
SSL402 - Anneau dynamométrique

Résumé :

Ce test permettait à l'origine de vérifier en élasticité linéaire le calcul des efforts intérieurs et des contraintes sur une poutre courbe (POU_C_T), ces éléments ont été supprimés. On utilise maintenant des poutres droites pour traiter le problème.

Une modélisation permet de tester les éléments de poutres droites de Timoshenko (POU_D_T).

La solution de référence est analytique et les résultats obtenus sont de très bonne qualité.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Anneau circulaire

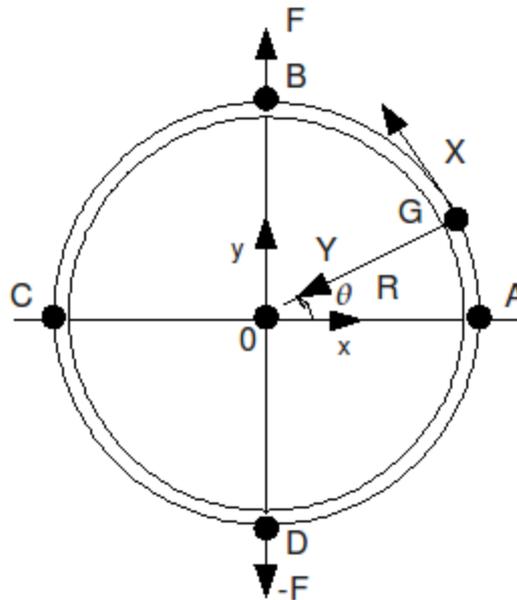


Figure 1-a : Anneau circulaire.

$$R = 2 \text{ m}$$

La section (pleine) est un cercle de rayon $0,01 \text{ m}$.

1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young : $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Condition aux limites :

$$DX = DY = DZ = DRX = 0 \text{ sur le point } A$$

$$DY = DZ = 0 \text{ sur le point } C$$

Chargement :

sur B, $F = 1 \text{ N}$,

sur D, $F = -1 \text{ N}$.

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence : analytique

Sur le tronçon (A, B) $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$, nous avons :

$$N = \frac{F}{2} \cos \theta, \quad V_y = -\frac{F}{2} \sin \theta, \quad M_z = -\frac{FR}{2} (1 - \cos \theta) + \Gamma.$$

Sur le tronçon (B, C) $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$, nous avons :

$$N = -\frac{F}{2} \cos \theta, \quad V_y = \frac{F}{2} \sin \theta, \quad M_z = -\frac{FR}{2} (1 + \cos \theta) + \Gamma.$$

Par utilisation de la loi de comportement reliant M à la rotation de la normale et compte tenu que cette dernière est nulle en A et en B , nous avons :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M d\theta = 0,$$

$$\text{d'où : } \Gamma = M_A = M_C = \frac{\pi - 2}{2\pi} F R$$

2.2 Résultats de référence

Efforts intérieurs pour $\theta = 0^\circ$ et 90° .

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1. Rapport n° 2314/A de l'Institut Aérotechnique « Proposition et réalisation de nouveaux cas tests manquant à la validation des poutres Aster »

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est composé de 800 éléments POU_D_T.

3.2 Caractéristiques du maillage

Il est constitué de 800 SEG2.

3.3 Grandeurs testées et résultats

3.3.1 Effort intérieur à $\theta=0^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
N	ANALYTIQUE	5.000E-01	1,00E-003 %
V_y	ANALYTIQUE	0.0000	2,00E-003 *
MF_z	ANALYTIQUE	3.6338E-01	1,00E-003 %

* Écart absolu

3.3.2 Effort intérieur à $\theta=90^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
N	ANALYTIQUE	0.0000	2,00E-003 *
V_y	ANALYTIQUE	-5.0000E-01	1,00E-003 %
MF_z	ANALYTIQUE	-6.3662E-01	1,00E-003 %

*Ecart absolu

3.3.3 Contrainte à $\theta=0^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
$SIXXMAX$	ANALYTIQUE	4.6426E+05	1,00E-003 %

3.3.4 Contrainte à $\theta=90^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
$SIXXMIN$	ANALYTIQUE	-8.1056E+05	1,00E-003 %

3.4 Remarques

La symétrie par rapport à l'axe (A, C) implique la nullité de l'effort tranchant T en A et en C . L'équilibre suivant O_y du demi-anneau (A, B, C) impose en A et en C un effort normal égal à $\frac{F}{2}$. La symétrie par rapport à l'axe (B, D) implique que les moments en A et en C sont égaux en valeur absolue et de sens contraires.

4 Synthèse des résultats

Les résultats sont très proche de la solution analytique (erreur inférieure à 1.0E-05) sauf pour deux valeurs (N à $\theta=90^\circ$ et V_y à $\theta=0^\circ$) pour lesquelles l'erreur est de 2.0E-03. On remarque que cette erreur diminue lentement lorsqu'on raffine le maillage, mais la précision de 1.0E-05 n'est toujours pas atteintes avec 1000 éléments par quart de cercle.