollicite que le mode I du fait de la symétrie). Le paragraphe §2.3.1 détaille les différentes manières de post-traiter ces grandeurs qui sont utilisées et testées.

Modélisation : La configuration est bidimensionnelle. Les calculs mécaniques sont effectués sous hypothèse de Déformations Planes.

#### Calcul de référence :

La solution analytique n'étant pas connue, la première étape consiste à générer le calcul servant de référence : c'est-à-dire le calcul en thermo-élasticité linéaire. On enchaîne la création du champ de température puis le calcul thermo-élastique linéaire, à la suite duquel deux types de post-traitements sont réalisés :

- un post-traitement en mécanique de la rupture afin de déterminer les valeurs de références des grandeurs d'intérêt,
- une extraction du champ de contraintes, qui servira de champ de contraintes initiales.

#### Calcul avec contraintes initiales :

Un calcul en élasticité linéaire incrémentale avec un état initial donné sous la forme d'un champ de contraintes initiales, avec présence de la fissure, est réalisé. Il est important de souligner que **l'état initial est renseigné via un champ de contraintes initiales**, et non pas par la donnée d'un concept de type résultat (EVOL\_NOLI) dans l'opérateur de résolution.

Ensuite, les post-traitements en mécanique de la rupture sont réalisés. Afin de tester les différentes possibilités offertes par la commande CALC\_G, plusieurs configurations sont mises en œuvre, qui diffèrent par le type de champ de contrainte initiale fourni à la commande CALC\_G : aux points de Gauss, aux nœuds par élément ou aux nœuds.

## 2.3 Grandeurs testées et résultats

### 2.3.1 Grandeurs testées

On teste les valeurs du taux de restitution d'énergie (G) issues de :

- l'opérateur CALC\_G, option CALC\_G,
- l'opérateur CALC\_G, option CALC\_K\_G.

On teste également les valeurs du facteur d'intensité des contraintes en mode I ( $K_1$ ) issues de :

- l'opérateur CALC\_G, option CALC\_K\_G,
- l'opérateur POST\_K1\_K2\_K3.

Pour les post-traitements avec l'opérateur CALC\_G, les 3 couronnes précédemment définies sont systématiquement testées.

Enfin, on compara à chaque fois, les valeurs issues du calcul de référence aux valeurs issues du calcul avec état initial, à iso-condition (même représentation du champ de contraintes initiales, même opérateur de post-traitement, même couronne).

### 2.3.2 Résultats

Test des taux de restitution d'énergie (sans mention spéciale, G désigne le G issu du calcul avec état initial :

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
CALC_G			
G issu du calcul thermique (référence), couronne n°3	-	'NON_REGRESSION'	-
G avec état initial défini aux points de	55,3629	'AUTRE_ASTER'	0,01%

Gauss, couronne n°1			
<i>G</i> avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°2	55,3649	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°3	55,3651	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°1	55,3629	'AUTRE_ASTER'	0,0%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°2	55,3649	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°3	55,3651	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds, couronne n°1	55,3629	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds, couronne n°2	55,3649	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds, couronne n°3	55,3651	'AUTRE_ASTER'	0,01%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
CALC_K_G			
<i>G</i> issu du calcul thermique (référence), couronne n°3	-	'NON_REGRESSION'	-
<i>G</i> avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°1	55,3629	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°2	55,3649	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°3	55,3651	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°1	55,3629	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°2	55,3649	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°3	55,3651	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds, couronne n°1	55,3629	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds, couronne n°2	55,3649	'AUTRE_ASTER'	0,01%
<i>G</i> avec état initial défini aux nœuds, couronne n°3	55,3651	'AUTRE_ASTER'	0,01%

Test des facteurs d'intensité de contrainte :

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
CALC_K_G			
$K_I$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°3	-	'NON_REGRESSION'	-
$K_I$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°1	3574,36	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°2	3574,43	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°3	3574,44	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°1	3574,36	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°2	3574,43	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°3	3574,44	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux nœuds , couronne n°1	3574,36	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°2	3574,43	'AUTRE_ASTER'	0,005%
$K_I$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°3	3574,44	'AUTRE_ASTER'	0,005%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
POST_K1_K2_K3			
$K_I$ issu du calcul thermique (référence)	-	'NON_REGRESSION'	-
$K_I$ avec état initial	3576,75	'AUTRE_ASTER'	0,005%

## 3 Modélisation B

### 3.1 Caractéristiques du maillage

La géométrie est identique à la modélisation A. Le maillage représente la pièce vierge de toute fissure (elle sera représentée par la méthode X-FEM) ; le maillage est linéaire.

### 3.2 Calculs effectués

Afin de tester les différentes possibilités offertes par la commande `CALC_G`, plusieurs configurations de calculs sont mises en œuvre.

La première est le résultat de référence obtenu par chargement thermique sans état initial.

Les autres sont issues du calcul avec état initial sans chargement thermique ; ils diffèrent par les valeurs des rayons du couronnes fournis à la commande `CALC_G`. Comme pour la modélisation A, on teste également les facteurs d'intensité des contraintes (la référence est obtenue par `POST_K1_K2_K3`). On note que seul le champ de contrainte initiale aux points de gauss a été utilisé, la définition d'un champ de contrainte aux nœuds n'étant pas disponible avec X-FEM.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

#### 3.3.1 Grandeurs testées

On teste la valeur du taux de restitution d'énergie résultat de l'opérateur. Ils doivent tous être égaux à une faible tolérance près.

#### 3.3.2 Résultats

Test des taux de restitution d'énergie et des facteurs d'intensité de contrainte :

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
<code>CALC_G</code>			
$G$ issu du calcul thermique ( <code>CALC_G</code> )	-	'NON_REGRESSION'	-
$G$ avec rayons automatique ( <code>CALC_G</code> )	55.36	'AUTRE_ASTER'	2,0%
$G$ avec $R\_INF = 2,4$ , $R\_SUP = 4,8$ ( <code>CALC_G</code> )	55.36	'AUTRE_ASTER'	2,0%
$G$ avec $R\_INF = 4,228$ , $R\_SUP = 9$ ( <code>CALC_G</code> )	55.36	'AUTRE_ASTER'	3,5%
$G$ avec rayons automatique ( <code>CALC_K_G</code> )	55.36	'AUTRE_ASTER'	2,0%
$G$ avec $R\_INF = 2,4$ , $R\_SUP = 4,8$ ( <code>CALC_K_G</code> )	55.36	'AUTRE_ASTER'	2,0%
$G$ avec $R\_INF = 4,228$ , $R\_SUP = 49$ ( <code>CALC_K_G</code> )	55.36	'AUTRE_ASTER'	3,5%
$K_I$ avec rayons	3574	'AUTRE_ASTER'	1,0%

---

automatique (CALC_K_G)			
$K_I$ avec R_INF = 2,4 R_SUP = 4,8 (CALC_K_G)	3574	'AUTRE_ASTER'	1,0%
$K_I$ avec R_INF =4,228, R_SUP = 9 (CALC_K_G)	3574	'AUTRE_ASTER'	1,5%

---

## 4 Modélisation C

---

Cette modélisation, ajoutée à des fins de validation informatique, teste la possibilité d'utiliser des coefficients matériaux dépendants de la température.

Elle est identique à la modélisation A. La seule différence est que les coefficients matériaux sont définis par des fonctions constantes de la température.

## 5 Synthèse des résultats

---

Le cas test permet une confrontation des résultats obtenus à partir d'un chargement thermique et d'un champ de contraintes initiales. Il montre que les résultats sont sensiblement équivalents.

Plus précisément en FEM (modélisation A) :

- Conclusions sur G :
  - Excellente indépendance des résultats de `CALC_G` aux couronnes (écart maximal entre couronnes inférieur à 0,004%) , dans tous les cas,
  - Résultats strictement identiques entre un champ de contrainte initiale fourni à `CALC_G` de type `ELGA` et `ELNO` ,
  - Résultats très proches avec la référence, à couronne identique (écart inférieur à 0,01%) . Les résultats les plus proches sont obtenus lorsque la contrainte initiale est donnée aux nœuds à `CALC_G` ,
  - Strictement aucune différence entre `CALC_G` et `CALC_K_G` (avec 6 chiffres significatifs)
- Conclusions sur K :
  - Mêmes conclusions que sur G, avec à chaque fois, une précision double (écart maximal entre couronnes inférieur à 0,002% et écart à la référence inférieur à 0,005 %)

On ajoutera que ce même cas donne les mêmes résultats avec le logiciel Abaqus dans sa version 6.11 (méthode FEM, calcul de G uniquement).